This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

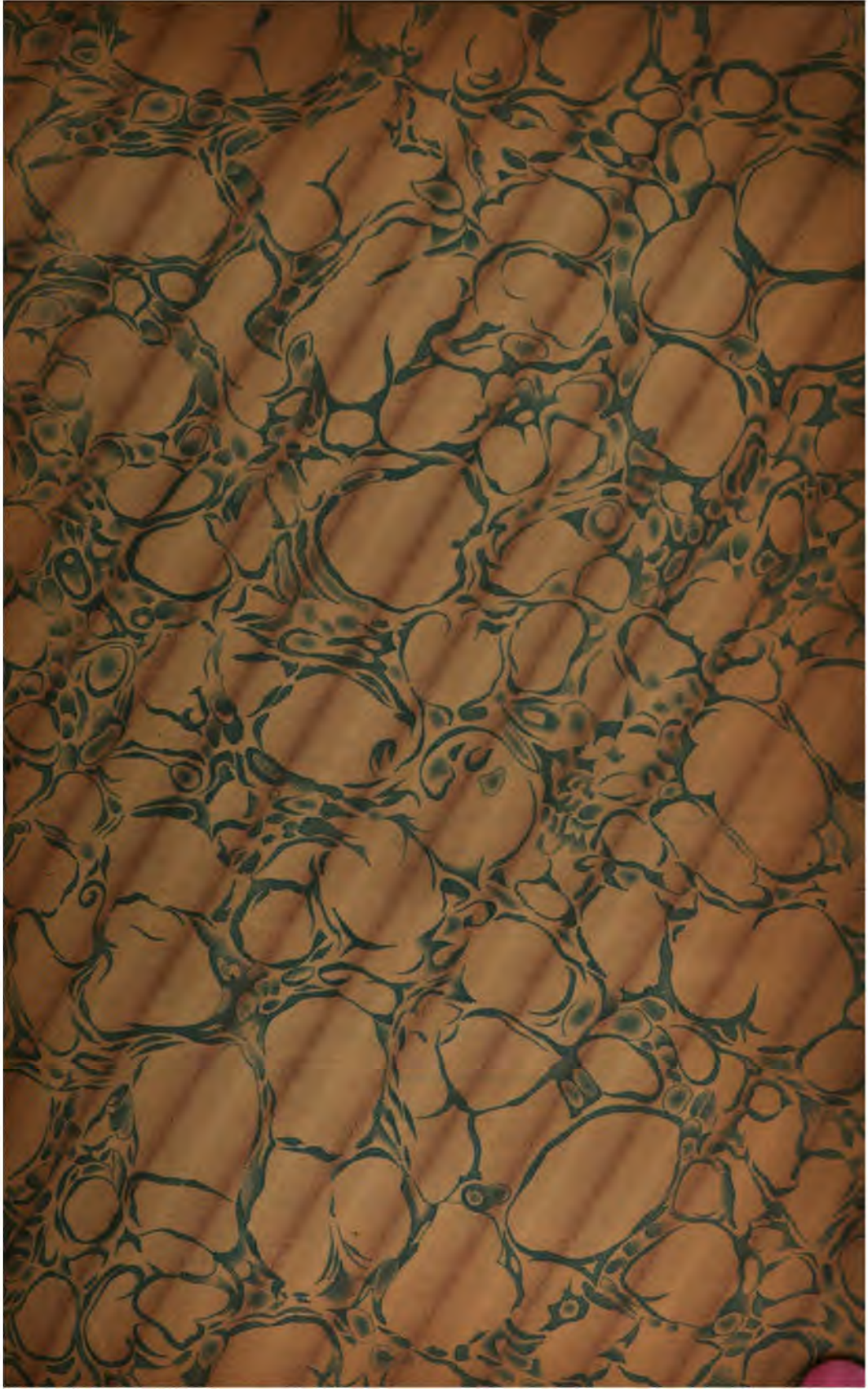
À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

HARVARD COLLEGE LIBRARY

BOUGHT FROM THE INCOME OF THE FUND
BEQUEATHED BY
PETER PAUL FRANCIS DEGRAND
(1787-1855)
OF BOSTON

FOR FRENCH WORKS AND PERIODICALS ON THE EXACT SCIENCES
AND ON CHEMISTRY, ASTRONOMY AND OTHER SCIENCES
APPLIED TO THE ARTS AND TO NAVIGATION



SOCIÉTÉ FRANÇAISE

DE PHYSIQUE

ANNÉE 1906.

TOURS. — IMPRIMERIE DESLIS FRÈRES.

BULLETIN DES SÉANCES

DE LA

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE,

RECONNUE COMME ÉTABLISSEMENT D'UTILITÉ PUBLIQUE

PAR DÉCRET DU 13 JANVIER 1881.

ANNÉE 1906.

PARIS,

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ,

44, RUE DE RENNES, 44.

—

1906

Sci 1080.40.8

HARVARD COLLEGE
MAR 12 1921
LIBRARY

Lagrand fund

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

La mesure rapide des bases géodésiques;

Par M. Ch.-Éd. Guillaume [1].

Exposé sommaire des méthodes. — La détermination précise d'une base géodésique utilise des procédés qui, tout en variant beaucoup dans le détail, se ramènent essentiellement à deux types distincts; mais encore ces deux modes d'opérer possèdent-ils un départ commun; la longueur à mesurer étant limitée par deux termes invariablement fixés au sol, et le plus souvent enfoncés au-dessous de son niveau, on place, dans la verticale du premier terme, l'une des extrémités d'un étalon aligné dans la direction de la base, et qui en mesure la première portée ; c'est seulement à partir de cette opération que les deux méthodes commencent à diverger.

Dans un système employé surtout à la fin du XVIIIe siècle et au début du XIXe, on aligne, à la suite du premier, plusieurs étalons placés à une petite distance l'un de l'autre, puis on détermine leur écartement soit à l'aide d'un coin, soit au moyen d'une languette portée par l'un d'eux, et qu'on fait buter contre l'autre, tandis qu'on lit à la loupe la position de la languette par rapport à la division de l'étalon qui la porte.

L'autre système, qui s'est de plus en plus substitué au premier, utilise un seul étalon, que l'on déplace de sa propre longueur devant un repère marquant successivement son extrémité antérieure et son extrémité postérieure. L'étalon est toujours compris entre deux repères, dont un certain nombre sont alignés le long de la base, ceux devenus inutiles après son passage étant reportés en avant de la section mesurée.

[1] Séance du 7 juillet 1905.

La substitution graduelle de cette méthode à l'ancienne a été entraînée par l'abandon des étalons à bouts et leur remplacement par les étalons à traits. Dans l'emploi des règles à traits fins, le repère transitoire est généralement un microscope micrométrique porté, avec ses organes de réglage, sur un solide trépied de bois.

La base servant de départ aux triangles géodésiques, il est avantageux de la choisir aussi longue que possible, ou, plus exactement, de lui donner une étendue en proportion avec l'ampleur des opérations dont elle fournit l'échelle.

Les bases topographiques ou cadastrales dépassent rarement 1 kilomètre, tandis que les bases géodésiques atteignent une moyenne d'une dizaine de kilomètres.

Au cours du XIXe siècle, la mesure des bases, quelle que fût la méthode générale employée, a subi une double évolution. Dans les trois premiers quarts du siècle, on a cherché surtout à augmenter la précision des mesures, sans se préoccuper beaucoup du labeur qu'elles imposaient ; on est arrivé ainsi à réaliser des opérations très parfaites, mais extrêmement coûteuses, et dont on était conduit à réduire le nombre autant que possible. Ainsi, pour l'ensemble considérable de la géodésie française par exemple, on s'est limité à la mesure de trois bases, situées respectivement près de Paris, de Dunkerque et de Perpignan. Tous les autres points géodésiques ont été atteints par des triangles.

Dans les dernières décades du siècle, on a tenté, au contraire, de simplifier les méthodes de mesure, quitte à sacrifier au besoin un peu de l'exactitude réalisée par les méthodes anciennes ; on a pu ainsi répartir son effort sur la détermination d'un plus grand nombre de bases, contrôlant mieux la triangulation.

Mais un fait domine toutes les fluctuations des idées sur la mesure des bases géodésiques : c'est la préoccupation constante d'évaluer avec exactitude la température des étalons sur le terrain ; et la détermination de cette variable, dont dépend la longueur de l'instrument de mesure, a toujours été considérée par les géodésiens comme si difficile et si importante qu'on pourrait presque dire que l'histoire des appareils de base se confond pratiquement avec celle des précautions prises pour éviter les erreurs de température.

Appareils monométalliques et appareils bimétalliques. — Dès la fin du XVIIIe siècle, deux systèmes distincts d'étalons se trouvent constamment en présence : les anciens étalons monométalliques

accompagnés de thermomètres, et les étalons bimétalliques, proposés par Borda et Lavoisier, et dans lesquels la longueur de l'un d'eux, considéré comme étalon principal, est déduite de la différence des deux étalons, mesurée sur chacune des portées de la base.

Dans l'emploi de l'étalon monométallique, les géodésiens américains ont poussé le perfectionnement à l'extrême en immergeant la règle de base dans de la glace râpée. Cette solution ne laisse assurément rien à désirer au point de vue théorique; mais elle soulève de grosses difficultés pratiques en campagne.

Les étalons bimétalliques les plus parfaits qui aient été construits sont dus aux frères Bruhner, qui ont exécuté successivement les appareils de bases d'Espagne, de France, d'Égypte et d'Allemagne. La règle d'Égypte est actuellement attribuée au Service des Arpentages de ce pays; les trois autres ont servi aux opérations les plus importantes de la géodésie européenne.

L'emploi de la règle bimétallique, si l'on veut en tirer tout ce qu'elle peut donner comme précision, exige plus de cinquante hommes sur le terrain, et cette règle permet de mesurer environ 400 mètres par jour. C'est un instrument très délicat et d'un maniement difficile.

Nouvel étalon en invar. — Au cours des études que nous avons poursuivies, M. Benoît et moi, pendant plusieurs années sur les étalons géodésiques de divers pays, nous avons eu de nombreuses occasions de noter les avantages et les inconvénients respectifs de chacun d'eux, et nous avions esquissé depuis longtemps les plans d'un nouvel appareil, lorsque la découverte de l'acier-nickel à faible dilatation, l'*invar*, comme on est convenu de nommer cet alliage, vint donner à nos projets un sens plus précis. Nous les élaborâmes alors complètement, et nous pensâmes pouvoir mettre à la disposition des géodésiens un étalon unissant la précision à la légèreté et à la robustesse, conditions secondaires dans un laboratoire, mais qui deviennent primordiales en campagne. M. le général Bassot, à qui nous avions communiqué nos projets, nous confia, en 1898, la mission de faire construire, pour le Service géographique de l'Armée française, une règle géodésique de 4 mètres en alliage invar, dont je vais donner la description sommaire[1].

---

[1] Voir, pour plus de détails, J.-R. Benoit et Ch.-Éd. Guillaume, *Nouveaux appareils pour la mesure des bases géodésiques* (*Travaux et Mémoires du Bureau international*, t. XII; 1901).

L'étalon consiste en une barre à section en H, de 40 millimètres au côté, ayant son tracé dans le plan des fibres neutres. La règle est assez robuste pour qu'il suffise de la porter en deux points, toujours les mêmes, ce qui dispense d'avoir à effectuer le difficile alignement d'une série de supports, nécessaires dans le cas d'une règle flexible. Les deux points sur lesquels repose la règle consistent en un support fixe et un rouleau, montés à l'intérieur d'une robuste caisse d'aluminium qui enferme complètement la règle, à la seule exception des petites fenêtres destinées à viser les traits de l'étalon, et de deux ouvertures laissant passer les pieds d'un niveau, que l'on fait reposer sur sa surface supérieure.

Deux thermomètres sont placés dans le creux de la règle. Leurs réservoirs sont logés dans des blocs d'aluminium, qui, étant jointifs avec la règle, et enfermés avec elle dans la boîte, prennent bien sa température.

Cette règle, complètement étudiée au Bureau international après son achèvement, a été emportée récemment dans la République de l'Équateur, où elle doit servir à la mesure d'une base par les soins des officiers de la mission française. Elle a paru si pratique aux géodésiens que quatre autres étalons semblables ont été exécutés depuis lors ; les barres ont été ébauchées aux aciéries d'Imphy, et achevées par la Société genevoise.

Je ne saurais insister ici sur les simplifications que cette règle apporte aux mesures géodésiques. Il suffira de dire que la faible dilatabilité du métal et les précautions prises pour diminuer les erreurs de température, tout en assurant une précision supérieure à celle des anciens appareils, permettent de supprimer divers accessoires très encombrants du matériel ancien, tels que les baraques de protection ; grâce à ces simplifications, on peut estimer à la moitié le gain du personnel auxiliaire, employé surtout à transporter du matériel, et à la moitié aussi le gain de temps dans les opérations. Ainsi le coût de la mesure d'une base à l'aide de cette nouvelle règle serait ramené au quart environ de ce qu'il était avec les anciens appareils. Mais nous avons pu, M. Benoît et moi, en perfectionnant d'autres méthodes déjà en usage, réaliser un gain de temps incomparablement plus élevé.

MESURE PAR LES FILS TENDUS.

Principe de la méthode. — A côté des méthodes utilisant des étalons rigides en connexion avec des microscopes, méthodes très précises, mais compliquées et d'une application coûteuse, des procédés expéditifs de mesure des bases ont été depuis longtemps employés dans tous les cas où une haute précision n'était pas exigée. Le chaînage des arpenteurs en est le type le plus rudimentaire. Mais des méthodes analogues ont été appliquées depuis longtemps sous des formes plus parfaites.

Les longs rubans suppriment les petites erreurs provenant des joints de la chaîne ; si on les appuie, à l'exemple du Service hydrographique de la marine française, sur des tables bien dressées, et si, de plus, on leur donne une tension à peu près constante, on évite d'autres causes d'incertitude, de telle sorte qu'on a pu, par des perfectionnements successifs, diminuer l'écart, primitivement énorme, de la précision fournie par les deux groupes de méthodes.

La substitution de fils aux rubans, telle que l'avait proposée Goulier pour son télémètre, atténue l'effet du vent.

Tels étaient les faits déjà connus, lorsque M. Jäderin eut, il y a une vingtaine d'années, l'idée que l'on pouvait, en étudiant systématiquement les meilleures conditions d'emploi des procédés rapides, leur donner une précision suffisante pour la topographie, et même pour la géodésie, au moins provisoire, des pays neufs.

L'étalon adopté par M. Jäderin est un fil de 24 mètres de longueur et de $1^{mm},7$ de diamètre environ [1]. Il porte, à ses extrémités, des réglettes divisées en millimètres sur une longueur d'un décimètre. Pour le transport, les fils sont enroulés ; pour l'emploi, ils sont tendus sous un effort de 10 kilogrammes, obtenu au moyen de deux dynamomètres qu'actionnent des aides placés aux deux bouts du fil. On remarquera que, si les fils sont soumis à une tension invariable, la distance rectiligne de leurs points extrêmes est toujours la même.

Deux observateurs saisissent chacun l'une des réglettes, et l'amènent au contact d'un goujon vertical monté au sommet d'un trépied et

---

[1] La longueur primitivement choisie était 25 mètres. Mais on l'abandonna bientôt pour le multiple de 4 mètres le plus voisin, de manière à permettre l'étalonnage du fil à l'aide de règles géodésiques de 4 mètres.

portant une croisée de traits, qui remplace le fil d'araignée du micromètre dans les méthodes utilisant des microscopes. Lisant la position du trait de chaque goujon par rapport à la division de la réglette correspondante, les observateurs déterminent la distance des repères mobiles. La base est jalonnée par une série de repères, alignés et à peu près équidistants, que l'on enlève à l'arrière, pour les reporter à l'avant de la section mesurée ; l'équipe entière passe ainsi d'une portée à l'autre, jusqu'au deuxième terme de la base, dont on mesure la distance au dernier repère mobile au moyen d'un ruban divisé.

Pour connaître la température du fil employé à la mesure, M. Jäderin déterminait chaque portée successivement au moyen de deux fils, l'un d'acier, l'autre de laiton, appliquant ainsi à sa méthode le principe de Borda et Lavoisier.

Les essais faits en divers pays à l'aide des appareils imaginés par M. Jäderin montrèrent aux géodésiens que des méthodes d'une grande rapidité pouvaient fournir des résultats d'une précision suffisante, dans bien des cas, pour qu'on pût les appliquer partout, sauf pour les bases fondamentales. Il parut dès lors très intéressant de chercher à les perfectionner encore, et à les amener aussi près que possible de la précision des méthodes classiques employant des règles et des microscopes.

Application de l'invar. — Lorsque les propriétés de l'invar furent suffisamment connues pour qu'on n'eût pas à craindre de sérieux déboires dans son emploi, nous songeâmes, M. Benoît et moi, à l'appliquer à la mesure des bases par les procédés rapides, et nous avions déjà fait quelques essais dans ce sens lorsque M. le général Bassot et M. Jäderin exprimèrent, indépendamment, le désir de poursuivre des recherches dans la même voie. Effectivement, des mesures faites en commun avec M. le lieutenant-colonel Bourgeois et plusieurs officiers du Service géographique de l'Armée française nous convainquirent bientôt qu'un gain réel de précision serait obtenu par l'emploi de l'invar, tandis que M. Jäderin équipait, de son côté, l'expédition suédo-russe du Spitzberg avec des fils qui servirent, dès l'été 1899, à la mesure des bases principales de cette importante opération.

Les résultats furent de toutes parts si encourageants que nous pensâmes pouvoir aborder, avec de sérieuses chances de succès, en vue des opérations de la géodésie supérieure, l'étude des mesures

par les fils, inscrites en 1900, par le Comité international des poids et mesures, au programme des travaux du Bureau, à la demande de l'Association géodésique internationale. Les résultats obtenus depuis lors ont dépassé notre attente.

Notre travail se divisa lui-même en deux parties bien distinctes : d'une part, l'étude des fils ; de l'autre, le perfectionnement des appareils servant à les utiliser.

L'étude des fils exigea des observations très nombreuses qui, à l'heure actuelle, se chiffrent par centaines de mille. M. L. Maudet et M. A. Tarrade nous ont secondés avec beaucoup de dévouement dans ce labeur considérable. Pour les appareils eux-mêmes, la coopération de M. Carpentier, qui a réalisé sous une forme élégante et en les perfectionnant encore les appareils dont nous avions établi les projets, nous a permis d'offrir aux géodésiens un matériel qui semble ne plus laisser beaucoup à désirer.

ÉTUDE DES FILS.

Méthode. — Pour permettre de déterminer la longueur des fils à l'étude, il était tout d'abord nécessaire de constituer une base à laquelle ils seraient rapportés. Notre premier projet consistait à construire un véritable comparateur, de 24 mètres de longueur, dont l'élément principal eût été une règle composée d'un nombre minimum de pièces solidement fixées bout à bout, et supportées sur un chariot solide, et susceptible de se déplacer sous deux microscopes. Mais, cette construction devant être très coûteuse, il parut plus sage d'adopter, au moins provisoirement, une solution plus économique, bien qu'apparemment moins satisfaisante. La base que nous construisîmes dès le commencement de 1901 se composait d'une série de repères solidement fixés contre un mur épais, en sous-sol de l'observatoire du Bureau international. Ces repères, parfaitement alignés dans tous les sens, et distants de 4 mètres l'un de l'autre, jalonnent une base de 24 mètres, avec un repère supplémentaire permettant de mesurer 25 mètres. Deux poulies montées sur billes, et situées extérieurement aux termes extrêmes, servent à supporter des cordes que l'on attelle au fil en étude, et auxquelles des poids de 10 kilogrammes assurent une tension constante. Les réglettes sont amenées simultanément contre les deux repères extrêmes, et les

lectures, faites aux deux extrémités simultanément par deux observateurs, donnent la différence de longueur entre la base et le fil étudié.

La longueur de la base elle-même est déterminée par sections au moyen d'une règle de 4 mètres, dont le bord antérieur fait suite à la surface du repère (*fig.* 1). La règle porte, près de ses extrémités, deux paires de traits, que l'on amène de part et d'autre du trait de repère correspondant ; on lit, simultanément aux deux extrémités, à l'aide d'un micromètre horizontal, la position des trois traits, ce qui fixe la distance des repères par rapport à la longueur de la règle.

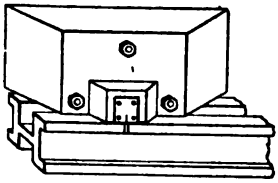


Fig. 1.

Nos premières mesures, faites au moyen de fils d'alliages divers, eurent seulement pour but de nous donner un premier aperçu de leur stabilité relative et des variations que leur faisaient subir les diverses manipulations auxquelles ils devaient être nécessairement soumis dans leur emploi. Puis, après des mesures poursuivies pendant près de deux ans, nous pûmes adopter un plan de travail bien défini.

Nous nous étions bientôt aperçus que la muraille portant nos repères éprouve, dans le cours du temps, des variations bien mesurables ; mais, en même temps, nous avions reconnu que le plus gros de ces variations est une fonction bien définie de la température, c'est-à-dire que la muraille se dilate à très peu près comme un corps homogène. Son coefficient de dilatation, pour la détermination duquel nous avons déjà pu utiliser dans de bonnes conditions trois cycles annuels de la température, est de $7^{\mu},0$ par degré et par mètre, soit les trois cinquièmes environ de la dilatation du fer.

Quant aux fils eux-mêmes, nous avons été, dès le début de nos expériences, surpris de leur stabilité relative, c'est-à-dire de l'égalité approximative de leurs différences pendant une durée prolongée ;

et, finalement, cette preuve étant faite en particulier pour les fils d'invar, nous avons concentré toute notre attention sur ces derniers.

Les expériences préliminaires étant terminées, et nous ayant montré ce qu'on pouvait attendre des fils comme précision et permanence, nous abordâmes un programme de recherches plus minutieuses. D'abord, nous modifiâmes la construction des réglettes terminales de manière à mettre l'extrémité des traits dans le prolongement de l'axe du fil (*fig.* 2). On évite ainsi les différences de la longueur apparente du fil, c'est-à-dire de la distance de deux traits donnés, suivant l'inclinaison de la face divisée. Or la construction des repères de notre base, installés de manière à faciliter autant que possible les comparaisons avec la règle, nous oblige, dans la détermination des fils, à tourner vers le haut l'arête divisée des réglettes, tandis que cette arête est dirigée horizontalement ou plus ou moins obliquement vers le bas dans les mesures sur le terrain. Avec les réglettes des anciennes constructions, qui sont traversées par le fil, et dont le bord est excentrique, la différence de longueur est d'environ $0^{mm},5$ dans les deux positions extrêmes des réglettes.

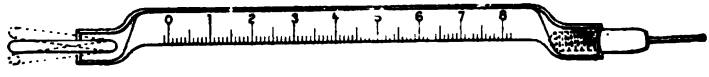


Fig. 2.

Une série de douze fils d'invar, munis de réglettes du nouveau modèle, nous sert maintenant au contrôle permanent de la base, assuré de la manière suivante :

Dans les jours qui précèdent et dans ceux qui suivent la mesure absolue de la base à l'aide de la règle, chaque fil est comparé 200 fois à la base ; les valeurs relatives de la base et des fils sont alors ramenées à une température de référence, ainsi que les résultats des déterminations absolues. La combinaison des deux nombres ainsi obtenus donne la valeur moyenne des fils de contrôle, que l'on suppose constante jusqu'à une prochaine détermination absolue, et qui sert, dans l'intervalle, à donner, pour chaque jour d'observation, la valeur de la base. Après chaque mesure absolue, on fait la rectification nécessaire de la valeur admise pour les fils.

En tenant compte de la lente variation de l'invar avec le temps, variation qui, pour un alliage bien étuvé, arrive rapidement à

n'être plus que de l'ordre du millionième par année, et dont la marche est bien connue, nous avons trouvé que la rectification à faire, d'une détermination à la suivante de notre base, est en moyenne sensiblement inférieure au millionième de la longueur mesurée. On peut donc être certain que le contrôle de la base par les fils est toujours largement assuré au millionième près, quantité encore très petite en géodésie.

Cela étant, il est intéressant de comparer la valeur de la base déduite de sa comparaison avec des fils avec sa valeur calculée en partant de sa température, déterminée à l'aide de six thermomètres enfermés dans des blocs de ciment faisant corps avec la muraille. Le résultat ainsi obtenu est remarquable; souvent, pendant trois ou quatre mois, les deux séries de valeurs ne diffèrent pas de plus de 2 ou 3 centièmes de millimètre, soit d'un millionième des longueurs comparées. Puis, de temps en temps, et notamment aux changements de saison, il se produit un petit mouvement, d'un ordre un peu supérieur, mais qui est toujours resté jusqu'ici inférieur au dixième de millimètre.

La comparaison des fils avec la base a lieu, au minimum, une fois par semaine, et souvent deux ou trois fois. Dans chaque comparaison, il est fait dix mesures indépendantes, avec échange des observateurs. Les lectures sont effectuées à l'aide d'une loupe moyennement grossissante.

La connaissance de la longueur de la base permet, à son tour, de déterminer des fils de longueur inconnue, soit seulement en vue des mesures géodésiques auxquelles ils doivent servir, soit pour connaître l'effet des traitements auxquels ils sont soumis dans un but d'intérêt général.

Les premières de ces déterminations ont une grande importance pour les opérateurs qui auront à employer les fils; mais il est sans intérêt d'en parler ici.

Je vais, au contraire, résumer les résultats d'ordre général.

Résultats. — Un certain nombre de fils ont d'abord été soumis à des tensions croissantes, et mesurés dans les temps de repos. La déformation n'atteint sa valeur limite qu'au bout d'un certain temps, fonction de la charge. Insensible sous 20 kilogrammes, elle commence à se faire sentir sous 30 kilogrammes, puis elle augmente rapidement avec la charge, de manière à atteindre, sous 60 kilogrammes (27 kg : mm^2), un allongement de 1/100000 en vingt-

quatre heures. Cette dernière valeur de la variation est celle des fils bien écrouis. Un fil moyennement dur éprouve des changements un peu plus forts.

Des enroulages répétés du fil, ramené à la forme d'une couronne d'un diamètre de 50 centimètres, font disparaître en partie les allongements produits par des tensions excessives. Mais la limite est très vite atteinte, et, après une dizaine d'enroulages et de déroulages au maximum, le fil prend sa valeur définitive. On peut alors lui faire subir de très nombreux enroulages sans voir sa longueur se modifier.

L'absence d'effets appréciables pour des enroulages répétés un grand nombre de fois consécutivement ne résout pas la question de la conservation de longueur du fil, enroulé ou étendu. Nous avons consacré un très grand nombre d'observations à cette dernière étude, à laquelle une cinquantaine de fils ont participé, et dont les résultats sont maintenant appuyés sur vingt mille lectures environ. Après avoir déterminé, aussi bien que possible, la longueur d'une série de dix fils, nous les avons enroulés et repris au bout d'un mois. La même opération a été répétée sur dix autres fils, restés enroulés pendant six semaines, et ainsi de suite. Les repos les plus longs que nous ayons fait subir aux fils enroulés ont été jusqu'ici de huit mois. Nous n'avons trouvé que très exceptionnellement des variations supérieures au millionième par rapport aux fils restés constamment étendus pour le contrôle de notre base.

Ces dernières constatations sont de la plus grande importance pour l'avenir des méthodes rapides de mesure des bases. Elles sont décisives, en effet, au sujet de la possibilité d'emporter en campagne des fils dont la longueur a été déterminée dans un observatoire, sans qu'on ait à mesurer de nouveau leur équation sur le terrain, comme on l'avait toujours jugé nécessaire tant qu'on n'avait pas la preuve expérimentale de la conservation de cette équation.

Assurément, une vérification sur une courte base, voisine du terrain de la mesure géodésique proprement dite, fournira un contrôle précieux, qu'on voudra s'assurer tant qu'on le pourra sans une trop grosse dépense ; c'est là surtout que la règle rigide en invar trouvera son application dans l'avenir. Mais, dans tous les cas où une telle vérification sera coûteuse, on préférera contrôler la valeur du fil servant à la mesure par sa comparaison avec deux ou trois autres fils, également déterminés dans un observatoire. Cette comparaison

pourra être faite simplement en prenant, comme points fixes passagers, deux repères mobiles, tels que ceux qui seront décrits dans un instant, ou, de préférence, deux repères fixés contre une muraille ou sur des piliers.

Les résultats qui viennent d'être rapportés ont été obtenus seulement pour des fils traités avec de minutieuses précautions, soustraits aux secousses, et enroulés toujours sur un diamètre minimum de 50 centimètres ramenant le fil à très peu près dans ses plis naturels. L'enroulage sur des diamètres sensiblement plus petits conduit à dépasser la limite élastique, et entraîne des changements bien mesurables.

Les secousses violentes modifient aussi la longueur des fils, même s'il n'en est résulté aucune courbure durable. Les changements consistent toujours en une contraction des fils soumis à de fortes secousses lorsqu'ils sont étendus, et généralement en un allongement des fils frappés tandis qu'ils sont enroulés. Ces modifications sont dues certainement à des glissements, qui rapprochent le fil de son état d'équilibre mécanique.

L'effet des secousses s'atténue rapidement à mesure que leur nombre augmente; et, pour mettre les fils complètement à l'abri des changements une fois leur étude commencée, nous les battons vigoureusement sur le plancher, avant même de les remettre au constructeur pour y fixer les réglettes terminales. Puis, celles-ci étant adaptées aux fils, nous les soumettons à une traction de 60 kilogrammes, d'une durée de vingt-quatre heures, destinée à nous assurer de la solidité des attaches et à annuler les effets possibles des tractions normales sur des fils dont les réglettes n'auraient pas pris leur assise; nous les battons encore 200 fois, après quoi ils sont prêts à être mis à l'étude.

Après chacune des manipulations qui viennent d'être indiquées, les fils sont mesurés de manière à nous permettre de découvrir des changements anormaux, qui nous conduiraient à rejeter un fil présentant un défaut de construction. Je m'empresse de dire que de telles anomalies sont extrêmement rares ; la presque totalité des fils éprouvent, dans la série des traitements que nous leur faisons subir, des variations qui s'écartent très peu d'une valeur moyenne, dont une longue statistique nous a donné la valeur.

Précision des mesures par les fils. — Il me reste un mot à dire sur la précision que permettent les mesures par les fils, telles que

les nombreuses comparaisons effectuées sur notre base nous l'ont fait connaître.

Les lectures sont inscrites au dixième, ou au plus au vingtième de millimètre. Sur un groupe de dix lectures, faites successivement dans diverses régions des réglettes, les écarts extrêmes de $0^{mm},3$ sont rares, et les moyennes successives de groupes indépendants concordent toujours à quelques centièmes de millimètre près. L'erreur moyenne d'un groupe de dix comparaisons est de l'ordre du millionième. Chaque portée peut donc être considérée comme mesurée avec une précision suffisante en moyenne pour les besoins de la géodésie.

Toutefois certaines portées pourront, par le fait des erreurs de lecture, être erronées d'une quantité voisine du dixième de millimètre. Mais, si même on supposait que l'erreur *moyenne* fût de cet ordre de grandeur, la précision obtenue serait encore bien plus que suffisante pour la mesure des bases. En effet, les erreurs de lectures, étant fortuites, s'additionnent suivant la loi de la racine carrée : ainsi, après 100 portées, l'erreur ne devra être que le décuple de l'erreur d'une portée ; donc, même en supposant aux erreurs des lectures la valeur moyenne de $0^{mm},1$, très supérieure à celle qu'elles possèdent en réalité, une base de 2.400 mètres devrait être connue avec une précision moyenne de 1 millimètre, précision très élevée si on la compare à celle du rattachement aux sommets des triangles adjacents à la base. Le rapport des erreurs diminue à mesure que la base s'allonge, et il ne faut pas oublier qu'une base de 2.400 mètres serait très courte.

On voit donc que, malgré leur rusticité, les lectures faites sur les fils sont amplement suffisantes pour les besoins de la géodésie la plus précise. Mais ce résultat n'est obtenu que si les erreurs des lectures sont réellement fortuites et ne comportent aucun élément systématique appréciable. Or chaque observateur possède une équation personnelle, qui le conduit à attribuer à un trait rapporté à une division une position erronée en moyenne dans un sens déterminé. Mais cette erreur systématique est complètement éliminée si l'on échange les observateurs dans chaque mesure, que l'on fait ainsi en double, ou simplement si on les échange périodiquement, après un nombre déterminé de portées, dix par exemple. Dans le premier cas, l'erreur est éliminée dans chaque portée ; dans l'autre, elle ne l'est que dans chaque période complète. Pour la détermina-

tion d'un fil ou pour le contrôle d'une base de 24 mètres comme celle du Bureau international, l'échange des observateurs est nécessaire; tandis que, dans la mesure d'une base sur le terrain, l'échange périodique, qui constitue une grosse économie de temps, est parfaitement suffisant, puisque la connaissance individuelle des portées est indifférente, leur somme ayant seule de l'intérêt.

Les indications qui précèdent montrent à l'évidence qu'il serait tout à fait superflu de chercher à perfectionner encore beaucoup le mode de lecture, comme quelques observateurs l'ont proposé, par exemple en adaptant des verniers aux repères, ou en lisant à l'aide de microscopes. Tout ce qui, dans la mesure d'une base, cause une perte de temps, peut entraîner des erreurs, et rend la mesure plus coûteuse; il n'y a donc lieu de chercher que les perfectionnements réellement utiles, et non à augmenter encore la précision de tel ou tel élément de l'opération, à partir du moment où cette précision est plus que suffisante.

Dans ce qui précède, il a été possible d'envisager les erreurs des lectures en elles-mêmes, sans tenir compte des variations de longueur du fil dues au changement de la température et au défaut de connaissance de cette dernière. S'il s'agissait des métaux ou alliages usuels, une discussion ainsi limitée n'aurait eu aucun sens. En effet, la dilatabilité de l'acier étant un peu supérieure à un cent-millième par degré, il faudrait, pour connaître la longueur d'un fil d'acier au millionième près, déterminer sa température moyenne au dixième de degré près, ce qui est tout à fait impossible en campagne. Mais, avec l'invar d'une coulée bien réussie, la dilatation est absolument négligeable. Les aciéries d'Imphy peuvent en effet fournir assez régulièrement des fils dont la dilatation est de l'ordre de $0^{\mu},1$ à $0^{\mu},2$ par degré et par mètre, dilatation 50 à 100 fois plus faible que celle de l'acier. Dans ces conditions, il faudrait commettre, sur la température du fil, une erreur de 5 à 10° pour que le chiffre du millionième fût affecté dans le calcul de sa longueur. Une aussi grande latitude laissée à la mesure de la température lui enlève toute espèce de difficulté.

Les fils d'invar sont soumis, comme il a été dit, aux causes naturelles de variation de cet alliage, qui consistent en une tendance constante vers un équilibre chimique de plus en plus parfait, et se manifestent par un allongement progressif avec le temps. Mais, à partir du moment, bientôt atteint, où la variation arrive à être de l'ordre d'un millionième par année, il sera extrêmement facile, par

des comparaisons faites avant et après une campagne de mesures, de déterminer, pour chaque époque, la valeur des fils avec une précision plus que suffisante. Je renverrai, pour des indications plus complètes sur les variations des aciers au nickel, à des publications antérieures [1].

APPAREILS POUR LES MESURES EN CAMPAGNE.

Nous avons eu en vue, dans la constitution du matériel de campagne, à la fois la rapidité de la manœuvre et la précision du résultat. L'emploi des fils d'invar ayant augmenté dans une très forte proportion la sécurité des mesures, il devenait nécessaire de perfectionner, d'une manière correspondante, le reste du matériel combiné par M. Jäderin. Nous croyons y avoir réussi sans rendre la manœuvre plus difficile et sans arriver à des complications lui enlevant sa rusticité. Sur bien des points, le nouveau matériel est même plus simple que le matériel primitif de M. Jäderin, et permet de pousser l'économie du temps et du personnel au delà du degré où il l'avait conduite.

Tenseurs. — Il est tout d'abord nécessaire d'assurer aux fils une tension constante, égale à celle sous laquelle leur équation a été établie. Si, au voisinage de la tension normale de 10 kilogrammes, la charge varie de 1 kilogramme, la longueur apparente du fil [2], c'est-à-dire la distance rectiligne de deux traits homologues des réglettes, se modifie à très peu près de 1 millimètre. Les erreurs systématiques de la tension doivent donc être éliminées à quelques grammes près, et les erreurs fortuites à quelques décagrammes.

Dans la plupart des mesures faites jusqu'ici, la tension des fils ou des rubans était obtenue par des dynamomètres. Mais une étude rapide de ce mode d'opérer nous a bientôt montré qu'il était très peu sûr. Nous avons donc adopté le mode de tension par des poids attelés à des cordes souples passant sur des poulies à billes. Ces poulies (*fig.* 3) sont portées par des chapes montées sur des piquets inclinés, que l'on soutient par deux jambes de force articulées. On remarquera que, au voisinage d'une inclinaison de 50 grades, la

---

(1) Ch.-Éd. Guillaume, *Sur les variations temporaires et résiduelles des aciers au nickel* (*C. R.*, t. CXXIX, p. 155; 1899); — Id., *Les Applications des aciers au nickel* (Gauthier-Villars, 1904).

(2) Il s'agit, comme toujours, d'un fil de 24 mètres, et de $1^{mm},6$ à $1^{mm},7$ de diamètre.

résultante des efforts exercés sur la poulie par les deux brins de la corde est dirigée suivant la longueur du piquet, de telle sorte que les jambes de force n'ont, pour ainsi dire, aucun effort à supporter. Si les conditions du terrain l'exigent, on peut même les démonter; chaque piquet est alors maintenu en place par un auxiliaire, duquel on n'exige que de l'immobilité pendant la durée des observations.

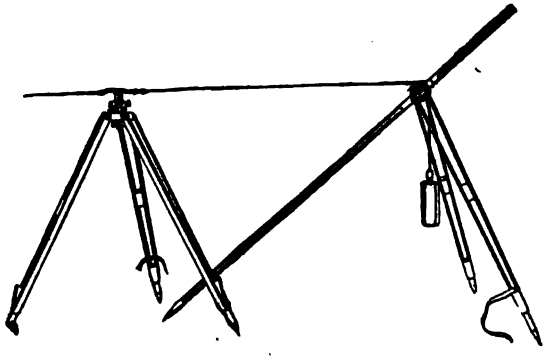


Fig. 3.

Repères mobiles. — Nous nous sommes proposé de donner aux repères mobiles une forme telle qu'ils puissent être amenés rapidement et très exactement dans la position que chacun d'eux doit occuper dans la ligne de la base; nous les avons disposés aussi de manière à leur faire porter les accessoires destinés à la mesure des pentes, sans que l'on ait besoin d'avoir recours, comme on l'avait fait jusqu'ici, à des installations auxiliaires. Enfin, nous avons admis la possibilité de déterminer, par une opération simple, un point du sol situé verticalement au-dessous de la croisée de traits qui constitue le point de l'espace auquel viennent se joindre les deux portées successives.

Voici comment ce programme a été mis à exécution : Un solide trépied de bois (*fig.* 4) porte, à sa partie supérieure, un plateau A percé d'une large ouverture verticale. Un tube cylindrique B, fixé au-dessous d'une plaque-crapaudine, et portant à sa partie inférieure un écrou à oreilles C, est serré contre le plateau de bois, par rapport auquel il peut, d'ailleurs, occuper des positions quelconques dans un espace de quelques centimètres.

La plaque-crapaudine est surmontée d'une tablette de bronze D, montée sur trois vis calantes maintenues en place par des ressorts,

et qui est munie, à sa périphérie, de trois vis radiales permettant un déplacement micrométrique d'une pièce E, composée d'une embase

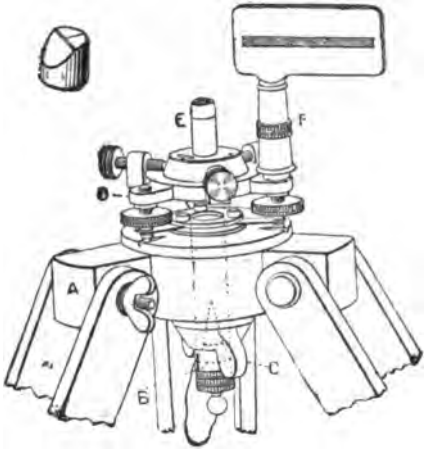


Fig. 4.

portant un niveau et surmontée d'un goujon vertical. Ce goujon est

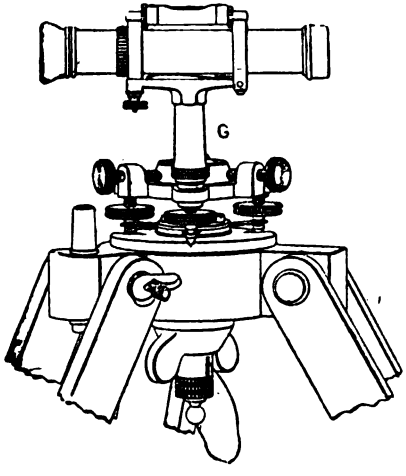


Fig. 5.

terminé par une pastille en un alliage blanc, dur et inoxydable, au centre de laquelle se croisent les traits rectangulaires du repère, ou

par une plaque semi-circulaire (détail) portant un seul trait radial.

Le goujon est percé d'un canal central, dans lequel descend la cordelette de suspension d'un fil à plomb permettant de marquer un point du sol situé verticalement au-dessous de la croisée de traits, et qui, lorsqu'il est sans emploi, reste vissé de bas en haut, dans le tube de la plaque-crapaudine.

La tablette supérieure est munie, en outre, d'un goujon latéral fixe, qui peut supporter alternativement une mire F et une lunette de nivellement (*fig.* 5) servant à déterminer, par la visée de la mire, la différence de hauteur de deux trépieds consécutifs.

Pour déterminer l'alignement des repères, on pose, sur le goujon mobile du dernier repère placé, une petite lunette qui sert à viser à la fois une mire lointaine, dans la direction du deuxième terme de la base, et le goujon du repère que l'on met en station. Les images de ces deux objets se superposent quand le repère est définitivement en place.

Tambour d'enroulage des fils. — Nous avons établi pour l'enroulage des fils, en vue de leur transport, un tambour consistant (*fig.* 6)

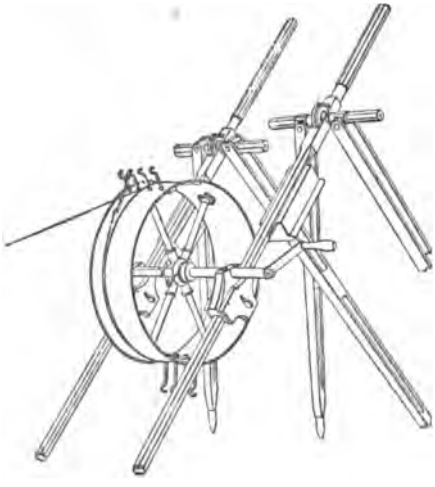


Fig. 6.

en une poulie légère, avec moyeu et jante d'aluminium réunis par des rayons en tubes d'acier; la jante est munie, à sa partie périphérique, de deux séries de crochets auxquels viennent se fixer les extré-

mités des fils ; la longueur des crochets est telle que les fils arrivent tangentiellement au tambour.

L'axe de la poulie est amovible ; il repose, pour l'enroulage et le déroulage, sur deux paliers de bois, également amovibles, qu'on serre, à l'aide d'une clavette, sur deux piquets tenseurs placés l'un à côté de l'autre, et qu'on enlève ensuite.

Pour le transport, le tambour est enfermé dans une caisse où il est retenu, par ses bras, sur trois cales de bois. L'axe et les paliers trouvent également place dans la caisse.

M. Carpentier a modifié ce premier instrument en montant l'arbre à demeure dans les côtés d'une caisse (*fig.* 7) qui lui servent de paliers. De cette façon, l'enroulage ou le déroulage s'effectuent sans que l'on ait à faire intervenir les piquets tenseurs comme supports.

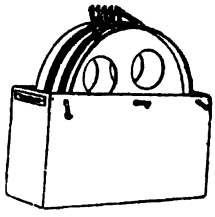


Fig. 7.

Accessoires divers. — Le matériel de mesure d'une base comprend enfin :

1° Des repères mi-fixes que l'on enfonce dans le sol à tout arrêt prolongé des mesures ;

2° Un gabarit en câble toronné, muni de deux bagues marquant un intervalle de 24 mètres et servant à placer les repères mobiles à la distance voulue. Il est accompagné de deux piquets de bois que tiennent les opérateurs ;

3° Les étalons nécessaires pour permettre de mesurer l'appoint, c'est-à-dire la distance, inférieure à 24 mètres, qui sépare la position du dernier repère mobile du deuxième terme de la base. On peut employer, dans ce but, soit un ruban de 12 mètres, soit un fil de 8 mètres auquel succède un ruban de 4 mètres. Le ruban doit posséder les traits marquant tous les décimètres, et des divisions millimétriques du premier et du dernier décimètre ;

4° Une série de mires, que l'on place au théodolite dans la ligne de la base, et qui servent ensuite à aligner les repères mobiles ;

5° Des loupes, des thermomètres et des outils divers.

Emploi des appareils. — Pour la manœuvre sur le terrain, le personnel se divise en deux équipes : la première pose les repères, la seconde mesure leur distance deux à deux.

La première équipe se compose de trois opérateurs, dont l'un remplit les fonctions de chef. Celui-ci reste à l'arrière de l'équipe, et tient une des extrémités du gabarit dont l'autre extrémité est portée par un auxiliaire. Le deuxième auxiliaire met le trépied en place, en se réglant, pour la distance, sur une marque du gabarit, et pour l'alignement, sur les indications du chef. Un certain nombre de porteurs, attachés à l'équipe, ramènent à l'avant les trépieds devenus inutiles à l'arrière de la section mesurée de la base.

Lorsque tout fonctionne normalement, un repère mobile doit être complètement réglé en une minute et demie environ.

La deuxième équipe comprend un secrétaire chef d'équipe, deux observateurs et deux porteurs. Le secrétaire dirige l'opération ; il inscrit les lectures que lui indiquent les observateurs, et, dans la règle, détermine la pente.

Dans des conditions moyennes de terrain, le travail des deux équipes est à peu près synchrone, de telle sorte que chaque équipe est constamment occupée. Cependant, comme l'une ou l'autre peut, en raison de difficultés particulières, prendre un retard momentané, il est nécessaire, si l'on veut éviter les à-coups, de laisser entre elles au minimum deux ou trois portées libres.

Cette condition fixe le nombre de repères mobiles qu'il faut avoir à sa disposition, si l'on veut pouvoir travailler commodément. En comptant les trépieds de la portée que l'on mesure, le repère laissé à l'arrière comme contrôle, celui que l'on met en place et ceux qui sont sur le chemin de l'arrière à l'avant, on voit que, pour opérer commodément, il est utile de posséder de 8 à 10 repères.

Quant au personnel, il se compose de dix à douze hommes, dont quatre, savoir le chef de la première équipe, le secrétaire et les deux observateurs, doivent posséder une instruction professionnelle. On n'exige des autres qu'une suffisante habileté manuelle, de l'endurance et une attention soutenue.

CONCLUSIONS.

Nous avons vu que la mesure des bases par les fils, grâce aux progrès réalisés dans ces dernières années, suffit aux exigences de la géodésie supérieure. D'autre part, la vitesse de marche est incomparablement plus grande que dans l'emploi des anciennes méthodes. En effet, cette vitesse résulte de l'indication donnée ci-dessus, relativement à la mesure d'une portée. Si l'on admet qu'on puisse travailler sans interruption, à raison de deux portées en trois minutes, la rapidité de la mesure sera de l'ordre du kilomètre à l'heure. Ce chiffre est un peu exagéré, parce qu'il faut compter avec des retards inévitables dans le travail de l'une ou l'autre équipe, surtout lorsque le personnel est fatigué par un labeur soutenu. Mais un personnel de dix à douze hommes exercés doit pouvoir atteindre, en bon terrain et par le beau temps, une vitesse de 5 à 6 kilomètres par jour, en y comprenant le repérage aux extrémités de la base et en un ou deux points intermédiaires [1].

Nous avons vu que les anciennes mesures par la règle bimétallique exigeaient une cinquantaine d'hommes, et donnaient une vitesse de 100 portées par jour, soit 400 mètres. Les nouveaux procédés réalisent donc, par rapport à ceux qui utilisent la règle bimétallique, une économie supérieure à 98 0/0.

Cette transformation dans les méthodes de mesure des bases doit nécessairement réagir sur l'ensemble des travaux géodésiques. Tandis qu'autrefois on diminuait autant que possible le nombre des bases à mesurer, on n'hésitera pas, dans l'avenir, à mesurer une base toutes les fois que cette opération présentera une utilité quelconque ; en général, on devra s'imposer de ne plus dépasser un nombre restreint de triangles subordonnés les uns aux autres sans venir chercher un repérage sur une base.

La facilité d'un tel contrôle simplifiera, à son tour, la mesure des triangles. Comme les erreurs de ceux-ci s'échafauderont beaucoup

---

[1] Dans une mesure à laquelle j'ai été appelé à coopérer, la Commission géodésique suisse a déterminé récemment la distance, supérieure à 20 kilomètres, qui sépare les observations de Brique et d'Orelle, situées dans l'alignement du tunnel du Simplon. Malgré les difficultés résultant du travail à la lumière artificielle, l'opération entière, comprenant 15 repérages sur le terrain, a été effectuée en 5 jours, d'un travail continu, coupé par un seul arrêt de douze heures entre les mesures de l'aller et du retour.

moins qu'autrefois, on pourra être moins exigeant à leur égard, sans craindre de compromettre l'ensemble d'un réseau. Ainsi, la transformation opérée dans la mesure des bases modifiera profondément tout le travail des géodésiens.

Les avantages de l'emploi des fils d'invar, que nous avons indiqués, M. Benoît et moi, dans une série de publications provisoires faites à l'occasion des sessions du Comité international des poids et mesures et de l'Association géodésique internationale [1], ont attiré l'attention des services intéressés, et ont valu, au Bureau international, de nombreuses demandes d'études. Un grand nombre de bases géodésiques ont été mesurées, dans ces dernières années, ou sont en cours de détermination, à l'aide des fils dont nous avons déterminé l'équation et du matériel dont on vient de lire la description. Cet ensemble de travaux, qui se poursuivent actuellement dans les pays les plus divers, achèvera de faire connaître les avantages que l'on doit réellement attendre des nouvelles méthodes.

La liquéfaction de l'air et ses applications à la fabrication de l'oxygène et de l'azote;

Par M. Georges Claude [2].

Parmi les sources d'oxygène si nombreuses que nous offre la nature, la seule qui contienne ce gaz à l'état de liberté, la seule, par conséquent, qui le présente sous une forme n'exigeant pour son extraction, théoriquement du moins, aucune dépense d'énergie, c'est l'air atmosphérique. C'est donc à lui que nous nous adresserons.

Pour réaliser cette extraction théoriquement si simple de l'oxygène de l'air, nous pouvons utiliser à notre gré soit les différences chimiques, soit les différences physiques qui existent entre l'oxygène et l'azote. Les premières ont été utilisées, voici déjà de bien longues années, par Tessié du Motay, et c'est encore un procédé dérivé du

---

(1) Voir notamment les *Procès-verbaux des séances du Comité international*, 2e série, t. II et III; 1903 et 1905; — et les *Comptes Rendus de la XIe Conférence géodésique internationale, réunie à Copenhague en août* 1903.

(2) Séance du 15 décembre 1905.

sien, le procédé à la baryte, qui est à l'heure actuelle le plus remarquable et le plus économique de tous les anciens procédés.

Parmi les différences d'ordre physique, la plus intéressante est sans doute celle des volatilités. Alors que l'azote bout à — 194° sous la pression atmosphérique, l'oxygène bout à — 180°,5 seulement. A première vue, cet écart de 13°,5 semble peu important, mais il ne faut pas oublier qu'en raison de la proximité du zéro absolu ces 13°,5 équivalent à un écart de plus de 60° comptés à la température de l'alcool bouillant. Si l'on considère que l'écart entre l'alcool et l'eau est de 21° seulement — au lieu de 60 — et que ces deux liquides sont liés par une affinité notable, on en arrive à conclure que la séparation par *distillation* de l'oxygène et de l'azote doit être incomparablement plus facile que celle de l'alcool et de l'eau.

Pour mettre à profit cette séduisante facilité de séparation, nous en arrivons donc à nous préoccuper de la liquéfaction de l'air.

Je rappellerai ici que, pour liquéfier un gaz quelconque, il suffit de le soumettre à l'action combinée d'une pression assez élevée et d'une température inférieure à celle de son point critique. Pour l'air, le point critique étant situé à — 140°, ce n'est d'ailleurs pas une petite affaire que le refroidissement auquel on est ainsi conduit.

On le réalise, dans la généralité des machines à air liquide actuelles, en cumulant, à l'aide d'un échangeur de températures, le froid produit par la détente de l'air comprimé. La mesure de ce froid est évidemment fournie par la quantité de travail que l'air effectue pendant sa détente, en sorte qu'il convient d'augmenter le plus possible cette quantité de travail pour obtenir un bon rendement frigorifique.

On sait que Linde, Hampson, Tripler, d'autres encore, réalisent cette détente en faisant écouler par un simple robinet de l'air préalablement comprimé à 200 atmosphères et quelquefois plus. Ils réalisent ainsi ce qu'on appelle une détente *sans* travail extérieur. De mon côté, préoccupé de la nécessité, ci-dessus rappelée, de relever le plus possible le travail de la détente, j'ai réussi à effectuer celle-ci dans des moteurs à air comprimé fonctionnant à la température de l'air liquide, c'est-à-dire à effectuer de la détente *avec* travail extérieur. Et, à ce propos, je crois nécessaire d'insister quelque peu ici sur la supériorité théorique considérable de ce mode de détente.

J'ai, en effet, rencontré très souvent cette surprenante opinion, que l'on ne peut pas, par un choix approprié du mode de détente, faire

varier à volonté la quantité de travail restituée par l'air qui se détend. De même, disent les partisans de cette manière de voir, qu'un travail bien déterminé est nécessaire pour comprimer isothermiquement une masse donnée d'air à une certaine pression, de même, lorsque cette masse se détend, disons, pour simplifier, à la température même de la compression, un travail non moins bien déterminé, précisément égal au premier, résulte *forcément* de la détente, car l'intégrale de *pdv* qui mesure le travail résistant de la compression se retrouvera avec des valeurs égales, mais comme travail moteur, lors de la détente. En conséquence, tous les modes de détente se vaudront.

Or, c'est évidemment là une erreur profonde. Le phénomène de la compression et celui de la détente ne sont pas forcément des phénomènes réversibles, et le vice du raisonnement précédent est trop facile à discerner. Assurément, pendant la compression, l'intégrale *pdv* pour la masse comprimée mesure bien le travail résistant ; mais, pendant la détente, ce qui intervient dans l'intégrale qui représente le travail de détente, c'est, non pas la pression propre du gaz qui se détend, mais bien la contre-pression contre laquelle il travaille. Détendons notre air comprimé dans le vide : son travail d'expansion est évidemment nul ; ce n'est plus qu'un simple « enfonceur de portes ouvertes », si l'on me permet d'exprimer aussi vulgairement une image que je crois frappante. Et pour faire rendre le maximum de travail à l'air qui se détend, il faut lui opposer à chaque instant une contre-pression égale à sa propre pression, condition précisément réalisée — et réalisée seulement quand l'air qui se détend pousse devant lui le piston d'une machine ou les aubes d'une turbine présentant de l'inertie et fonctionnant en charge.

Réduite à ce seul point, la démonstration ne fait pas encore apparaître avec une suffisante clarté la supériorité de la détente avec travail extérieur. Si Hampson, en effet, détend son air contre la seule pression atmosphérique, Linde, lui, le détend dans une enceinte où règne une pression de 20 à 40 atmosphères. L'air comprimé doit alors vaincre cette contre-pression élevée, et la détente Linde ne devrait son froid qu'à ce travail de refoulement ; elle ne serait dès lors qu'une détente avec travail extérieur tout au plus incomplète. Telle est, en particulier, la théorie soutenue par M. R. Pictet. Je la crois, pour mon compte, parfaitement inexacte. Certes, le travail de refoulement de l'atmosphère ambiante est notable dans le dispositif

de Linde, mais il est facile de démontrer (c'est d'ailleurs la démonstration classique de l'expérience de Joule et Thomson) que ce travail ne se traduit par aucun refroidissement. C'est, sous une autre forme, l'exact équivalent du travail d'introduction à pleine pression dans les machines à air comprimé; ce travail est directement emprunté au compresseur par le piston gazeux de la canalisation, et n'entraîne aucun refroidissement : seul compte pour le refroidissement le travail de détente proprement dit.

Eh bien! je le répète, le travail de refoulement dans le dispositif Linde et les autres analogues est l'exact équivalent du travail d'introduction dans les machines à air comprimé : il ne se traduit par aucun refroidissement [1], et seul compte, pour ce refroidissement, le travail interne de l'air qui se détend.

C'est donc à juste titre, à l'encontre de ce que pense M. Raoul Pictet, que ce mode opératoire est qualifié de détente *sans* travail extérieur. Cela lui vaut d'ailleurs d'aller chercher jusqu'à 200 atmosphères les pressions qui lui sont nécessaires et de nécessiter l'emploi d'une machine frigorifique auxiliaire; cela lui vaut, en un mot, d'être un moyen frigorifique médiocre et de n'être arrivé à fournir un mode d'obtention industrielle de l'air liquide qu'au prix d'efforts tout à fait remarquables et qui méritent au savant professeur de l'École Polytechnique de Munich l'admiration de tous les physiciens.

En résumé — et bien que s'atténuant lorsque la température s'abaisse — la supériorité économique de la détente avec travail extérieur est donc incontestable, et ce n'est qu'en désespoir de cause, après plusieurs tentatives infructueuses pour l'utiliser, que le Dr Linde et ses imitateurs se sont résignés à la détente sans travail extérieur et aux énormes pressions qu'elle comporte.

Persuadé, pour ma part, que lorsqu'une chose est possible de par la théorie, elle finit presque toujours par être réalisée pratiquement, encouragé d'ailleurs par la précieuse approbation de M. d'Arsonval et de ce grand savant qui fut pour tant de nous un guide si lumineux, M. Potier, j'ai repris, dans cette voie de l'application de la détente avec travail extérieur, toute une série d'études.

Les difficultés du graissage de la machine de détente, qui avaient été la grosse pierre d'achoppement de mes prédécesseurs, ont tout d'abord été résolues grâce aux qualités d'incongélabilité de l'éther

---

[1] Sauf le léger travail extérieur dû à l'augmentation de pv pendant la détente.

de pétrole, mises à profit pendant la période de mise en route, puis grâce à l'*autolubréfaction* réalisée en régime par l'air liquide même qui se forme dans la machine (*fig.* 1). Mais ceci n'a été à vrai dire que la partie la plus facile de ma tâche. Ces résultats étaient déjà à peu près acquis lors de la présentation de ma première Note à l'Académie, en septembre 1900, et ce n'est qu'en juin 1902 que j'ai pu annoncer le succès définitif de mes recherches sur la liquéfaction de l'air.

Une première cause des résultats détestables obtenus au début, c'est que l'air liquide n'est pas, comme je l'avais cru tout d'abord, un excellent lubréfiant : aussi, l'autolubréfaction s'accompagne-t-elle d'un relèvement notable des frottements, donc d'un dégagement de chaleur qui entraîne la destruction d'une partie de l'air liquide.

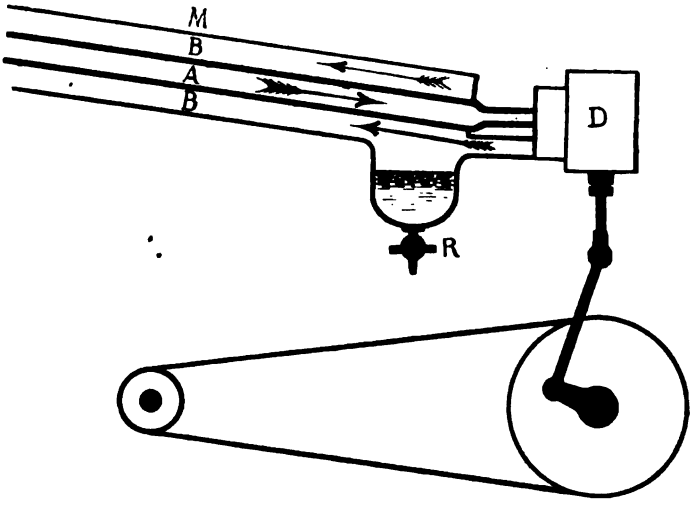


Fig. 1. — Détente avec travail extérieur et autolubréfaction.

Mais le point essentiel est le suivant :

Pour épuiser tout l'effet de la détente de notre air comprimé, il convient de pousser celle-ci jusqu'à la pression atmosphérique, une partie de l'air détendu se liquéfiant alors spontanément. Dans ces conditions, la température finale de la détente est forcément de — 190°, puisque telle est la température d'ébullition de l'air liquide sous la pression atmosphérique. La partie non liquéfiée de l'air détendu, soit plus des 9 dixièmes, quittant la machine à cette température

extrêmement basse de — 190° pour pénétrer dans l'échangeur, va donc refroidir très énergiquement l'air comprimé, qui, en dépit de sa chaleur spécifique très grande aux basses températures, arrivera ainsi à la machine vers — 130 ou — 135°.

Or, dans ces conditions de température et de pression, l'air comprimé est *au voisinage immédiat de sa liquéfaction.* Ce n'est pas encore un liquide qui pénètre dans la machine, mais ce n'est presque plus un gaz. De là, deux conséquences également déplorables : d'abord, l'air arrive à la machine infiniment plus comprimé que ne le voudraient les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, comme c'est d'ailleurs le cas pour tous les fluides comprimés au voisinage immédiat de leur liquéfaction. Il nous faut donc introduire dans la machine, à chaque cylindrée, énormément plus d'air comprimé que ne l'indiquent les formules relatives aux gaz parfaits. Par exemple, il résulte des expériences remarquables de Witkowski qu'à notre pression de 40 atmosphères et à la température de —135°, le supplément de consommation de ce fait est de plus de 90 0/0, ce qui est désastreux. En outre, et malgré ce gaspillage, le travail d'expansion de l'air comprimé reste faible, par suite du manque d'élasticité causé par le voisinage de la liquéfaction. Il est bien évident que la détente avec travail extérieur ne saurait fournir dans ces conditions que de déplorables résultats.

Pour améliorer ces résultats, il suffirait de relever, et assez peu, la température initiale de l'air comprimé, car cette zone de perturbation profonde des propriétés des fluides comprimés est localisée au voisinage immédiat de la liquéfaction. Pour y arriver, j'ai imaginé, au lieu de faire pénétrer directement dans l'échangeur l'air détendu à — 190° qui s'échappe de la machine, d'intercaler sur sa route ce que j'appelle un *liquéfacteur* (*fig.* 2), c'est-à-dire un faisceau tubulaire alimenté par une partie de l'air comprimé et froid du circuit d'alimentation de la machine. Sous l'effet combiné de sa pression et des — 190° de l'air détendu qui circule autour de lui, cet air comprimé va se liquéfier, mais, en raison de sa pression, il va se liquéfier vers — 140° seulement.

L'air détendu extérieur, qui doit céder à l'air comprimé interne, pour le liquéfier, une partie de son froid, va donc se réchauffer. A vrai dire, la liquéfaction seule de l'air intérieur ne suffirait pas à un réchauffement appréciable, puisque la chaleur latente de liquéfaction de l'air au voisinage de son point critique est très faible; mais le

refroidissement de l'air liquide au-dessous de —140° après sa formation, qui diminuera sa vaporisation lors de son soutirage à l'extérieur, et le refroidissement jusqu'à — 140° de l'air comprimé avant sa liquéfaction, absorbent en outre assez de froid pour relever largement jusqu'à — 140° la température de l'air détendu. Pénétrant dans l'échangeur à cette température et non plus à — 190°, il refroidira beaucoup moins l'air d'admission, et notre but sera atteint.

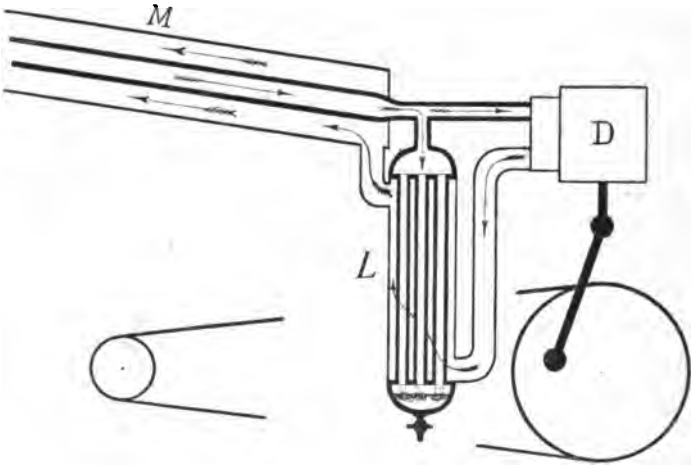


Fig. 2. — Détente avec travail extérieur et liquéfaction sous pression.

Effectivement, le simple relèvement d'une trentaine de degrés réalisé ainsi dans la température initiale de la détente suffit pour abaisser de 90 0/0 à moins de 20 0/0 notre gaspillage d'air comprimé. En outre, l'air comprimé employé, plus élastique, pourra produire par sa détente plus de travail et, partant, plus de froid. Ce perfectionnement réalisé ainsi pour la liquéfaction de l'air a quelque chose d'analogue à la surchauffe de la vapeur.

Dans ces conditions, le mécanisme de la liquéfaction est changé. Au lieu que chaque détente, partant d'une température initiale très basse, entraîne une abondante liquéfaction à l'intérieur de la machine, c'est tout au plus si elle se termine ici par l'apparition d'une légère buée d'air liquide. Tout le phénomène de la liquéfaction est relégué dans le liquéfacteur. Nous aurions donc tort de compter sur l'autolubréfaction pour assurer la marche de la machine, et il nous faut ici graisser d'une façon permanente. Mais ceci même est un avantage

de plus, puisque j'ai dit tout à l'heure que l'air liquide est un médiocre lubréfiant.

Ainsi, grâce à ce perfectionnement si simple de la liquéfaction sous pression, on réalise du coup ce triple avantage d'éloigner la détente avec travail externe du zéro absolu qui paralyse ses facultés, de réduire presque à rien la contraction anormale de l'air et son défaut d'élasticité au voisinage de la liquéfaction, enfin d'assurer une meilleure lubréfaction de la machine de détente. Le résultat est de tripler le rendement détestable de tout à l'heure et de dépasser notablement du coup le rendement des meilleurs appareils basés sur la détente sans travail externe — ceci, ne l'oublions pas, avec 30 à 40 atmosphères au lieu de 200 et sans la complication de machines frigorifiques auxiliaires.

J'en arrive à l'extraction de l'oxygène.

Pour extraire l'oxygène de l'air liquide, nous savons déjà qu'on se base sur la différence considérable des volatilités de l'oxygène et de l'azote. Ce dernier, bouillant à — 194° contre — 180°,5 seulement, est des deux gaz le plus difficilement condensable, donc le plus volatil.

Aussi, quand de l'air liquide s'évapore, l'azote s'échappe surtout au début de l'évaporation, tandis que l'oxygène se concentre dans le liquide résiduel, au point que celui-ci est finalement constitué par de l'oxygène pur. Parallèlement aux progrès de l'évaporation, la température se relève, et, partie de — 193°, aboutit nécessairement au point d'ébullition de l'oxygène pur, — 180°,5. Ainsi, remarque capitale, l'air liquide est d'autant plus froid qu'il est plus riche en azote : ceci nous donnera la clef de son rôle en rectification.

Ainsi, voilà un premier procédé pour obtenir l'oxygène : nous évaporerons notre air liquide et nous recueillerons à part les dernières parties de l'évaporation. Mais l'air liquide coûte cher, et ce procédé simpliste serait fort médiocre, même si l'on pouvait recueillir à l'état de pureté la totalité de l'oxygène. Or nous allons voir de combien il s'en faut qu'il en soit ainsi.

La *fig.* 3 représente la courbe des lois de l'évaporation de l'air liquide. En abscisses sont figurées les teneurs en oxygène du liquide qui s'évapore, en ordonnées les teneurs du gaz fourni par cette évaporation. On le voit, même au début de l'évaporation de l'air liquide à 21 0/0, l'azote qui se dégage emporte avec lui 7 0/0 d'oxygène. Cette proportion s'aggrave si rapidement que, lorsque le liquide titre 60 0/0 d'oxygène, le gaz qui se dégage en emporte 30 0/0. Aussi

ne peut-on arriver à l'oxygène pur que tout à fait à la fin de l'évaporation et ne peut-on recueillir sous la forme cependant médiocre

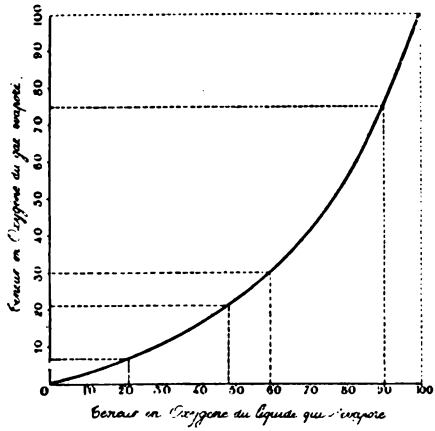


Fig. 3. — Courbe représentative des lois de l'évaporation de l'air liquide.

d'oxygène à 90 0/0 que 20 litres d'oxygène par kilogramme d'air

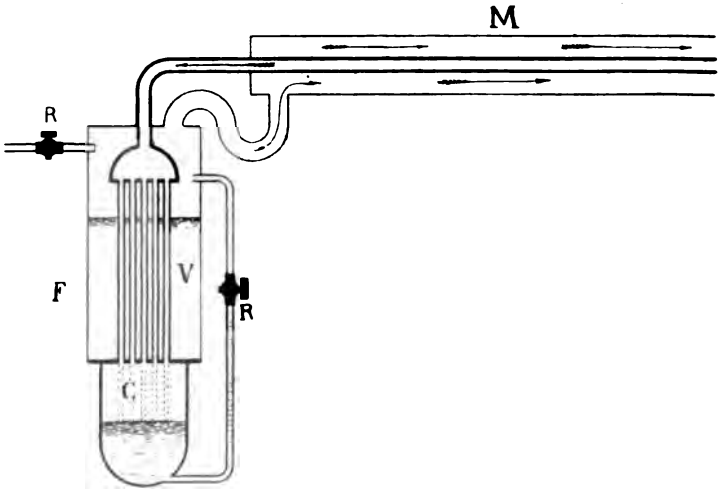


Fig. 4. — Appareil de séparation avec récupération de l'air liquide. Fabrication discontinue.

liquide. Cela remet le mètre cube d'oxygène à 50 chevaux-heures, 3 fois plus que par l'électrolyse !

Mais une idée fort simple va révolutionner la face des choses.

Cette idée consiste à *récupérer* le froid de l'air liquide pendant son évaporation. L'idée capitale de cette récupération du froid pendant la fabrication de l'oxygène est due à Parkinson et remonte à 1892. Voici comment on peut la réaliser (*fig.* 4) :

Un récipient V contient l'air liquide à évaporer ; un faisceau tubulaire F, muni d'un collecteur de liquide C, y est immergé. De l'air comprimé à 3 ou 4 atmosphères arrive dans le faisceau, déjà refroidi à sa température de liquéfaction par sa circulation dans l'échangeur M, en sens inverse des gaz vaporisés, dont il retient le froid. Cet air se liquéfie en provoquant la vaporisation du liquide extérieur, et la quantité de liquide qui se reconstitue est sensiblement équivalente à celle qui s'évapore.

Ainsi, non seulement nous vaporisons notre liquide extérieur, non seulement cette vaporisation, conformément à notre but, nous fournit d'abord de l'air pauvre, ensuite de l'air suroxygéné, mais encore, point capital, nous reconstituons une quantité d'air liquide sensiblement équivalente à celle évaporée.

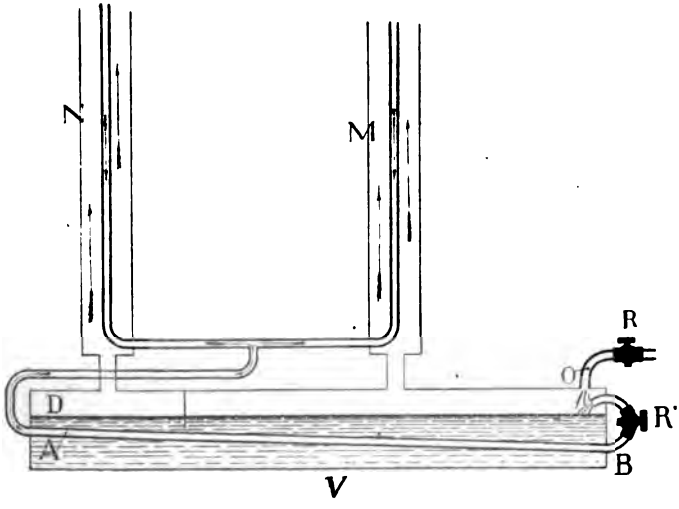


Fig. 5. — Appareil de séparation. Fabrication continue.

Donc, à mesure que l'air du faisceau se liquéfie en F et se collecte en C, l'air liquide extérieur se vaporise en quantité correspondante. C'est d'abord de l'air à 7 0/0 qui se dégage, puis, petit à petit, la

teneur s'élève. Dès qu'elle est jugée suffisante, on recueille l'oxygène ou plutôt l'air suroxygéné produit, et ce, jusqu'à la fin de l'évaporation. Celle-ci terminée, le collecteur C est plein d'air liquide à 21 0/0. Nous déverserons ce liquide dans V; nous y ajouterons l'air liquide d'appoint nécessaire pour reconstituer le volume initial, puis nous repartirons pour une nouvelle opération. Ainsi comprise, la fabrication est donc essentiellement discontinue, mais il n'est pas bien difficile de la rendre continue, par exemple à l'aide du dispositif de la *fig.* 5.

Dans les conditions que je viens d'indiquer, la récupération du froid est aussi exacte que possible. La perte la plus importante provient du fait que les gaz vaporisés sortent toujours un peu froids de l'échangeur M. L'écart entre leur température et celle de l'air comprimé entrant ne dépasse d'ailleurs pas 10° dans un échangeur bien combiné, de sorte que chaque kilogramme de gaz vaporisé emporte avec lui 10°. la chaleur spécifique moyenne de l'air étant 0,24, soit 2,5 frigories au plus. Cette perte de 2,5 frigories par kilogramme d'air traité représente le déchet inévitable de toute opération industrielle, et ce déchet se traduit ici par le fait que la quantité d'air liquide qui se reconstitue n'est pas tout à fait équivalente à celle qui s'évapore. C'est le rôle de la machine de détente à air liquide de combler le déchet en fournissant l'air liquide d'appoint, dont la quantité est d'ailleurs bien faible devant la quantité d'air à 3 atmosphères traitée.

Chaque kilogramme d'air liquide, en effet, de par sa chaleur latente de vaporisation, soit environ 50 calories, et de par la chaleur de réchauffement des gaz vaporisés, soit encore 50 calories, détient un total de 100 frigories disponibles. Comme nous venons de voir que chaque kilogramme d'air traité en dissipe seulement 2,5 à 3, il suit qu'un kilogramme d'air liquide fourni par la machine peut arriver à traiter jusqu'à 25 ou 30 kilogrammes d'air atmosphérique simplement comprimé à 3 ou 4 atmosphères. On conçoit dès lors à quelle économie il est possible d'arriver dans la fabrication de l'oxygène.

Telle est, en gros, l'essence des procédés qui ont été tout d'abord proposés. On y trouve comme caractéristique commune que l'air à traiter y est liquéfié totalement et fournit par suite un liquide à 21 0/0 d'oxygène qui, lors de son évaporation, doit parcourir, au prix d'une perte d'oxygène considérable, toute la gamme des concentrations avant d'atteindre la teneur désirée.

Ce mode opératoire a son origine dans une erreur surprenante de

Dewar, confirmée par Linde. D'après ces savants, le phénomène de la liquéfaction de l'air ne serait pas l'inverse de celui de la vaporisation; ses deux éléments se liquéfieraient simultanément et de bout en bout dans la proportion invariable qui constitue l'air atmosphérique. D'où, en l'absence de tout effet sélectif lors de la liquéfaction, la nécessité de pousser celle-ci jusqu'au bout et de faire porter tout l'effort de la séparation sur la vaporisation du liquide à 21 0/0 ainsi obtenu.

Cette théorie m'étonna par son allure antiphysique. En thèse générale, en effet, le phénomène de la condensation d'un mélange de fluides miscibles est l'inverse de celui de la vaporisation. Le gaz le plus volatil d'un tel mélange est, en même temps, le plus difficilement condensable. Des exemples de ces faits se rencontrent à chaque pas dans les travaux des Gibbs, des Van der Vaals, des Duhem, et les belles théories relatives à la coexistence des phases liquide et gazeuse sont une protestation avant la lettre des conclusions de Dewar.

J'ai donc été amené tout naturellement — précédé d'ailleurs à mon insu par le savant canadien Lesueur — à soupçonner l'erreur de l'éminent savant anglais, et j'ai pu prouver expérimentalement que l'anomalie signalée dans la condensation de l'air n'existe pas. Pour l'air comme pour les autres mélanges, la logique est de rigueur et la courbe représentative des particularités de l'évaporation peut, avec la même exactitude, faire prévoir toutes celles de la condensation. Exemple : pour que de l'air liquide qui s'évapore dégage des gaz à la teneur de l'air atmosphérique, soit 21 0/0, il doit, d'après la courbe, titrer lui-même 48 0/0. Eh bien! si de l'air atmosphérique est astreint à se liquéfier progressivement, la première goutte qui se formera sera du liquide très riche, titrant précisément 48 0/0.

Plus généralement encore, quand du liquide et du gaz de teneurs réciproques quelconques sont mis en contact suffisamment intime, il s'établit entre eux un échange qui tend rapidement vers un état d'équilibre tel qu'à une teneur finale A pour le liquide répond dans le gaz la teneur correspondante indiquée par la courbe. Le liquide à 21 0/0, par exemple, ne pourra subsister normalement qu'avec du gaz à 7 0/0, le liquide à 48 0/0 qu'avec du gaz à 21 0/0, etc.

Pour illustrer ces explications, on peut d'ailleurs faire une expérience intéressante. De l'oxygène sort par un tube. On plonge ce tube dans une éprouvette pleine d'air liquide à 21 0/0. L'oxygène

se dégage en bulles à travers le liquide; mais, lorsque ces bulles viennent crever à la surface, elles y éteignent une allumette : l'oxygène des bulles s'est condensé sous l'effet de la température très basse du liquide environnant et a été remplacé par une quantité correspondante d'azote plus volatil, de sorte que, pendant l'ascension de chaque bulle, la teneur du gaz s'y est établie progressivement à la teneur très faible de 7 0 0, correspondante à notre liquide à 21 0 0.

J'ai été assez heureux pour tirer parti de ces faits dans des conditions infiniment avantageuses, grâce à la liquéfaction partielle avec *retour en arrière* qui forme la base essentielle de mes procédés en matière d'extraction de l'oxygène.

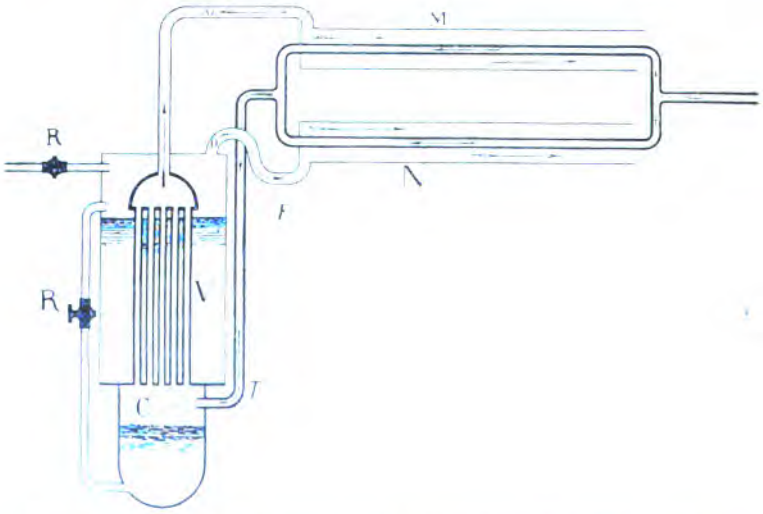


Fig. 6. — Appareil de séparation avec récupération et retour en arrière.

Considérons la *fig.* 6. Dès son arrivée par T au bas du faisceau, l'air comprimé et froid commence à se liquéfier et, nous le savons maintenant, ces premières gouttes liquides titrent 48 0 0. Appauvri par ce fait, l'air s'élève un peu plus dans le faisceau, et le liquide qui s'y forme, tout en ne titrant plus tout à fait 48 0 0, appauvrit encore par sa formation le gaz résiduel, qui abandonnera donc un peu plus haut du liquide plus pauvre, et ainsi de suite. Finalement, au sommet du faisceau, le résidu gazeux sera formé par de l'azote.

Mais, si aucun effet annexe ne se produisait, pour en arriver ainsi à l'azote presque pur, il nous faudrait, ici encore, liquéfier presque totalement notre air, de même que, dans le phénomène inverse de l'évaporation, ce n'est que tout à fait à la fin qu'on arrive à l'oxygène pur. Mais, de par la disposition même des choses, un fait capital intervient ici. Dès que de l'air liquide est formé en un point quelconque du faisceau, il retombe, par son poids, en sens inverse de l'air gazeux ascendant. C'est le *retour en arrière*. Il vient donc progressivement en contact avec un gaz progressivement plus riche que celui qui lui a donné naissance. Or, d'après ce que j'ai expliqué, l'équilibre n'est pas possible entre ce gaz et ce liquide, trop froid par rapport au gaz de par sa teneur exagérée en azote. Une partie de l'oxygène plus condensable du mélange gazeux va donc se liquéfier et prendre la place d'une partie de l'azote qui se vaporisera.

Le même fait se reproduira en chaque point du faisceau, et on voit que, dans son ensemble, le liquide descendant agira à l'égard du gaz ascendant comme une douche froide conduisant énergiquement l'oxygène de celui-ci et accélérant infiniment l'action d'épuisement due à la liquéfaction progressive.

Au total, le liquide formé, détenant l'intégralité de l'oxygène, s'écoule au bas du faisceau à une teneur pouvant atteindre 48 0/0, valeur théorique correspondant à l'air de 21 0/0, tandis que plus de moitié de l'air traité s'échappe par le tube T' à l'état d'azote pur, sans avoir eu besoin d'être liquéfié.

Quels sont les avantages de ce mode opératoire ? Ils sont tout simplement énormes. D'abord, nous obtenons directement et sans aucune complication de l'azote pur, que les procédés basés sur la liquéfaction totale de l'air ne peuvent fournir directement, puisque l'air liquide à 21 0/0 qu'ils fournissent, même au début de l'évaporation, dégage des gaz à 7 0/0 d'oxygène. Cette préparation si simple de l'azote pur est d'une portée industrielle extrême, car il est bien certain qu'un jour viendra où l'utilisation de ce sous-produit pour la fabrication de l'ammoniaque, de la cyanamide, des cyanures, sera l'un des côtés les plus intéressants de l'industrie qui nous occupe.

Mais, si le retour en arrière est précieux pour l'azote, il ne l'est pas moins au point de vue de l'oxygène. En effet, l'obtention directe d'un liquide détenant tout l'oxygène de l'air traité et titrant 48 0/0 au lieu de 21 0/0 supprime de l'évaporation ultérieure toute la partie com-

prise entre 21 et 48 0/0, pendant laquelle le tiers de l'oxygène de l'air traité s'échappe à une teneur comprise entre 7 et 21 0/0, donc sous une forme inutilisable. Supprimer cette perte, c'est donc relever de plus de 50 0/0 le rendement en oxygène !

Ces avantages du retour en arrière sont donc bien remarquables, et cependant son intérêt trouvera le moyen de s'accroître tout à l'heure considérablement encore.

Jusqu'à présent, la distillation fractionnée de l'air liquide n'a réussi à nous fournir que de l'air suroxygéné. Notre ambition va se hausser, maintenant, jusqu'à l'oxygène pur, grâce à l'entrée en scène des procédés de *rectification*, calqués sur ceux employés dans l'industrie de l'alcool.

L'idée d'appliquer la rectification à l'air liquide est évidente après les explications précédentes sur ce mélange de deux liquides miscibles aussi différemment volatils : aussi s'est-elle présentée à l'esprit de tous ceux qui se sont occupés d'air liquide et, en 1902, le Dr Linde a-t-il pu indiquer la possibilité d'appliquer textuellement aux appareils à oxygène les colonnes de rectification employées dans l'industrie de l'alcool.

Pour faciliter la compréhension de ces procédés, je décrirai le système très simple imaginé par notre collaborateur M. Lévy (*fig.* 7). V est le récipient évaporatoire, plein d'air liquide au début. F est le faisceau tubulaire, alimenté comme toujours par l'air à traiter, refroidi et comprimé à 3 ou 4 atmosphères.

Les gaz vaporisés dans V montent dans une colonne de rectification ordinaire. Le liquide à 21 0/0 formé dans F par la liquéfaction totale de l'air à traiter est déversé au sommet de la colonne d'une façon continue et s'écoule de plateau en plateau en sens inverse et au contact des gaz ascendants. Ceux-ci, lavés finalement par du liquide à 21 0/0, sortent de la colonne à 7 0/0. Comme les poids du liquide entrant et du gaz sortant sont égaux à chaque instant, puisqu'ils résultent d'une vaporisation et d'une liquéfaction concomitantes, mais que la teneur du liquide est triple de celle du gaz, il entre bien plus d'oxygène qu'il n'en sort, et la quantité d'oxygène présente dans la colonne augmente rapidement. Cela provient de ce que les effets analysés tout à l'heure pour le retour en arrière se reproduisent ici : le liquide pauvre déversé au sommet de la colonne, très froid de par sa teneur élevée en azote, se comporte, vis-à-vis des gaz ascendants, comme une douche froide condensant énergiquement l'oxygène, qui se

substitue dans le liquide à une quantité correspondante d'azote plus volatil. Le liquide descendant s'enrichit donc de plateau en plateau et sa teneur augmente progressivement, ainsi que celle du liquide de V. L'effet de cette rectification est si remarquable, en raison de la grande différence des volatilités, qu'après une courte mise en marche nous obtenons dans V de l'oxygène liquide *absolument pur*, et sur les plateaux, de bas en haut, toute la gamme des teneurs décroissantes depuis l'oxygène pur jusqu'au liquide à 21 0/0.

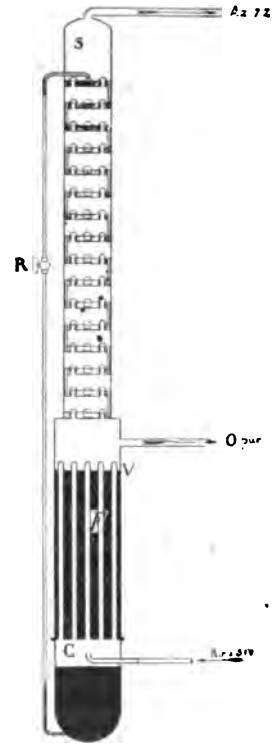


Fig. 7. — Appareil Lévy pour l'obtention de l'oxygène pur.

Si nous continuons ainsi, l'oxygène continuera à s'accumuler, puisqu'il continuera à entrer du liquide à 21 0/0 et à sortir du gaz à 7 0/0, et l'oxygène liquide pur envahira petit à petit, de bas en haut les plateaux successifs. Bientôt, le liquide des derniers plateaux lui-même deviendra trop riche pour épuiser efficacement l'oxygène des

gaz sortants, et la teneur de ceux-ci s'élèvera progressivement de 7 0/0 jusqu'à 21 0/0, résultat d'ailleurs évident *a priori*, car la quantité d'oxygène présente dans la colonne ne peut augmenter indéfiniment, et il est rigoureusement nécessaire qu'à partir d'un certain moment ce qui sort soit égal à ce qui entre et titre par suite 21 0/0. Il n'empêche que cette teneur de 21 0/0 des gaz en présence de liquide à 21 0/0 est anormale : elle est l'indice d'une surabondance d'oxygène que nous corrigerons en prélevant par T une partie de l'oxygène vaporisé et l'envoyant à travers des échangeurs aux appareils d'utilisation. Ce sera là le produit de notre fabrication. Plus nous en soustrairons ainsi, plus la teneur anormale des gaz en haut de la colonne s'abaissera : elle finira par tomber à 7 0/0, teneur normale des gaz lavés par du liquide à 21 0/0. A ce moment, le régime de marche sera établi, et c'est de l'oxygène pur que nous fabriquerons. Si nous continuions alors à augmenter le soutirage d'oxygène, il n'en monterait plus assez dans la colonne pour transformer en oxygène pur le liquide descendant, et la teneur baisserait petit à petit.

Quel rendement obtenons-nous ainsi? Le calcul est facile. Basons-nous, par exemple, sur le traitement de 100 d'air dans le faisceau. En négligeant les écarts peu importants de chaleurs spécifiques et latentes de l'oxygène et de l'azote, ces 100 d'air, en se liquéfiant, vaporisent 100 d'oxygène. Une partie de celui-ci est recueillie en T, l'autre est envoyée dans la colonne. Celle-ci doit suffire à transformer en oxygène pur, au cours de leur descente, les 100 de liquide à 21 0/0 déversés en haut de la colonne ; il y faut pour cela 79 d'oxygène, à quoi il faut ajouter environ 6 dans les gaz épuisés à 7 0/0. Sur les 100 d'oxygène vaporisés, nous en envoyons donc 85 dans la colonne et les 15 restants peuvent être ainsi recueillis; 100 d'air traités nous fournissent 14 à 15 d'oxygène pur sur les 21 qu'ils renferment. Le résultat est remarquable de simplicité et d'efficacité.

Que reste-t-il à faire pour atteindre à la perfection? Évidemment, à retenir les 7 0/0 d'oxygène qui, comme dans tout système basé sur la liquéfaction totale, accompagnent l'azote, de manière à obtenir cet azote à l'état de pureté et à réaliser l'intégralité du rendement en oxygène. Pour y arriver, il m'a suffi de combiner avec la rectification le procédé de retour en arrière précédemment décrit (*fig.* 8). L'air comprimé et froid arrive dans le faisceau F par la partie inférieure A et s'y liquéfie partiellement avec retour en arrière en fournissant,

conformément aux explications précédentes, un liquide détenant jusqu'à 48 0/0 d'oxygène et un résidu gazeux qui est de l'azote pratiquement pur. Ce dernier pénètre de haut en bas dans le faisceau F′ concentrique au premier et achève de se liquéfier en fournissant de l'azote liquide. Le liquide riche collecté en C est déversé en M, à la partie médiane de la colonne : il épuise donc les gaz ascendants jusqu'à concurrence de 21 0/0. Le liquide pauvre, collecté en C′, est déversé tout à fait au sommet de la colonne et soumet les gaz ascendants, au delà de M, à une rectification complémentaire, qui les épuise

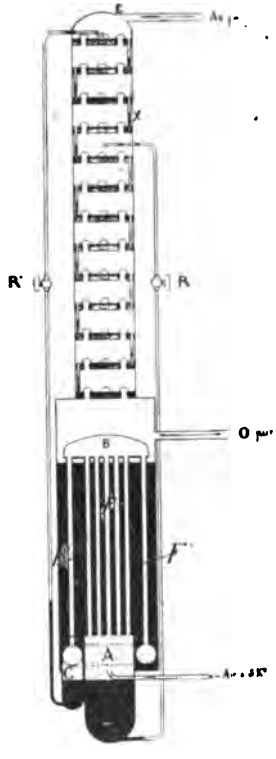
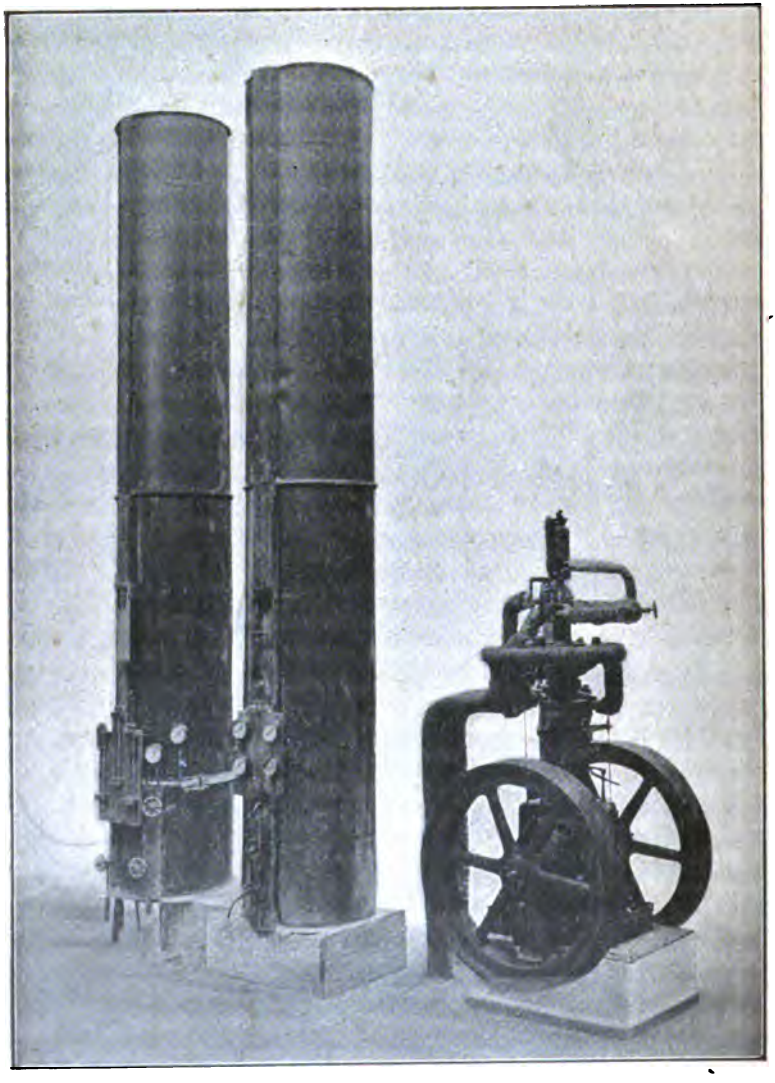


Fig. 8. — Appareil G. Claude pour la séparation intégrale de l'air en oxygène et azote.

complètement en oxygène. En résumé, tout l'oxygène, à un état de pureté pouvant atteindre 98 ou 99 0/0, sort par T ; tout l'azote, à un état de pureté analogue, sort par T′. Ainsi est résolu, par des moyens

dont on appréciera la simplicité, cet intéressant problème de physique



IG. 9. — Appareil G. Claude fonctionnant à l'usine de Boulogne-sur-Seine et produisant 1.000 mètres cubes d'oxygène par 24 heures.

industrielle consistant dans la séparation intégrale de l'air atmosphérique en oxygène pur et azote pur.

Telle est, dans ses grandes lignes, l'essence de mes procédés, procédés caractérisés, en ce qui concerne la liquéfaction de l'air, par l'application de la détente avec travail extérieur, et en ce qui concerne l'extraction de l'oxygène, par l'application du principe de la liquéfaction partielle.

Nous avons actuellement en fonctionnement courant à Boulogne-sur-Seine deux appareils fonctionnant sur les bases qui viennent d'être exposées.

L'un peut faire par jour 700 mètres cubes d'oxygène à 96-98 0/0, l'autre 1.000 mètres cubes. La figure représente la vue de ce dernier. On y voit, à droite, la machine productrice d'air liquide; au milieu, la colonne renfermant les échangeurs et le liquéfacteur, dont j'ai expliqué le rôle; enfin, à gauche, la colonne de distillation. On ne distingue naturellement pas le détail des appareils, protégés qu'ils sont contre la chaleur ambiante par un épais revêtement en matière calorifuge. Étant donné que la hauteur des colonnes est d'environ 4 mètres, on sera sans doute frappé par les dimensions extrêmement réduites de cet appareil, eu égard à l'énormité relative de sa puissance de production, qui dépasse de beaucoup la somme de celles de toutes les usines d'oxygène actuellement existantes en France.

Ce privilège de dimensions aussi réduites, les appareils à oxygène le doivent à la température extrêmement basse à laquelle ils fonctionnaient. Leur température absolue de fonctionnement étant 4 fois moindre que celle des colonnes à alcool, il en résulte que, toutes choses égales d'ailleurs, les gaz y circulent 4 fois plus denses.

On me permettra d'estimer, avant de terminer, que l'ère des grandes applications de l'oxygène est dès maintenant ouverte, et que cette ère, spécialement pour la métallurgie, les industries chimiques, celles de l'éclairage, ne sera rien moins qu'une ère de bouleversements profonds. Ce sont là des paroles qu'on estimera peut-être un peu enthousiastes ; et pourtant l'enthousiasme ne me semble pas exagéré en présence des procédés dont l'ambition est d'obtenir ce gaz si prodigieusement actif au taux de 1 mètre cube et plus par cheval-heure, c'est-à-dire de multiplier par 20 ou 30 l'efficacité des actuels procédés basés sur l'électrolyse de l'eau.

Chaleur de fusion et densité de la glace ;

Par M. A. Leduc [1].

I. *Chaleur de fusion de la glace.* — La chaleur de fusion de la glace compte parmi les constantes physiques fondamentales qui ne sont encore connues qu'avec une approximation peu satisfaisante.

Pour ne parler que des travaux les plus classiques, on sait que les expériences de Bunsen ont conduit à la valeur 80c,03, tandis que le nombre admis depuis Laprovostaye et Desains, confirmé par Regnault, était 79c,25.

L'écart entre ces deux nombres atteint sensiblement 1 0/0. Il semblait s'exagérer encore notablement par ce fait que l'unité de Bunsen était plus grande que celle de ses prédécesseurs.

On admettait en effet, il y a quelques années encore, que, comme l'avait trouvé Regnault, la chaleur spécifique de l'eau croissait très lentement de 0° à 20°, et que sa chaleur spécifique moyenne entre 0° et 100° (calorie de Bunsen) était 1,005 en fonction de la calorie à 12°. D'après cela, on pouvait considérer les anciens nombres comme exprimés indifféremment en calories à 0°, à 12° ou à 15°, tandis qu'il fallait multiplier par 1,005 le résultat de Bunsen. C'est ainsi que Bertin [2], analysant l'important mémoire de Bunsen, est conduit au nombre 80c,43.

Depuis que Rowland a montré l'existence d'un minimum de chaleur spécifique de l'eau, l'étude de la variation de celle-ci a été reprise par divers physiciens : Bartoli et Stracciati, Lüdin, etc.

Dans un rapport présenté au Congrès international de Physique réuni à Paris en 1900, M. Griffiths [3] propose d'admettre, conformément aux expériences de Callendar et Barnes, que la chaleur spécifique moyenne entre 0° et 100° est égale à la chaleur spécifique vraie vers 15° (13°,3 ou 16°, suivant la formule adoptée), et de prendre celle-ci pour unité, qui est en somme celle de Bunsen. La chaleur spécifique à 0° est alors 1,004.

---

(1) Séance du 19 janvier 1906.

(2) *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXIII, p. 61 et suiv.

(3) Rapport présenté au Congrès international de Physique, réuni à Paris en 1900.

Comparons maintenant les divers résultats envisagés plus haut. Le nombre de Bunsen, 80°,03, se trouve exprimé avec notre nouvelle unité, la calorie à 15°.

Dans les expériences de Laprovostaye et Desains, la température du calorimètre passe en moyenne de 24°,4 à 12°,6. La chaleur spécifique moyenne dans cet intervalle étant 0,999, leur résultat se trouve ramené à 79°,17. Comme, d'une part, les auteurs eux-mêmes donnent comme limite d'erreur 0°,3, et comme d'ailleurs nous ne sommes pas en mesure de faire les corrections résultant de la réduction des températures à l'échelle normale, notre correction est peu intéressante.

L'une des séries de Regnault, que nous estimons comme lui la meilleure, porte sur de la neige prise à une température à peine inférieure à 0° : la neige est sèche, et elle fond rapidement. Cette série a donné 79°,24 en fonction de la chaleur spécifique moyenne entre 7° et 16°. Converti en nouvelles unités, ce nombre devient 79°,29.

Mais Regnault admet, à défaut de renseignement sur ce point, que la chaleur spécifique de la glace est égale à celle de l'eau. Si cette chaleur spécifique était 0,5, comme on l'a affirmé, il faudrait appliquer une correction de 0°,2 (la neige étant prise en moyenne à — 0°,4), ce qui porterait la chaleur de fusion à 79°,49. Cette correction est probablement très exagérée.

La deuxième série d'expériences de Regnault, exécutée sur des fragments de glace fondante, lui a donné 79°,06. Ce nombre, obtenu à une température moyenne de 16°, ne comporte aucune correction.

En résumé, nous voyons que, par un hasard heureux, la correction omise par Bunsen se trouve être sans importance. L'écart brut entre le résultat obtenu par ce savant et la moyenne de ceux, bien concordants, obtenus par la méthode des mélanges, subsiste sans aggravation appréciable.

Il reste à trouver la cause de cet écart de 1 0/0.

La méthode des mélanges, appliquée dans des conditions variées par des expérimentateurs d'une habileté éprouvée, ne semble pas comporter une erreur aussi importante.

Dans la méthode du calorimètre à glace, la chaleur de fusion est donnée par la formule :

$$\lambda = \frac{Q(u' - u)}{nv},$$

dans laquelle u' et u désignent les volumes spécifiques de la glace et de l'eau, et Q le nombre de calories qui, versées dans le calorimètre, font rétrograder la colonne de n divisions de volume v.

Il est peu probable qu'un expérimentateur tel que Bunsen ait commis une erreur notable sur Q, n et v. Mais on voit immédiatement qu'une erreur très faible sur u' produit une erreur relative très importante sur $(u' - u)$. C'est pourquoi mon attention se porta de préférence sur u', c'est-à-dire sur la densité de la glace.

Or nous verrons tout à l'heure que la masse spécifique de la glace à 0° est 0,9176, au lieu de 0,91674 d'après Bunsen. Son volume spécifique est ainsi 1,0898, au lieu de 1,09082, et, comme le volume spécifique de l'eau à 0° est 1,00013, on a $u' - u = 0{,}0897$, au lieu de 0,09069. En réduisant le résultat de Bunsen dans le rapport de ces deux nombres, on trouve 79c,15, qui serait, d'après cela, la chaleur de fusion de la glace exprimée en calories à 15°.

Afin de supprimer une décimale complètement illusoire, et tenant compte de ce que les expériences de Regnault conduiraient à un nombre légèrement supérieur, je propose d'admettre :

$$\lambda = 79^c{,}2.$$

II. *Densité de la glace.* — La densité de la glace a été déterminée par un grand nombre de physiciens. Les résultats ont varié entre 0,905 et 0,950.

Parmi les expériences les plus concordantes, il convient de citer celles de Brunner (0,918), de Thomson, de Plucker et Geissler (0,920) et de Louis Dufour (0,914 à 0,922 : moyenne 0,9177). Bunsen, par une méthode fort ingénieuse, a trouvé 0,91674.

La principale difficulté provient de ce que la glace renferme des bulles de gaz, dont l'effet est évidemment d'en diminuer la densité. Or Bunsen déclare avoir réussi à former, dans un tube d'ailleurs assez étroit, de la glace parfaitement transparente et sans bulles.

Je n'ai pas été aussi heureux, malgré tout le soin apporté à cette expérience, et cependant les nombres obtenus ont toujours été supérieurs à 0,9172. Voici comment j'ai opéré.

Un flacon à densités, semblable à ceux employés par Regnault pour les densités de liquides, mais beaucoup plus grand (108 centimètres cubes), est rempli au-dessus du repère d'eau distillée, longuement bouillie et encore très chaude. Je fais bouillir à nouveau cette eau dans le flacon, en faisant progressivement le vide dans celui-

ci au moyen d'une pompe de Fleuss. Puis j'entoure le flacon d'un mélange réfrigérant de glace et sel. Après une surfusion plus ou moins importante, la congélation partielle se produit dans toute la masse.

Je sors alors presque complètement le flacon du mélange réfrigérant, et je réchauffe la partie supérieure : il se produit ainsi une couche de glace au fond du flacon pendant que les aiguilles disparaissent.

Je rétablis la pression atmosphérique au-dessus de l'eau, puis j'enfonce à nouveau le flacon, mais très progressivement, dans un bain d'eau salée entouré par le mélange réfrigérant convenablement entretenu. Au bout de trois à quatre heures, la congélation atteint le repère tracé sur le col capillaire du flacon. J'enlève l'eau qui dépasse ce repère. Il suffit de retirer le flacon du réfrigérant, de le laisser exposé quelque temps à l'air libre, puis de le plonger dans de l'eau légèrement tiédie, pour faire repasser la glace à l'état d'eau à la température ordinaire.

On procède alors à la pesée, avec toutes les précautions d'usage. Toutes corrections faites, je trouve, par exemple, que la masse de glace remplissant le flacon jusqu'au repère est 98^{gr},9679, à quelques dixièmes de milligramme près, — tandis que la masse d'eau distillée et bouillie qui le remplit pareillement à 0° est 107,8818.

Le quotient de ces deux nombres est 0,91737, et par suite la masse spécifique de cette glace à 0° paraît être 0,91725.

Mais, tandis que la partie solidifiée au début est parfaitement transparente, on voit dans la glace qui s'est formée ensuite des traînées de bulles gazeuses très fines, et même, dans la partie supérieure, des bulles assez grosses pour être distinguées à l'œil nu.

La *densité trouvée est donc de ce chef trop faible*. D'autre part, s'il est bien certain que la couche de glace en formation ne peut être qu'à 0°, il est bien évident que, lorsque la congélation commence au contact de la paroi, la face externe du vase étant plus froide que la face interne, cette dernière est comprimée par les couches extérieures, de sorte que la capacité de l'enveloppe se trouve légèrement réduite, comme si toute l'enveloppe était à une température comprise entre 0° et la température du bain salé. De même, lorsque la couche de glace qui recouvre la paroi a une certaine épaisseur, la température de cette couche varie graduellement de 0° à une température plus ou moins voisine de celle du réfrigérant.

Comme la glace est plus dilatable que le verre, elle tire sur l'enveloppe en même temps qu'elle comprime la couche interne. La diminution de capacité de cette sorte de vase de glace peut atteindre plusieurs dix-millièmes. Notons surtout que la masse de glace remplissant le flacon est *encore diminuée* pour cette cause et que le nombre 0,9172 *ne peut être approché que par défaut.*

Laissant de côté ce dernier point, je me suis attaché à faire disparaître les bulles. A cet effet, après plusieurs modifications qui avaient eu pour effet d'élever le résultat à 0,9174, je me suis arrêté au dispositif suivant.

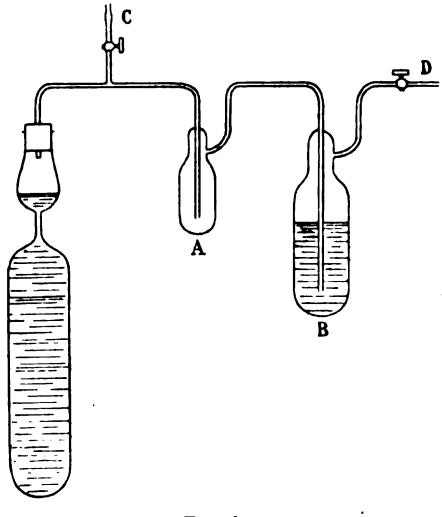


Fig. 1.

J'ai adapté au flacon à densités incomplètement rempli (105 à 106 centimètres cubes d'eau) un bouchon de caoutchouc sur lequel est ajusté un système de deux flacons laveurs de Cloëz A et B, avec tubulure et deux robinets C et D (*fig.* 1). Le flacon B, beaucoup plus grand que A, est garni d'huile de vaseline. Je fais le vide à la fois par C et D, et je chauffe B, de manière à priver l'huile des gaz dissous, par ébullition. L'eau bout aussi ; mais elle se refroidit en même temps, si bien que son ébullition s'arrête bientôt.

Lorsque l'ébullition de l'huile ne se fait plus que par à-coups, je ferme C et je chauffe légèrement le flacon à densités. L'eau bout à nouveau, et la vapeur dégagée vient barboter dans la vaseline.

Après ces préparatifs un peu longs, je provoque la congélation de l'eau comme plus haut, mais dans le vide. De grosses bulles ne tardent pas à se produire. On en provoque le départ au moyen d'un frappeur automatique formé par le marteau d'une forte sonnerie électrique, qui secoue continuellement le support du flacon.

La glace est très bulleuse. Dès que la congélation est terminée, on en provoque la fusion, en ménageant une petite couche au fond du flacon. Puis on recommence la congélation dans les mêmes conditions, c'est-à-dire dans le vide et avec frappeur. Les bulles apparaissent plus tard et sont moins nombreuses.

Enfin, après nouvelle refonte, je procède à une troisième congélation, dans le vide d'abord, avec le concours du frappeur, jusqu'à ce que l'eau remplisse le col capillaire du flacon. Puis je ferme le robinet C et je laisse rentrer l'air atmosphérique en D.

L'huile de vaseline remplit le laveur A, puis la partie du flacon à densités non occupée par l'eau, et cela sans la moindre bulle gazeuse. L'eau se trouve ainsi séparée de l'atmosphère par une colonne d'huile privée de gaz, ayant plus de 60 centimètres de longueur et très étroite pour la majeure partie. Il y a donc peu de chances pour que de l'air puisse venir se dissoudre dans l'eau pendant la congélation.

Néanmoins la glace, formée lentement (cette troisième congélation dure près de six heures), n'est pas encore parfaitement transparente dans la partie supérieure. On y voit une sorte de nébulosité filamenteuse due à des bulles quasi microscopiques, qui commence à apparaître dans l'axe du flacon lorsque les trois quarts environ de l'eau ont été congelés, et s'accentue vers la fin de l'opération.

La masse de glace remplissant le flacon jusqu'au repère est cette fois 98^{gr},9968, d'où la masse spécifique de la glace : 0,91752.

Une dernière expérience, dans laquelle l'eau a été congelée trois fois dans le vide, a donné le même résultat. La nébulosité n'avait d'ailleurs pas beaucoup diminué. Mais, à en juger par la variation d'aspect d'une expérience à l'autre, je suis porté à croire que sa disparition complète ne modifierait que faiblement la cinquième décimale.

Ainsi que j'ai eu l'occasion de le faire remarquer ailleurs, il faut bien se garder de prendre la moyenne des nombres obtenus, qui augmentent faiblement, mais systématiquement, à mesure que l'expérience se perfectionne.

Le nombre 0,9175 est certainement approché par défaut. Pour tenir compte dans une certaine mesure de l'erreur signalée plus haut, je propose d'admettre 0,9176, qui s'accorde aussi parfaitement que possible avec la moyenne de Louis Dufour : 0,9177.

III. *Analyse des gaz contenus dans l'eau.* — Il résulte de ce qui précède que l'eau bouillie pendant une heure, d'abord sous la pression atmosphérique, puis sous une pression de plus en plus réduite, retient une quantité de gaz capable, en se dégageant pendant la solidification, de fausser la densité de

$$0{,}9175 - 0{,}9172 = 0{,}0003.$$

En admettant que les bulles sont à la pression atmosphérique, il suffit, pour produire cet écart, de $0^{cmc},3$ de gaz par litre d'eau. Mais il y a plus. On a vu que la première moitié environ de la glace formée est parfaitement exempte de bulles. Cela tient à ce que les gaz expulsés pendant la première période se dissolvent dans l'eau avoisinante, et c'est seulement lorsque celle-ci en contient une certaine quantité que le gaz commence à se dégager partiellement en bulles, d'abord très ténues, puis de plus en plus grosses.

L'eau qui, à la fin de l'opération, dépasse le repère est donc relativement riche en gaz, et dégagerait, si on la congelait, plus de bulles que la partie sous-jacente. Le volume de gaz retenu par l'eau bouillie et expulsé pendant la congélation peut donc être notablement supérieur à $0^{cmc},3$ par litre.

Dans ses expériences, Bunsen congèle entièrement l'eau qui a longuement bouilli sous la pression atmosphérique. Si l'on admet que la seule cause d'écart entre son nombre et le mien (0,91674 à 0,9176) est celle qui nous occupe, on en conclut que cette eau bouillie retient près d'un centimètre cube de gaz par litre. Pour m'en rendre compte directement, j'ai institué l'expérience suivante.

Un ballon d'un litre et demi environ (*fig.* 2), à peu près rempli d'eau, est fermé par un bouchon de caoutchouc couvert de vaseline, dans les trous duquel passent :

1° Un tube d'un mètre de long, recourbé verticalement et plongeant dans une cuvette à mercure ;

2° Un tube C à robinet établissant la communication soit avec une pompe de Fleuss, soit avec une trompe à mercure, par l'intermédiaire de tubes desséchants à acide sulfurique et à anhydride phosphorique.

Le ballon étant entouré de glace, je fais rapidement le vide au moyen de la pompe, jusqu'à produire l'ébullition à 0°. Fermant alors C, je chauffe l'eau jusqu'à 100°, et je continue l'ébullition jusqu'à ce qu'il ait disparu un dixième environ de l'eau du ballon.

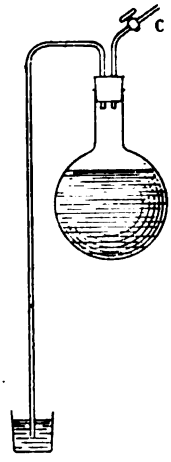


Fig. 2.

Je ramène alors l'eau à 0°, et j'adapte la trompe en C. Lorsqu'elle ne débite plus de gaz en quantité appréciable, j'ouvre le robinet C. Au bout de quelque temps, n'ayant pas recueilli $0^{cmc},1$ de gaz, je referme C. Puis je fais congeler l'eau à peu près comme je l'ai dit plus haut, mais en suppléant au frappeur automatique par des chocs appliqués de temps à autre seulement. De nombreuses bulles se dégagent ; d'autres restent emprisonnées dans la glace. Bien que très grosses, elles ne contiennent guère de gaz. Cependant, bien que j'aie dû mettre fin à l'expérience sans attendre la congélation complète, j'ai pu extraire du ballon, au moyen de la trompe, $0^{cmc},7$ environ de gaz.

Un deuxième essai dans les mêmes conditions n'a pu être mené à bonne fin, le ballon s'étant brisé pendant la solidification.

Quoique cette expérience unique laisse beaucoup à désirer au point de vue quantitatif, et malgré l'intérêt que cela présente au point de vue de l'analyse des gaz dissous par l'eau, je me propose, lorsque j'en aurai le loisir, de porter d'abord mon attention sur la nature des gaz retenus par l'eau longuement bouillie.

Remarque. — Ces observations sont en conformité avec celles que

j'ai eu l'occasion de faire au cours de mes recherches sur les densités de gaz, et notamment du chlore et du protoxyde d'azote.

Lorsque, pour obtenir la densité de ce dernier, on veut opérer sur le gaz extrait du protoxyde liquéfié du commerce, il ne suffit pas de faire bouillir le liquide longuement, mais lentement, pour le débarrasser des gaz qu'il tient en dissolution. En le solidifiant en neige par ébullition rapide, et continuant à faire le vide sur cette neige, on expulse bien plus efficacement, quoique non intégralement, ces gaz : la densité augmente en effet, mais sans atteindre encore celle du protoxyde pur.

Ordre de grandeur des forces électromotrices mises en jeu dans les antennes réceptrices ;

Par M. C. Tissot [1].

L'évaluation des forces électromotrices mises en jeu dans les antennes réceptrices est intéressante à divers points de vue.

D'une part, parce que certains détecteurs (les cohéreurs par exemple) paraissent surtout sensibles à la force électromotrice maximum ou amplitude du potentiel.

La comparaison des effets exercés, dans des conditions identiques aux conditions d'emploi, sur les détecteurs de ce type par des forces électromotrices connues, peut seule permettre une appréciation rationnelle de leurs qualités.

D'autre part, parce que la plupart des dispositifs connus sous les noms de « jiggers » ou « résonateurs » ont pour principal effet de « *ramasser* » l'énergie mise en jeu dans l'antenne en en transformant les facteurs de manière à produire une élévation de tension aux bornes du détecteur.

La détermination des forces électromotrices mises en jeu dans ces divers systèmes peut permettre de se rendre un compte exact du « rendement » de la transformation réalisée et d'exercer un choix méthodique entre les dispositifs qu'un empirisme parfois heureux a conduit à adopter :

---

(1) Séance du 19 janvier 1906.

1° La détermination de l'intensité efficace à la base d'une antenne réceptrice reliée à la terre permet de calculer l'amplitude du courant quand on connaît les valeurs de la période et de l'amortissement des oscillations dans cette antenne.

S'il s'agit, par exemple, d'une antenne filiforme simple attaquée par une antenne accordée, l'oscillation fondamentale est prépondérante, et l'intensité du courant a la forme :

$$i = i_0 e^{-\gamma \frac{t}{T}} \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos \frac{\pi x}{2l},$$

et prend la valeur $i = i_0 e^{-\gamma \frac{t}{T}} \sin 2\pi \frac{t}{T}$ au ventre d'intensité, c'est-à-dire à la base de l'antenne, en désignant par T la période et par γ le décrément de l'oscillation.

La lecture des indications d'un instrument thermique (bolomètre, par exemple) intercalé entre l'antenne et la terre, fournit une valeur i_{eff} qui correspond — en régime permanent — à un certain nombre n de trains d'ondes reçus par seconde.

On a sensiblement :

$$i_{eff}^2 = n \int_0^\infty i^2 dt = \frac{i_0^2}{4\gamma} \cdot \frac{4\pi^2}{4\pi^2 + \gamma^2} nT.$$

On peut obtenir une relation immédiate entre l'amplitude du courant à la base de l'antenne et l'amplitude du potentiel au sommet en évaluant de deux manières différentes l'énergie mise en jeu dans le système.

L'énergie électrique a pour expression :

$$W = \frac{1}{4} CV_0^2,$$

si l'on désigne par V_0 l'amplitude du potentiel et par C la capacité du système (constitué par l'antenne et son *image*).

L'introduction du facteur $\frac{1}{2}$ résulte de la distribution solénoïdale des tensions le long de l'antenne (supposée filiforme).

L'évaluation de l'énergie magnétique s'obtient en intégrant l'expression $\frac{1}{2} Li^2$ de l'énergie d'un élément de courant pour toute

l'antenne, et fournit la valeur :

$$W = \frac{1}{4} L i_0^2,$$

où i_0 représente l'amplitude du courant à la base et L le coefficient de self-induction pour un courant superficiel *homogène* (pour l'antenne et son image).

L'identification des deux expressions de l'énergie donne :

$$V_0 = i_0 \sqrt{\frac{L}{C}},$$

soit numériquement :

$$V_0 \text{ en U. E. S.} = \frac{\sqrt{L \text{ en U. E. M.}}}{\sqrt{C \text{ en U. E. S.}}} \times i_0 \text{ en U. E. M.}$$

D'ailleurs, pour une antenne filiforme de longueur l, c'est-à-dire pour un conducteur de longueur $2l$ (antenne et image) et de rayon r, on a sensiblement :

$$C = \frac{2l}{2L \frac{2l}{r}} \text{ en U. E. S.}$$

Et $L = 4l \left\{ L \frac{4l}{r} - 1 \right\}$ ou sensiblement $L = 2l \,.\, 2L \frac{2l}{r}$ en U. E. M.

Soit $\sqrt{\frac{L}{C}} = 2L \frac{2l}{r}$, au même degré d'approximation que $CL = 4l^2$, c'est-à-dire :

$$V_0 \text{ en U. E. S.} = 2L \frac{2l}{r} i_0 \text{ en U. E. M.}$$

D'ailleurs, de même que l'on a l'amplitude du courant et l'intensité efficace au ventre d'intensité (terre) :

$$i_{eff}^2 = \frac{i_0^2}{4\gamma} \frac{4\pi^2}{4\pi^2 + \gamma^2} nT,$$

on a aussi la relation

$$V_{eff}^2 = \frac{V_0^2}{4\gamma} \cdot \frac{4\pi^2}{4\pi^2 + \gamma^2} nT$$

entre l'amplitude du potentiel et la force électromotrice efficace au ventre de tension (sommet).

Et par suite :

$$V_{eff} \text{ en U. E. S.} = 2L \frac{2l}{r} i_{eff} \text{ en U. E. M.}$$

2° Voici, par exemple, les valeurs numériques que l'on obtient en partant des intensités efficaces relevées sur des antennes filiformes simples.

Les observations se rapportent à des postes situés à différentes distances : on les a ramenées à la distance uniforme de 1 kilomètre.

Antennes d'émission et de réception identiques de 50 mètres de longueur et de $0^{cm},4$ de diamètre ; — émissions par étincelles de 5 centimètres ; — nombre d'interruptions $n = 20$ par seconde ; intensité efficace (au bolomètre dans l'antenne réceptrice) :

$i_{eff} = 2,70 \,.\, 10^{-3}$ ampère ;
$l = 5 \,.\, 10^{3}$ centimètres ;
$r = 0^{cm},2$;
$T = 0,65 \,.\, 10^{-6}$;
$\gamma = 0,4$ (moyenne des décréments des oscillations dans les antennes d'émission et de réception).

$$\begin{cases} V_{eff} \text{ calculé} = 1,75 \text{ volt} ; \\ V_0 \text{ calculé} = 610 \text{ volts.} \end{cases}$$

Antennes d'émission et de réception identiques de 50 mètres de longueur et de $0^{cm},4$ de diamètre ; — émissions par étincelles de 5 centimètres ; — nombre d'interruptions $n = 30$ par seconde.

$l = 5,6 \,.\, 10^{3}$ centimètres ;
$r = 0^{cm},2$;
$T = 0,8 \,.\, 10^{-6}$;
$\gamma = 0,4$ (moyenne des décréments des oscillations dans les antennes d'émission et de réception).

On a trouvé $i_{eff} = 3,8 \,.\, 10^{-3}$ ampère (au bolomètre dans l'antenne réceptrice).

$$\begin{cases} V_{eff} \text{ calculé} = 2,5 \text{ volts} ; \\ V_0 \text{ calculé} = 645 \text{ volts.} \end{cases}$$

3° Les calculs précédents ne peuvent évidemment prétendre qu'à une première approximation. Néanmoins l'ordre de grandeur indiqué doit permettre d'aborder la mesure directe par les méthodes électrométriques ordinaires.

Le contrôle que je me suis proposé de faire paraît à première vue

présenter quelques difficultés, car il s'agit d'opérer une mesure au sommet d'une antenne reliée au sol à la base.

La disposition particulière du poste récepteur choisi a permis de réaliser très approximativement les conditions voulues.

Ce poste se trouve situé au pied d'un tertre d'une quinzaine de mètres de hauteur sur lequel est établi le mât support d'antenne.

Avec un conducteur coudé présentant une projection verticale d'une trentaine de mètres, on peut obtenir une antenne accordée dont le sommet soit accessible.

Il suffit, en effet, de donner une légère courbure à la portion supérieure de l'antenne pour en amener le sommet à la hauteur de la fenêtre d'une maison bâtie sur le tertre.

L'extrémité de l'antenne pénètre par la fenêtre et est reliée à l'aiguille (et à l'une des paires de quadrants) d'un électromètre installé à un étage supérieur.

L'autre paire de quadrants est reliée, par l'intermédiaire d'un condensateur de capacité notable (2 microfarads), à une terre auxiliaire constituée par une dizaine de mètres carrés de toile métallique étendue sur le sol de la maison, c'est-à-dire au sommet du tertre.

Dans une première série d'expériences, on a dû faire usage comme antenne d'émission d'une antenne multiple à quatre branches parallèles, de 54 mètres de longueur.

L'antenne réceptrice *simple*, accordée, présentait une longueur totale de 70 mètres et une projection verticale de 32 mètres.

Un électromètre Mascart du modèle courant peut suffire à l'observation, à condition de le régler à la plus grande sensibilité possible.

On amenait, par exemple, l'électromètre à donner une déviation de 80 divisions pour une force électromotrice de 10 volts (continue), c'est-à-dire pour 10 volts efficaces.

La durée des oscillations de l'équipage étant relativement longue, on prolongeait les émissions pendant trente secondes pour obtenir en régime permanent, sous l'action des ondes, une déviation fixe du spot.

Une série d'une vingtaine d'émissions a donné des déviations parfaitement constantes et comprises entre 16 et 18 divisions.

Ce qui correspond à une force électromotrice efficace de $4^{v},6$.

L'intensité efficace relevée au bolomètre, à la base de l'antenne réceptrice, était :

$$i_{eff} = 5,7 \,.\, 10^{-3} \text{ ampère.}$$

Comme on a ici :

$$l = 7 \,.\, 10^3 \text{ centimètres,}$$
$$r = 0^{cm},2,$$

$$2L \frac{2l}{r} = 22,2.$$

Et V_{eff} (calculé) $= 3^v,8$.

Les valeurs obtenues sont bien du même ordre de grandeur.

La différence peut être attribuée, pour une part, à l'effet des harmoniques.

Elle provient aussi du fait que l'intensité efficace relevée correspond nécessairement au cas où le bolomètre, c'est-à-dire où une résistance de $17^{\omega},5$, se trouve intercalé entre l'antenne et la terre, tandis que la valeur qui devrait figurer dans le calcul est celle du courant dans l'antenne supposée directement reliée à la terre.

La valeur que fournit la mesure est plus faible que la valeur que donnerait un instrument de résistance négligeable.

On peut se rendre compte de l'influence exercée par la résistance de l'instrument de mesure en intercalant en série avec le bolomètre, c'est-à-dire entre l'antenne et la terre, des résistances non inductives croissantes.

On trouve ainsi que l'intensité peut être exprimée d'une manière fort approchée en fonction de la résistance variable par une relation de forme simple.

Sans insister pour l'instant sur l'interprétation qui peut en être donnée, et sur laquelle je reviendrai ultérieurement, on peut noter le point suivant :

En portant en abscisses les résistances et en ordonnées les valeurs du courant, on obtient une courbe d'*allure* hyperbolique qui coupe l'axe des Y en un point dont l'ordonnée représente vraisemblablement la valeur que fournirait la mesure du courant si le bolomètre avait une résistance nulle.

Dans l'expérience précédente, cette valeur serait égale à $6,6 \,.\, 10^{-3}$ ampère.

Et donnerait pour la force électromotrice efficace au sommet :

$$V_{eff} = \frac{22,2 \,.\, 6,6 \,.\, 3 \,.\, 10^2}{10^4} = 4,4 \text{ volts,}$$

valeur qui concorde parfaitement avec celle qui a été obtenue par mesure électromotrice directe, qui est de 4,6 volts [1].

4° On sait qu'en pratique on procède en général dans les réceptions sur cohéreurs par « système indirect ». C'est-à-dire que l'antenne agit par induction (à la base) sur un enroulement secondaire dont les extrémités sont reliées au cohéreur.

La mesure des forces électromotrices efficaces aux extrémités de pareils enroulements peut aussi être opérée à l'électromètre.

Les valeurs que nous avons obtenues sont évidemment assez variables, selon le type d'enroulement adopté et le rapport qui existe entre le nombre de tours des deux circuits.

Sans insister sur les relations générales que fournissent ces mesures, nous indiquerons seulement que les forces électromotrices efficaces qui correspondent dans chaque cas aux conditions les plus favorables de réception pour un montage donné sont du *même ordre de grandeur* que celles qui ont été données ci-dessus.

(Soit 4 à 5 volts à la distance de 1 kilomètre pour des systèmes en résonance, — étincelles de 5 centimètres ; — 25 à 30 trains par seconde).

Nous reviendrons ultérieurement sur les conséquences qui en résultent au point de vue du fonctionnement des cohéreurs à distance.

---

(1) Une expérience ultérieure exécutée avec deux antennes simples identiques de 55 mètres de longueur, à la distance de 1 kilomètre, a donné :

étincelles de 5 centimètres à l'émission — 30 trains par seconde ;

intensité à la base de l'antenne réceptrice (mesurée au bolomètre) :

$$i_{eff} = 2,7.10^{-3} \text{ ampère.}$$

D'où

$$V_{eff} \text{ (calculé)} = 1^{v},75 \text{ ;}$$

force électromotrice efficace au sommet de l'antenne réceptrice (mesurée à l'électromètre) :

$$V_{eff} = 1^{v},85.$$

L'accord est aussi satisfaisant que possible.

Passage de l'électricité à travers des couches de gaz épaisses. Loi de Paschen. Application à la haute atmosphère (1);

Par M. E. Bouty (2).

1. — Quand on opère sur une couche de gaz suffisamment épaisse et que la pression n'est pas trop petite, la formule des champs critiques se réduit à un seul terme:

$$y = a\sqrt{p(p+b)}. \tag{1}$$

y est le champ critique, p la pression, a une constante que nous avons désignée sous le nom de *cohésion diélectrique* du gaz, b une quantité qui est constante pour une couche de gaz d'épaisseur invariable, et dont nous nous proposons d'étudier la variation avec l'épaisseur. Tel est le premier objet du présent Mémoire.

2. — Je produis le champ constant, à l'intérieur duquel est placée la masse gazeuse en expérience, à l'aide d'un condensateur à plateaux. Pour opérer sur des couches gazeuses épaisses, sans sacrifier la régularité du champ, il faut donc employer des plateaux de très grande surface. J'ai fait usage de plateaux de zinc de 1 mètre et de $1^m,70$ de diamètre.

Un premier condensateur était de construction trop légère et se gondolait très notablement sur les bords. Je lui en substituai un autre, beaucoup plus rigide, dans lequel la distance des plateaux ne variait pas, d'un point à un autre, de la cent cinquantième partie de sa valeur. Deux séries d'expériences, faites avec un même ballon de 12 centimètres d'épaisseur, n'offrent cependant aucune différence systématique. On s'en convaincra par le tableau suivant, dans lequel les nombres obtenus avec le condensateur défectueux sont marqués d'un astérisque (3).

---

(1) Voir *Bulletin des Séances*, p. 96, 232; 1903; p. 134; 1904 et *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 401; t. III, p. 12, 489 et 593; t. IV, p. 317; — et Congrès de Grenoble 1895 (*Assoc. pour l'av. des Sciences*).

(2) Séance du 16 mars 1906.

(3) J'ai tenu à montrer par cet exemple combien faible est l'influence d'irrégularités des plateaux éloignées de la région centrale occupée par le gaz.

I. — *Air.*

Épaisseur, 12^{cm}. — Plateaux de 1^{m}; distance des plateaux, 15^{cm}.

p	y Observé	y Calculé	Différence
2,303	1070	1102	+ 30
*2,189	1035	1053	+ 20*
2,141	1029	1033	+ 4
*2,088	992	1011	+ 19*
2,026	982	985	+ 3
1,712	852	851,5	— 0,5
*1,633	836	818	— 18*
*1,359	702	700	— 2*
1,257	657,5	656,5	— 1
*1,015	567	553	— 14*
0,902	508	503,5	— 4,5
0,731	429	428	— 1
*0,630	393	383	— 10*
0,564	363,5	354	— 9,5
0,310	241,5	234,5	— 7
*0,288	225	223,5	— 1,5*
0,185	166,5	169,5	+ 3
0,120	121,8	131,4	+ 9,6
*0,113	119,5	127	+ 7,5*
0,0667	99	94,7	— 4,3
Erreur moyenne.....	Condensateur défectueux.		— 1,12
	— parfait.....		+ 1,83

Les valeurs de y ont été calculées par la formule :

$$y = 419\sqrt{p\,(p + 0,7)}; \tag{2}$$

419 est la cohésion diélectrique de l'air calculée par les anciennes expériences qui, étendues à des pressions plus élevées, déterminent ce coefficient avec plus d'exactitude. Les pressions ont toujours été supérieures à un demi-millimètre et, dans ces conditions, la formule (2) est parfaitement suffisante.

3. — Avec un ballon en forme de tonneau d'environ 8^{cm},7 de diamètre équatorial et 20 centimètres de diamètre dans le sens du champ, j'ai opéré comparativement sur le condensateur de 1 mètre et sur celui de 1^{m},70 de diamètre, en plaçant les plateaux à une même distance de 24 centimètres. Dans le tableau suivant, les nombres marqués d'un astérisque se rapportent au grand condensateur.

II. — *Air.*

Épaisseur, 20 centimètres.

p	y Observé	y Calculé	Différence
*1,447	668,4	687,1	+ 18,7*
1,408	666,7	672,3	+ 5,6
1,301	627,4	636,9	+ 9,5
*1,242	596,4	602,0	+ 5,6*
*1,234	593,3	598,6	+ 5,3*
1,214	580,9	587,0	+ 6,1
1,112	552,5	547,0	— 5,5
*0,906	464,3	459,1	— 5,2*
0,889	453,8	448,2	— 5,6
*0,823	423,5	424,8	+ 1,2*
0,802	422,1	414,7	— 7,4
*0,625	340,8	338,5	— 2,3*
0,590	337,5	323,3	— 14,2
0,5575	312,5	309,5	— 3
*0,398	241,7	239,0	— 2,7*
0,389	241,0	234,9	— 6,1
0,3255	211,6	206,3	— 5,3
0,240	163,4	166,8	+ 3,4
*0,234	164,6	164,5	— 0,1*
0,192	140,0	143,7	+ 3,7
*0,145	119,8	119,8	0 *
0,1056	102,1	98,6	— 3,5
*0,0983	88,9	94,5	+ 5,6*
0,0850	87,3	86,7	— 0,6
*0,0651	68,8	74,4	+ 5,6*
0,0526	62,1	65,8	+ 3,7
0,0471	60,75	62,2	+ 1,45
*0,03475	50,0	52,6	+ 2,6*
0,0288	46,6	46,6	0
0,0256	46,0	44,6	— 1,4
*0,0177	38,6	36,4	— 2,2*
0,0149	35,5	33,7	— 1,8
*0,0111	31,7	29	— 2,7*
Erreur moyenne.....	Condensateur de $1^m,70$....		+ 2,15
	— 1^m ».....		— 0,92

Les nombres calculés ont été obtenus par la formule :

$$y = 419 \sqrt{p\,(p + 0,42)}. \tag{3}$$

Au premier abord, il est impossible de distinguer les nombres des deux séries; cependant il y a une très légère différence systématique,

égale en moyenne à trois unités, et dans un sens tel qu'avec le grand condensateur les champs critiques observés sont un peu plus faibles, ce que l'on devait attendre *a priori*.

Avec le plus grand condensateur, le rapport de la distance des plateaux à leur diamètre était $\frac{24}{170}$ ou un peu moins de $\frac{1}{7}$; il est de $\frac{24}{100}$, c'est-à-dire presque de $\frac{1}{4}$, avec le plus petit. Nous en concluons qu'une distance des plateaux atteignant même le quart de leur diamètre est parfaitement admissible dans ces expériences.

4. — Cette observation a permis de faire des mesures avec un tube cylindrique de $7^{cm},8$ de diamètre et de $37^{cm},8$ de long, dans la direction du champ ; les plateaux du condensateur de $1^{m},70$ étaient à la distance de 40 centimètres. Le rapport $\frac{4}{17}$ de la distance au diamètre est encore un peu inférieur à $\frac{1}{4}$. Le tableau suivant se rapporte à cette série de mesures.

III. — *Air*.

Épaisseur, $37^{cm},8$.

	y		
p	Observé	Calculé	Différence
0,8545	395,1	403,8	+ 8,7
0,697	333,1	336,7	+ 3,6
0,5605	280,2	279,2	— 1,0
0,489	254,2	248,4	— 5,8
0,4005	215,0	210,5	— 4,5
0,3485	193,0	188,1	— 4,9
0,329	178,6	178,9	+ 0,3
0,2645	155,7	151,9	— 4,2
0,2425	143,9	141,8	— 2,1
0,1521	104,6	101,0	— 4,6
0,1241	88,7	87,7	— 1,0
0,0977	72,8	74,1	+ 1,3
0,0620	54,9	56,6	+ 1,7
0,0538	51,1	51,6	+ 0,5
0,0333	38,3	39,2	+ 0,9
0,0255	33,8	33,8	0
0,0247	32,5	33,2	+ 0,7
0,0191	29,1	28,9	— 0,2
0,0136	24,8	24,1	— 0,7
0,0107	22,8	21,5	— 1,5

Les nombres calculés ont été obtenus par la formule :

$$(4) \qquad y = 419\sqrt{p\,(p + 0{,}23)},$$

et serrent de très près l'observation, même à la pression de un dixième de millimètre. Pour cette pression, l'influence propre de la paroi est encore négligeable.

5. — Comparons les résultats des trois groupes d'expériences ci-dessus et des expériences plus anciennes [1], relatives à des ballons dont le diamètre dans le sens du champ était seulement de $5^{cm},6$.

Nous remarquons d'abord que la formule (1) réduite à un terme s'applique à des pressions de plus en plus basses, à mesure que le diamètre du ballon ou du tube, évalué dans la direction du champ, est plus considérable. Ainsi, avec le ballon de $5^{cm},6$, le terme en $\frac{1}{p}$ de la formule complète affectait déjà de une unité les valeurs calculées du champ critique pour une pression de $0^{cm},84$; avec le tube de $37^{cm},8$, on n'observe une altération égale que pour une pression de $0^{cm},015$.

On peut en conclure avec une très grande probabilité ce que nous admettions déjà antérieurement, à savoir que ce premier terme seul est réellement afférent au gaz, l'autre étant plus ou moins lié à l'état de la paroi.

6. — Nous voyons, en second lieu, que le coefficient a du radical, la *cohésion diélectrique*, se maintient invariable pour un gaz donné, quelque grande que soit l'épaisseur e de la masse intéressée à la décharge. C'est bien un coefficient spécifique du gaz.

7. — En ce qui concerne le coefficient b, sa valeur trouvée avec le ballon de $5^{cm},6$ était 1,4. Mettons en regard les valeurs tirées des formules (2), (3) et (4), nous obtenons le tableau suivant :

IV. — *Air.*

Influence de l'épaisseur.

e	b	be
5,6	1,4	7,84
12	0,7	8,4
20	0,42	8,4
37,8	0,23	8,7
	Moyenne.....	8,36

[1] Voir *Bulletin des Séances*, p. 234 ; 1903 ; et *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 415 ; 1903.

Le coefficient b, *tout au moins à partir d'une certaine épaisseur minimum de la masse gazeuse* [1], varie en raison inverse de cette épaisseur.

8. — Les expériences rapportées ci-dessus sont relatives à l'air. J'ai aussi expérimenté avec l'hydrogène.

Les résultats suivants se rapportent à de l'hydrogène électrolytique et ont été obtenus avec le ballon de 12 centimètres.

V. — *Hydrogène électrolytique.*

Épaisseur, 12 centimètres.

p	y Observé	y Calculé	Différence
4,395	1015,9	1009,6	— 6,3
4,270	959,1	984,0	+ 24,9
3,987	929,4	925,5	— 3,9
3,857	893,9	898,7	+ 4,8
3,690	852,2	864,0	+ 11,8
3,374	788,7	798,6	+ 9,9
2,726	676,7	664,2	— 12,5
2,588	639,5	635,5	— 4,0
2,456	607,8	607,8	0
1,756	465,5	461,0	— 4,5
1,283	386,8	360,1	— 26,7
0,951	293,5	288.0	— 5,5
0,806	262,2	255,8	— 6,4
0,521	184,8	189,8	+ 5,0
0,403	157,1	160,9	+ 3,4
0,165	87,1	94,5	+ 7,4
0,1047	77,3	74,3	— 3,0

La formule employée pour le calcul est

$$y = 205\sqrt{p(p + 1,125)}\ ;$$

avec un ballon de $16^{cm},3$, on a trouvé

$$y = 205\sqrt{p(p + 0,83)}.$$

9. — Voici, enfin, les résultats obtenus avec de l'hydrogène (préparé par le zinc et l'acide sulfurique) et avec le ballon de 20 centimètres :

---

[1] Pour de faibles épaisseurs (de 3 à 5 centimètres), ce coefficient m'avait paru constant.

VI. — *Hydrogène.*

Épaisseur, 20 centimètres.

p	y Observé	y Calculé	Différence
2,828	636,8	646,1	+ 9,3
2,620	601,6	603,3	+ 1,7
2,180	513,4	512,3	— 1,1
1,760	422,8	425,2	+ 2,4
1,409	362,3	352,2	— 10,1
1,269	331,0	322,8	— 8,2
0,719	210,1	206,0	— 4,1
0,664	194,0	194,0	0
0,318	112,8	115,5	+ 2,7
0,1675	83,0	76,6	— 6,6
0,1000	56,0	57,4	+ 1,4
0,0572	46,5	42,2	— 4,3

La formule empirique est :

$$y = 205 \sqrt{p\,(p + 0{,}685)}; \tag{5}$$

205 est la cohésion diélectrique de l'hydrogène, déterminée au moyen du ballon de $5^{cm},6$, avec lequel on avait $b = 2{,}25$.

En résumé, on a :

VII. — *Hydrogène.*

Influence de l'épaisseur.

e	b	be
5,6	2,25	12,6
12	1,125	13,5
16,3	0,83	13,53
20,0	0,685	13,7
	Moyenne.....	13,33

Le coefficient b est encore en raison inverse de l'épaisseur.

Cela posé, la formule des champs critiques, pour des pressions telles que l'influence des parois soit négligeable, peut s'écrire :

$$y = a \sqrt{p\,(p + b)} = a \sqrt{p \left(p + \frac{k}{e}\right)}; \tag{6}$$

k est, comme a, une constante spécifique du gaz, égale à 8,36 pour l'air, à 13,33 pour l'hydrogène.

10. — La différence de potentiel Y entre les deux extrémités de la colonne gazeuse traversée par l'effluve n'est pas une donnée immé-

diate de mes expériences. On la détermine en multipliant le champ critique y par l'épaisseur e :

$$(7) \qquad Y = ey = ae\sqrt{p\left(p + \frac{k}{e}\right)} = a\sqrt{pe\,(pe + k)}.$$

Elle ne dépend que du produit de la pression par l'épaisseur, c'est-à-dire qu'à température constante elle ne dépend que de la masse gazeuse, rapportée à l'unité de section.

J'ai démontré ailleurs [1] qu'à masse constante et à volume constant le champ critique y et par conséquent la différence de potentiel Y sont indépendants de la température. Il en résulte que Y *ne dépend, en définitive, que de la masse gazeuse intéressée rapportée à un centimètre carré de section.*

11. — Ce qu'on nomme *différence de potentiel explosive* entre électrodes métalliques correspond précisément à notre différence de potentiel Y. M. Paschen [2] a déduit d'expériences faites uniquement à la température ordinaire que *la différence de potentiel explosive ne dépend que de la masse de gaz intéressée, rapportée à l'unité de section.* La loi qu'il a énoncée est donc identique à celle à laquelle j'arrive ici pour les différences de potentiel critiques. M. Paschen n'indique d'ailleurs nullement la relation qui peut subsister entre Y et pe.

12. — J'ai moi-même essayé de reconnaître si la présence d'électrodes métalliques modifie ou non la différence de potentiel critique. A cet effet j'ai fait construire de larges tubes de verre cylindriques de 15 à 17 centimètres de long [3], terminés par des bords plats et rodés, sur lesquels on pouvait mastiquer soit des plaques de verre, soit des plaques métalliques. Ces plaques pouvaient être soit isolées, si la distance des plateaux du condensateur était supérieure à l'épaisseur du cylindre, soit en communication métallique avec les plateaux du condensateur, sur lequel elles reposaient alors directement.

Malheureusement ce dispositif, qui ne diffère pas essentiellement de celui qui a toujours été employé pour l'étude des potentiels explosifs à basse pression, se montre très inférieur à ma méthode ordinaire au point de vue de l'exactitude des mesures. Je paraffine, comme de coutume, la paroi latérale du cylindre, et la couche de

(1) Voir *Bulletin des Séances*, p. 222; 1903; et *J. de Phys.*, 4e série, t. III, p. 12; 1904.

(2) Paschen, *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 79; 1889.

(3) Diamètre, $5^{cm},4$.

paraffine est fondue avant chaque mesure. Mais la nécessité de ne pas ramollir le mastic limite la température à laquelle la paroi isolante peut être portée. On est donc exposé à laisser subsister sur la paroi des traces d'électricité. De plus, quand les bases du cylindre, *métalliques ou non*, sont en contact avec les plateaux, la communication électrique directe, maintenue pendant quelques secondes à chaque essai, est éminemment favorable au développement de charges permanentes à la surface du diélectrique. Il en résulte des irrégularités parfois très graves, surtout dès que la différence de potentiel des plateaux est un peu élevée.

Je ferai remarquer aussi que, dans ce cas, le *retard à la décharge*, que je n'observais que d'une manière très exceptionnelle dans mes expériences antérieures, et qui était alors très minime, devient ici presque normal et atteint souvent des durées notables.

13. — Malgré ces perturbations, les expériences suffisent à prouver que, tout au moins quand le potentiel n'est pas trop élevé, la présence de plaques métalliques, *fonctionnant ou non comme électrodes*, ne modifie pas normalement les champs critiques, ni par conséquent les potentiels explosifs.

Par exemple, le tableau suivant se rapporte à des plaques de laiton parfaitement polies et *isolées*. La troisième colonne du tableau indique, en regard des champs critiques observés avec les plaques de laiton, les valeurs que l'on obtiendrait, pour la même pression, si l'on remplaçait les plaques de laiton par des plaques de verre de même épaisseur [1].

VIII. — *Air*.

Épaisseur de la couche d'air, 16 centimètres.
Plaques de laiton poli isolées et verre.

p	Laiton	Verre	Différence
2,053	912,9	925,1	+ 12,3
1,775	790,4	812,7	+ 22,3
1,356	623,1	625,9	+ 2,8
1,202	592,4	580,2	— 12,2
0,872	433,5	442,0	+ 8,5
0,626	338,2	337,7	— 0,5
0,488	277,8	278,2	+ 0,4
0,247	167,0	171,2	+ 4,2
0,117	105,7	105,4	— 0,3
0,0641	70,7	74,4	+ 3,7
0,0275	44,0	47,0	+ 3,0

[1] Nombres calculés par interpolation, d'après les observations faites dans le cas de plaques de verre non en contact avec les plateaux.

14. — Voici maintenant la comparaison des champs critiques observés soit avec des plaques de verre *en contact avec les plateaux* du condensateur, soit avec des plaques d'aluminium également *en contact avec les plateaux* et servant par conséquent d'électrodes. Les nombres relatifs à l'aluminium sont imprimés en chiffres gras. La troisième colonne du tableau indique les nombres que l'on aurait observés avec des plaques de verre *non en contact avec les plateaux.*

IX. — *Air.*

Épaisseur de la couche d'air, 16^{cm},3.
Plaques-électrodes d'aluminium et lames de verre en contact avec les plateaux du condensateur.

p	Verre ou aluminium non isolé	Verre isolé	Différence
2,268	944,4	1002,7	+ 58,3
2,268	**929,2**	**1002,7**	**+ 73,5**
2,028	832,6	902,2	+ 69,6
1,603	687,2	734,3	+ 47,0
1,471	**673,5**	**681,2**	**+ 7,7**
1,388	650,4	645,8	— 4,6
1,301	**605,8**	**612,4**	**+ 6,6**
1,268	591,7	599,0	+ 7,4
0,971	**476,5**	**478**	**+ 1,5**
0,614	**335,4**	**330,8**	**— 4,6**
0,268	**173,8**	**181,9**	**+ 8,1**
0,139	**108,1**	**119,2**	**+ 11,1**
0,125	107,1	115,6	+ 7,9
0,0889	**89,3**	**91,5**	**+ 2,2**
0,0445	60,1	64,3	+ 4,2
0,0422	**57,9**	**60,5**	**+ 2,6**
0,0188	**41,4**	**40,5**	**— 0,9**
0,0119	30,9	32,3	+ 1,4

On voit qu'il n'y a pas de différence appréciable entre les nombres fournis par le verre ou par l'aluminium, l'un et l'autre *en contact avec les plateaux*, bien que, dans le premier cas, on n'observe qu'une décharge instantanée, *amorphe*, d'*apparence uniforme*, tandis que dans le second il se produit une décharge continue présentant les régions bien différenciées (espace obscur, colonne positive, etc.) qu'on observe d'ordinaire dans les tubes de Geissler. On voit en outre que les champs critiques apparents ainsi déterminés (colonne 2) sont généralement inférieurs à ceux que l'on observerait avec le verre isolé (colonne 3). La différence (colonne 4) est relativement considérable pour les pressions supérieures à 1^{cm},5, c'est-à-dire quand la diffé-

rence de potentiel entre les deux plateaux est supérieure à 10 ou 12.000 volts ; mais elle est encore appréciable à tous les voltages.

Au reste, pour obtenir le tableau précédent, on a dû supprimer, *aussi bien dans le cas des plaques de verre non isolées que dans celui des électrodes d'aluminium*, d'assez nombreuses expériences relatives à des potentiels totaux de plus de 10.000 volts, pour lesquelles l'abaissement apparent du champ critique était *absolument irrégulier* et pouvait atteindre le cinquième ou même le quart du champ critique normal. On ne peut guère attribuer ces anomalies qu'aux charges permanentes développées le long de la surface latérale du cylindre de verre non isolé.

15. — En définitive, on doit conclure que le mécanisme de la décharge initiale est le même, que celle-ci se produise entre des plaques de verre ou de métal. C'est dire que les phénomènes dont elle résulte ont leur origine dans le gaz. Le métal n'intervient qu'après coup, pour fournir à l'entretien de la décharge déjà amorcée. C'est ce que l'on admet dans la théorie des ions et c'est aussi la conclusion à laquelle divers physiciens, et notamment M. Hemsalech [1], ont déjà été amenés par l'étude de la constitution de la décharge.

16. — Les expériences que je viens de rapporter sont toutes relatives à de grandes épaisseurs d'air. Elles justifient l'extension aux différences de potentiel critiques entre électrodes métalliques de la loi de Paschen, établie ci-dessus (§ 10) pour les différences de potentiel critiques à l'intérieur de vases de verre entièrement isolés.

J'insiste sur ce que tous les nombres cités se rapportent exclusivement à la branche ascendante de la courbe des champs critiques ou des potentiels explosifs (région où le potentiel croît avec la pression). Je réserve les phénomènes relatifs à la branche descendante (celle des champs critiques croissant quand la pression décroît). Mes anciennes observations établissant le rôle joué, à ces pressions très basses, par la paroi diélectrique ou par la couche gazeuse adhérente, sont défavorables à l'extension *rigoureuse* de la loi de Paschen à cette branche de la courbe [2].

---

[1] Voir *J. de Phys.*, 4e série, t. I, p. 76; 1902; — *C. R.*, t. CXL, p. 1103 et 1123 ; 1905.

[2] Des expériences très soignées de M. Carr (*Phil. Trans.*, p. 403 ; 1903), *sur des électrodes métalliques*, semblent cependant étendre la loi de Paschen à la région du minimum et à la seconde branche de la courbe, tout au moins à titre de première approximation.

17. — Revenons à la formule (7). La courbe construite en prenant pour abscisses pe et pour ordonnées Y admet une asymptote Y_1 :

$$(8)\qquad \begin{cases} Y_1 = \dfrac{ak}{2} + a\,(pe) = A + a\,(pe), \\ A = \dfrac{ak}{2}. \end{cases}$$

L'ordonnée à l'origine A de cette asymptote est, comme k, une constante spécifique du gaz, égale à environ 1.760 volts ou 58,7 C. G. S. électrostatiques pour l'air, à 1.370 volts ou 45,6 C. G. S. pour l'hydrogène. Par analogie avec la cohésion diélectrique, je propose de désigner la constante A sous le nom d'*adhésion diélectrique*.

L'adhésion diélectrique est l'ordonnée à l'origine de l'asymptote dont la cohésion diélectrique est le coefficient angulaire.

18. — Si, au lieu d'évaluer le produit pe à l'aide de l'épaisseur (en centimètres) et de la pression (évaluée par la longueur en centimètres de la colonne de mercure normal qui l'équilibre), on se reporte à la signification physique de ce produit, on est conduit à exprimer Y et Y_1 en fonction de la masse de gaz traversée, rapportée à l'unité de section, ou, ce qui vaut mieux pour la comparaison des divers gaz entre eux, en fonction de l'épaisseur u qu'occuperait ce gaz ramené à la pression normale. La loi de Mariotte donne :

$$pe = p_0 u\,;$$

$$(9)\qquad Y = ap_0\sqrt{u\left(u + \frac{k}{p_0}\right)}\,;$$

$$(10)\qquad Y_1 = \frac{ak}{2} + ap_0 u = A + a_1 u\,; \qquad a_1 = ap_0.$$

Le coefficient A (adhésion diélectrique) ne change pas, mais le nombre a_1 qui exprime maintenant la cohésion diélectrique se trouve multiplié par p_0.

Pour l'air on a :

$$a_1 = 419\,.\,76 = 3{,}18\,.\,10^1$$

ou, si l'on prend pour unité de différence de potentiel l'unité C. G. S. électrostatique au lieu du volt,

$$a_2 = \frac{1}{300}\,a_1 = 1{,}06\,.\,10^2.$$

19. — D'après la formule (6), le champ critique afférent à un gaz tend vers zéro avec la pression.

Pratiquement, tout ce qu'on peut affirmer, c'est que ce champ est susceptible de devenir de plus en plus petit, à mesure que l'épaisseur des couches gazeuses employées est plus grande.

Tandis qu'avec un ballon de $5^{cm},6$ d'épaisseur le champ critique minimum était de 129 volts par centimètre, avec un tube de $37^{cm},8$ j'ai pu observer des champs critiques de 16,4 volts par centimètre seulement; la pression était alors de $\frac{1}{25}$ de millimètre. Enfin, avec un tube de 93 centimètres de long, dans un champ qui, il est vrai, ne pouvait plus être considéré comme rigoureusement uniforme, j'ai pu observer des champs critiques de 8 à 9 volts par centimètre, c'est-à-dire de l'ordre de grandeur de six à sept fois seulement le champ électrostatique moyen au voisinage de la surface de la terre. La pression était alors de 19 millièmes de millimètre. A cette pression, et pour un ballon de $5^{cm},6$, le champ critique eût été de 464 volts par centimètre.

20. — Si, comme tout porte à le croire, on est encore loin, dans ces expériences, des champs critiques les plus minimes susceptibles de provoquer l'effluve, il y a lieu de penser qu'il y a, dans la haute atmosphère, une région où l'air très raréfié, considéré en couche suffisamment épaisse, ne pourrait supporter même le champ électrique terrestre normal sans livrer passage à de l'électricité [1].

A ces hauteurs, l'air serait donc normalement ionisé, et la distribution des ions positifs en équilibre serait telle que le champ électrique résultant diminuerait rapidement à mesure qu'on s'élèverait davantage et tendrait rapidement vers zéro.

Il serait particulièrement intéressant de poursuivre le plus loin possible l'étude de la diminution des champs critiques dans des couches très épaisses de gaz raréfiés. Si la curieuse conséquence que nous avons tirée de nos formules était définitivement établie, la météorologie de la haute atmosphère en serait éclairée d'un jour nouveau.

---

[1] Ce serait une conséquence nécessaire de la loi de Paschen, si celle-ci était rigoureusement établie pour toutes les pressions. Le minimum de la différence de potentiel explosive correspondrait, dans cette hypothèse, à une masse de gaz invariable par unité de section des électrodes et posséderait une valeur fixe. Le champ critique correspondant, quotient de la différence de potentiel explosive par l'épaisseur, laquelle varie en raison inverse de la pression, tendrait donc vers zéro avec la pression.

Le rayonnement des manchons à incandescence;

Par M. H. Rubens [1].

I. — INTRODUCTION.

Les remarquables propriétés du manchon à incandescence Auer ont dès l'origine excité au plus haut point l'intérêt des physiciens et suscité des recherches scientifiques vers une explication. Un grand nombre de travaux théoriques et expérimentaux, en partie fort dignes d'attention, ont été entrepris dans ce but. Il existe également des exposés d'ensemble des résultats atteints dans ce domaine. Parmi ces dernières publications je désire signaler celle de M. Ch.-Éd. Guillaume [2], dans la *Revue des Sciences*, comme se distinguant par sa clarté et son esprit critique. Malgré cette importante dépense de perspicacité et d'ardeur scientifiques, on n'est pas encore jusqu'ici parvenu au but, mais on a au moins réussi à établir deux faits de très grosse importance.

D'abord, il ne peut subsister aucun doute, après les expériences de M. Saint-John [3], que le manchon Auer ne soit dénué de toute luminescence et ne rayonne exclusivement en vertu de sa haute température.

En second lieu, les expériences de MM. Le Châtelier et Boudouard [4] permettent de conclure que la puissance lumineuse si frappante du bec Auer est dans une très étroite dépendance avec son pouvoir émissif relativement faible dans l'infra-rouge.

Il y a contradiction apparente entre ce second résultat et une remarque que j'ai bien souvent faite et plusieurs fois énoncée, que le rayonnement du manchon Auer est très riche en rayons de grande longueur d'onde. Aucune des sources rayonnantes que je connais ne se prête, par exemple, aussi bien à la formation des « rayons restants ». Si l'on rapproche ce fait de ceux énoncés précédemment, on en conclura que la distribution de l'énergie dans le spectre du manchon Auer doit présenter une allure très particulière.

---

(1) Conférence faite le 20 avril 1906.
(2) *Revue générale des Sciences*, XII, p. 422; 1901.
(3) *Wied. Ann.*, LVI, p. 433; 1895.
(4) *Comptes Rendus*, CXXVI, p. 1861; 1898.

Comme la connaissance du spectre infra-rouge de cette remarquable source de lumière présente de l'intérêt même au point de vue technique, je me suis proposé d'étudier ce spectre entre des limites aussi éloignées que possible par des procédés spectrothermométriques.

Des mesures analogues ont d'ailleurs déjà été entreprises par Langley pour la lampe à incandescence au pétrole avec l'aide de ses bolomètres. Langley a trouvé que, dans la courbe de répartition de l'énergie, les maxima d'émission de la vapeur d'eau et du gaz carbonique sont nettement visibles. Malheureusement les expériences de Langley ne permettent pas de séparer le rayonnement du manchon de celui de la flamme du pétrole, et de plus ses mesures ne s'étendent que jusqu'à la longueur d'onde $\mu = 8\ \lambda$. De nouvelles mesures étaient, par suite, désirables, afin d'obtenir des données sûres sur l'émission du manchon à incandescence lui-même dans l'ensemble du spectre accessible à l'expérience.

II. — LES MANCHONS AUER.

Les expériences décrites par la suite ont toutes été faites avec les manchons dits Degea de la « Deutsche Gasglühlicht A. G. », chauffés au moyen du brûleur Bunsen modifié à la manière ordinaire et muni de son chapeau. Les manchons Degea contiennent environ 99,2 0/0 d'oxyde de thorium et 0,8 0/0 d'oxyde de cérium, tant qu'ils sont neufs; mais il est vraisemblable que le cérium s'évapore un peu avec l'âge. Mes mesures se rapportent à des manchons qui ont brûlé pendant moins de dix heures. La flamme du Bunsen était toujours soigneusement réglée de manière à donner l'effet lumineux maximum. Afin d'éviter le rayonnement du support central, les manchons étaient maintenus dans la flamme par des supports latéraux.

III. — MESURE DE LA DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE.

La distribution de l'énergie dans le spectre a été mesurée avec l'aide d'un spectromètre à miroirs et d'une pile thermoélectrique linéaire. Jusqu'à la longueur d'onde $\lambda = 8\ \mu$, on employait un prisme de fluorine; au contraire, depuis $\lambda = 8\ \mu$ jusqu'à $\lambda = 18\ \mu$, un prisme de sylvine. Les courbes d'énergie ont été ramenées à la manière connue au spectre normal et reliées l'une à l'autre en tenant

compte de l'absorption des prismes. Dans certaines de ces séries de mesures, le brûleur Auer a été muni de son verre de lampe usuel; cependant, dans le domaine du spectre visible, les déviations observées n'étaient pas très différentes avec ou sans verre. Dans le spectre infra-rouge, le brûleur a toujours été étudié sans verre.

En opérant ainsi on a mesuré les déviations en 70 endroits différents du spectre environ, entre $\lambda = 0{,}45\ \mu$ et $\lambda = 18\ \mu$, et cela d'abord pour le brûleur Auer ; ensuite, après avoir enlevé avec précaution le manchon, pour le brûleur Bunsen seul ; enfin pour un brûleur Auer dont le manchon avait été recouvert d'une couche extrêmement fine d'oxyde de fer. On recouvre un manchon Auer d'une couche mince d'oxyde de fer en plongeant avec précaution le manchon une fois brûlé dans l'encre et en le calcinant ensuite dans la flamme du Bunsen. Le manchon prend alors une coloration bien foncée, mais conserve sa forme et montre au microscope la même structure et la même finesse de tissus qu'auparavant. Dans l'enveloppe extérieure de la flamme du brûleur, il ne s'échauffe plus maintenant qu'au rouge assez clair. Sa température, mesurée au pyromètre optique de Holborn-Kurlbaum [1], à une hauteur de $0^{cm},5$ à $2^{cm},5$ au-dessus du sommet du brûleur, a été évaluée à 1.050-1.100° C., alors que le même instrument dans les mêmes conditions indique pour le manchon Auer normal des températures beaucoup plus élevées.

Le tableau suivant (tableau I) contient les résultats des mesures d'énergie dans le spectre. La colonne 1 donne les longueurs d'onde; les colonnes 2, 3 et 4, les intensités de rayonnement réduites au spectre normal du bec Auer usuel, du brûleur correspondant et du bec Auer avec manchon recouvert d'oxyde. La signification des nombres de la colonne 5 sera indiquée plus loin. Jusqu'à la longueur d'onde $\lambda = 10\ \mu$, les nombres de cette colonne sont égaux aux différences des nombres correspondants des colonnes 2 et 3. A partir de $\lambda = 10\ \mu$, les nombres de la colonne 5 sont identiques à ceux de la colonne 2.

---

(1) *Ber. d. Kgl. Preuss. Acad. d. Wissensch.*, juin 1901 ; et *Ann. d. Physik*, X, p. 225; 1903.

TABLEAU I.

λ	Brûleur Auer	Brûleur Bunsen	Manchon à oxyde de fer	Manchon Auer	λ	Brûleur Auer	Brûleur Bunsen	Manchon à oxyde de fer	Manchon Auer
0,45 μ	3,8	—	—	3,8	6,10 μ	12,2	4,1	13,7	8,1
0,47	7,5	—	—	7,5	6,25	14,2	3,8	15,8	10,4
0,50	11,5	—	—	11,5	6,41	12,1	4,7	13,6	7,4
0,53	20,9	0	0	20,9	6,56	17,3	8,6	13,8	8,7
0,59	23,4	0	0,7	23,4	6,71	22,6	10,6	14,3	12,0
0,73	26,4	0	4,6	26,4	6,99	24,7	9,7	15,1	15,0
1,0	34,8	0,5	42	34,3	7,25	26,3	9,3	16,3	17,0
1,47	38,3	5,0	109	33,3	7,53	30,7	9,2	15,8	21,5
1,73	39,5	9,1	160	30,6	7,79	31,7	9,2	16,3	22,5
1,96	36,9	11,3	175	25,6	8,04	30,8	6,9	16,3	23,9
2,20	34,7	11,1	187	23,6	8,27	30,3	4,2	16,4	26,1
2,42	43,2	24,0	171	19,2	8,66	31,0	2,3	16,5	28,7
2,62	66	48	146	18,0	9,15	32,0	1,38	16,9	30,6
2,80	81	62	128	19,0	9,60	31,3	0,87	16,2	30,5
2,99	72	55	125	17,0	10,05	28,2	0,68	15,4	27,5
3,15	38,5	22,6	112	15,9	10,45	26,9	0,55	14,6	26,3
3,49	15,4	5,2	88	10,2	10,83	24,3	0,77	13,4	24,3
3,77	11,2	1,8	70	9,9	11,24	21,4	0,84	12,4	21,4
4,04	19,0	11,4	57,5	7,6	11,97	19,1	1,20	10,6	19,1
4,16	62,0	55,0	59	7,0	12,64	17,3	1,53	9,6	17,1
4,29	175	165	83	10	13,27	14,8	1,72	8,4	14,8
4,41	249	241	107	8	13,86	13,0	1,93	7,7	13,0
4,52	205	198	101	7	14,44	10,3	1,82	6,5	10,4
4,64	119	110	65	9	15,0	8,9	1,57	5,4	8,9
4,75	51	43	40	8	15,5	8,3	1,46	5,1	8,3
4,98	25,2	18,0	33,6	7,2	16,0	8,1	1,36	4,7	8,1
5,19	19,5	11,5	27,0	8,0	16,5	6,0	1,31	4,3	6,9
5,39	17,5	10,3	25,4	7,2	17,0	5,9	1,22	4,0	5,9
5,57	16,2	8,5	23,1	7,7	17,45	5,6	1,03	3,7	5,6
5,76	15,9	7,7	18,6	8,3	17,9	5,0	0,94	3,3	5,0
5,94	13,2	5,6	14,5	7,6					

Aux nombres du tableau I correspondent les courbes d'énergie *a*, *b* et *c* (*fig.* 1) : *a* donne la distribution de l'énergie dans le spectre d'émission du brûleur Auer normal, *b* dans le spectre du brûleur Bunsen, *c* dans celui du brûleur Auer avec manchon à oxyde de fer. Dans les trois courbes, les maxima d'émission du gaz carbonique et ceux de la vapeur d'eau apparaissent nettement, surtout dans les courbes *b* et *a*. On reconnaît de plus que la courbe d'émission du brûleur Auer (*a*) enveloppe complètement celle du brûleur Bunsen (*b*), alors que la même chose n'a pas lieu pour les courbes *c* et *b*. Le fait que dans le domaine spectral com-

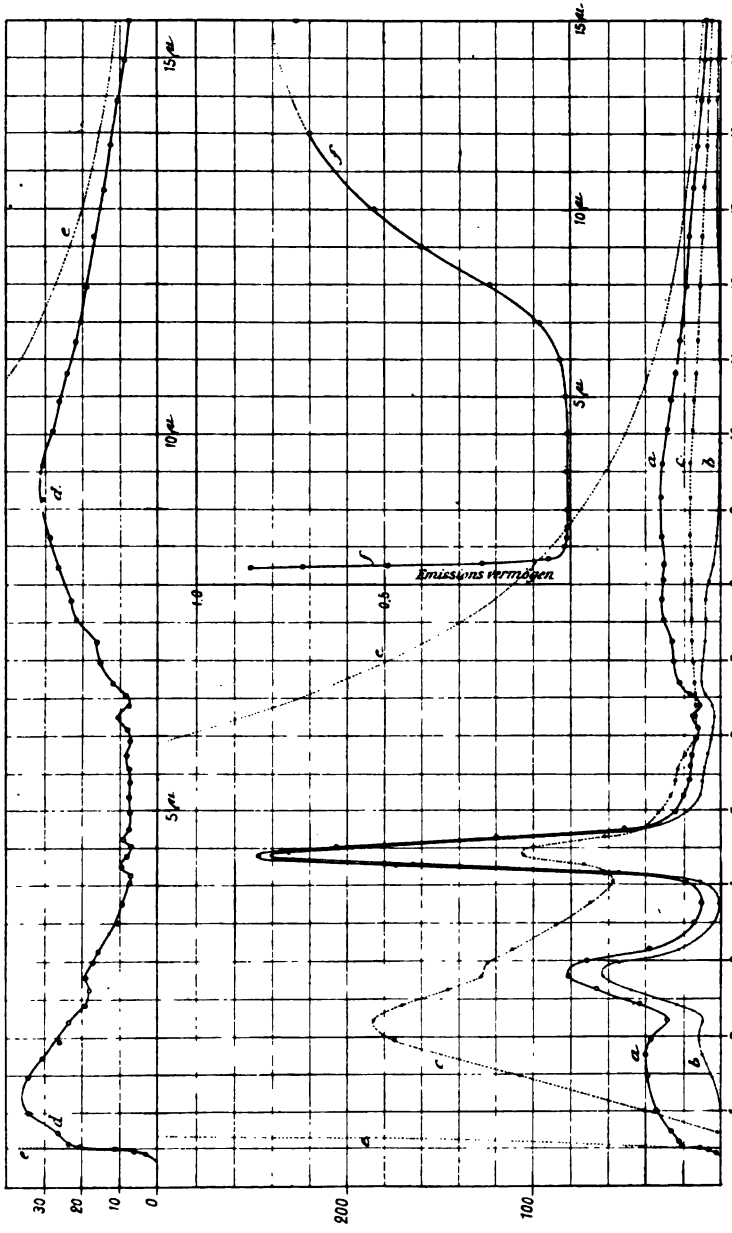

Emissions vermögen
1μ
5μ
10μ
15μ
30
20
10
0
200
100
1.0
0.5
a
b
c
d
e
f

FIG. 1.

pris entre $\lambda = 2\mu$ et $\lambda = 5\ \mu$, qui renferme les bandes d'absorption les plus fortes du gaz carbonique, le brûleur Auer normal donne presque le même spectre d'émission que la flamme Bunsen seule, montre d'abord que le pouvoir émissif du manchon comparé à celui de la flamme est ici extraordinairement petit, et ensuite que la masse du manchon incandescent doit être à peu près complètement transparente pour le rayonnement de la flamme. Si l'on admet que le petit pouvoir émissif du manchon n'est pas la conséquence d'un pouvoir réflecteur métallique, ce qui paraît vraisemblable, vu la division extrême de la masse, la petitesse du pouvoir émissif du manchon est, d'après la loi de Kirchhoff, en rapport avec sa transparence.

Cette conception est appuyée par la manière dont se comporte le manchon noirci par l'oxyde de fer. Celui-ci possède dans le domaine spectral en question un pouvoir émissif notablement plus élevé que le manchon Auer normal, ce qui résulte de ce que, malgré sa température bien inférieure, il rayonne davantage. Mais à son pouvoir émissif supérieur est lié aussi un pouvoir absorbant plus élevé, et par suite il ne laisse passer qu'une petite partie du rayonnement de la flamme (sans doute en gros la fraction qui passe à travers les mailles).

La transparence presque parfaite du manchon Auer pour le rayonnement de la flamme Bunsen rend possible d'obtenir, par différence des nombres contenus dans les colonnes 2 et 3 du tableau I, des valeurs qui correspondent à peu près à l'émission du manchon Auer seul dans ce domaine spectral. Au contraire, dans le domaine des grandes longueurs d'onde (à partir de 10 μ environ), le pouvoir émissif et aussi le pouvoir absorbant de la masse du manchon sont, d'une part, redevenus si élevés, le rayonnement de la flamme est, d'autre part, redevenu si faible, que ce dernier peut être complètement négligé. Les nombres de la colonne 5 dans le tableau I représentent donc très approximativement l'émission du manchon incandescent seul. La représentation graphique correspondante est fournie par la courbe *d* (*fig.* 1). L'échelle des ordonnées a été ici doublée par rapport à celle des courbes *a*, *b* et *c*, pour des raisons de netteté. La courbe *d* présente deux maxima nettement marqués chez 1,2 μ et 9,3 μ; dans l'intervalle, les pouvoirs émissifs sont très petits.

Comme on l'a déjà rappelé au début, les expériences de M. Saint-John sur la question de savoir si le bec Auer a un

rayonnement purement thermique ou non, ont résolu la question dans le premier sens. La forme singulière de la courbe *d* résulte donc exclusivement de l'allure particulière du pouvoir absorbant. Le pouvoir émissif du manchon Auer peut, en tous les points du domaine spectral étudié, être déterminé numériquement avec l'aide de la courbe *d* (ou de la colonne 5 du tableau I), à condition de connaître les grandeurs suivantes :

1° La température du manchon incandescent ;

2° Le rapport de l'émission totale du manchon Auer à celle d'un corps parfaitement noir de même température, de même forme et de même structure.

IV. — MESURE DE LA TEMPÉRATURE D'INCANDESCENCE DU MANCHON AUER.

La mesure de la température d'incandescence du manchon Auer se heurte, à vrai dire, à des difficultés sérieuses. La position du premier maximum d'énergie ne peut malheureusement en aucune façon être utilisée, à cause de la rapide diminution du pouvoir émissif avec la longueur d'onde. Pour cette raison, les mesures de MM. Lummer et Pringsheim [1], qui sont fondées sur la position de ce premier maximum, fournissent des températures beaucoup trop élevées. C'est ce qu'a déjà indiqué M. Guillaume dans l'exposé cité plus haut. Au contraire, les expériences connues de MM. Le Châtelier et Boudouard paraissent beaucoup plus propres à répondre à cette difficile question. Il faut donc que je m'étende plus longuement sur ces importantes expériences. Un couple thermoélectrique Le Châtelier est recouvert d'une couche mince de la substance d'un manchon Auer, et chauffé ensuite assez fort pour que son éclat paraisse égal à celui des parties les plus chaudes d'un manchon amené à l'incandescence à la manière normale au moyen d'une flamme Bunsen. L'égalité d'éclat a lieu à des températures différentes pour les différentes couleurs; mais ces différences paraissent devoir s'expliquer par des inégalités dans l'épaisseur et la structure des couches rayonnantes. Comme température la plus vraisemblable de la région la plus chaude du manchon, MM. Le Châtelier et Boudouard obtiennent 1.650. Il faut cependant tenir compte de ce

---

(1) *Verhandl. des Deutschen Physik. Mellschaff*, III, p. 36; 1901.

que les données thermométriques d'alors dans cette région de l'échelle étaient assurément trop élevées. Le point de fusion du platine, que l'on admettait à ce moment comme égal à 1.780° C., est, d'après les mesures les plus récentes, compris entre 1.720 et 1.740°. On sera donc amené à admettre que, d'après les mesures décrites, la température du manchon Auer en sa région la plus chaude n'est pas beaucoup plus élevée que 1.600° C. Au moyen de leur pyromètre optique, MM. Holborn et Kurlbaum ont également entrepris des mesures de la température dite « noire » du brûleur Auer. Ce pyromètre optique se compose d'une lunette, qui, au lieu du réticule, porte dans l'oculaire une petite lampe à incandescence dont le courant peut être changé au moyen d'un rhéostat et mesuré avec un ampèremètre de précision. On vise avec la lunette pyrométrique l'objet dont on veut mesurer la température d'incandescence, et on règle le courant de la lampe de telle façon qu'elle possède un éclat égal à celui de l'objet examiné pour une couleur spectrale déterminée [1]. Si l'on a préalablement étalonné l'instrument, avec l'aide d'un corps noir réglable, pour une série de températures, on peut de l'intensité actuellement observée du courant dans la lampe déduire par interpolation la température « noire » du corps étudié. On entend ici par température « noire » d'une source de rayonnement la température que devrait posséder un corps parfaitement noir pour rayonner exactement de la même intensité que la source étudiée à l'endroit considéré du spectre. Cette température « noire » est donc en général plus petite que la « vraie » et est une fonction de la longueur d'onde. Pour le corps noir seul, elle est constante et se confond pour toutes les longueurs d'onde avec la température vraie. Pour les régions les plus chaudes du manchon, MM. Holborn et Kurlbaum ont trouvé les températures noires : 1.420° C. dans le rouge, 1.510° dans le vert, 1.580° dans le bleu. J'ai répété ces expériences et les ai vérifiées complètement. Pour les manchons Degea, la température noire aux endroits les plus chauds oscillait, pour la longueur d'onde $\lambda = 0{,}470\ \mu$, en employant le verre de lampe, entre 1.560° et 1.590°. Mais la température moyenne de la moitié inférieure du manchon, qui a le plus grand éclat, est d'environ 30° inférieure. La différence de la tempé-

---

(1) M. Féry a, dans ses recherches sur le rayonnement de certains oxydes [*J. de Phys.*, (4), II, p. 97 ; 1903], appliqué avec avantage une méthode analogue.

rature « noire » dans le rouge et le bleu est très grande. Cette différence s'élève pour les divers échantillons de 160° à 220°. Il apparaît de nouveau ici le fait que le pouvoir émissif du manchon Auer est fortement sélectif. S'il était possible de déterminer approximativement le pouvoir émissif du manchon Auer en une région quelconque du spectre visible, on pourrait, avec l'aide de cette grandeur et de la température « noire » mesurée pour la même longueur d'onde, obtenir, par application de la loi de Wien, la température vraie du manchon Auer. MM. Le Châtelier et Boudouard ont été, par leurs expériences, conduits à la conclusion que le pouvoir émissif dans le bleu n'est vraisemblablement pas très différent de 1. Si cette hypothèse est exacte, la température « noire » du manchon Auer dans le bleu doit presque coïncider avec la température vraie, et sa température maximum serait donc à peu près 1.600°.

Pour éclaircir la question de la grandeur du pouvoir émissif que le manchon Auer possède dans le bleu, j'ai institué les expériences suivantes :

Cinq brûleurs Auer ont été montés de la manière indiquée sur la *fig.* 2. Le brûleur central *a* était muni de son verre, et son éclat pour les lumières bleue et rouge fut déterminé avec l'aide d'un pyromètre optique P servant de photomètre. Des mesures de ce genre furent faites :

En premier lieu, quand *b*, *c*, *d* et *e* brûlaient, *a* étant éteint. Dans ce cas, *a* n'est pas lumineux par lui-même, mais n'envoie que de la lumière provenant des autres brûleurs par réflexion ou transmission diffuse. Cette dernière est relativement faible.

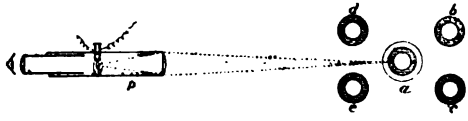


Fig. 2.

En second lieu, quand *a* seul brûle, les autres brûleurs étant éteints. Maintenant *a* n'émet que sa lumière propre.

En troisième lieu, quand tous les brûleurs fonctionnent simultanément. Alors à la lumière proche du brûleur *a* vient s'ajouter celle

qui est réfléchie et transmise d'une manière diffuse à partir des autres. Les résultats sont contenus dans le tableau II suivant.

TABLEAU II.

Expérience n°	En fonctionnement	Sont éteints	Éclat du manchon	
			Bleu $\lambda = 0,460\ \mu$	Rouge $\lambda = 0,650\ \mu$
1	*b*, *c*, *d*, *e*	*a*	0,27*p*	0,23*q*
2	*a*	*b*, *c*, *d*, *e*	*p*	*q*
3	*a*, *b*, *c*, *d*, *e*	—	1,08*p*	1,23*q*

La clarté du fragment de manchon considéré est représentée dans le cas de la seconde expérience, où le brûleur *a* fonctionne seul, par *p* dans le bleu et par *q* dans le rouge. Comme on voit, la lumière provenant des quatre brûleurs extérieurs (*b*, *c*, *d*, *e*) et diffusée par le manchon froid (*a*) se monte dans le bleu à 27 0/0, dans le rouge à 23 0/0 du rayonnement propre. Mais, si le manchon est chaud, la quantité de lumière diffuse réfléchie et transmise ne change pas notablement dans le rouge, mais elle diminue dans le bleu de 27 à 8 0/0. Il faut conclure de là que le manchon chaud ne possède plus dans le bleu qu'une petite fraction du pouvoir de réflexion diffuse qu'il a à froid et de sa transparence initiale, tandis que dans le rouge l'échauffement n'a rien modifié. Le manchon chaud est, par suite, presque noir pour la longueur d'onde $\lambda = 0,46\ \mu$, et son pouvoir émissif pour cette longueur d'onde est probablement supérieur à $\frac{27-8}{27}$, c'est-à-dire supérieur à 0,7.

Bien plus probante encore est l'expérience suivante qui, contrairement à celle qui vient d'être décrite, ne se rapporte qu'à la lumière diffuse réfléchie par le manchon; celle-ci est d'ailleurs bien plus intense que la lumière transmise, dans le spectre visible [1].

Le rayonnement d'une lampe à arc de 30 ampères est débarrassé au moyen d'une cuve à eau de la plus grande partie de sa fraction infra-rouge et est concentré ensuite au moyen de plusieurs lentilles sur un manchon Auer, de sorte qu'il se forme sur sa surface une image extraordinairement brillante du cratère du charbon positif On mesure de nouveau la clarté dans le rouge et dans le bleu avec l'aide du pyromètre optique.

---

[1] Cette expérience est montée de la même manière qu'une expérience par laquelle M. Féry a montré la forte absorption d'un manchon au cérium chaud par les rayons ultra-violets (cf. *loc. cit.*).

1° Le brûleur étant éteint; on obtient alors seulement la lumière de l'arc réfléchie d'une manière diffuse par le manchon *froid;*

2° Le brûleur étant allumé, tandis que le rayonnement de l'arc est intercepté. Dans ce cas, le manchon n'émet par suite que sa propre lumière ;

3° Le brûleur étant allumé et éclairé par l'arc. Maintenant la lumière diffuse réfléchie par le manchon *chaud* s'ajoute à la lumière propre du brûleur.

Les résultats des observations furent les suivants :

TABLEAU III.

Expérience n°	Nature de l'expérience	Éclat du manchon	
		Bleu $\lambda = 0,460\,\mu$	Rouge $\lambda = 0,650\,\mu$
1	Arc rayonne Bec Auer éteint	$10,7p$	$3,7q$
2	Arc intercepté Bec Auer brûle	p	q
3	Arc rayonne Bec Auer brûle	$5,1p$	$4,6q$

On a de nouveau représenté l'éclat de la lumière propre du manchon dans le bleu par p, dans le rouge par q. L'allumage du brûleur provoque donc dans le rouge une petite augmentation d'éclat du manchon éclairé par l'arc, tandis que dans le bleu la clarté tombe à moins de la moitié. Si l'on considère seulement la lumière *réfléchie* dans les expériences 1 et 3, on voit qu'elle est tombée dans le bleu de $10,7p$ à $4,1p$, dans le rouge de $3,7q$ à $3,6q$. Cette série d'expériences montre donc que le pouvoir de réflexion diffuse du manchon tombe, lors de son échauffement par le brûleur Bunsen, à une petite fraction de sa valeur initiale dans le bleu, alors que dans le rouge il n'est que peu modifié. Comme dans le domaine visible la transparence diffuse du manchon froid et chaud est très petite, et que par suite la lumière réfléchie l'emporte ici de beaucoup, il résulte de cette série une valeur pour le pouvoir émissif du manchon Auer chaud dans le bleu qui concorde bien avec le résultat de l'expérience précédente.

Enfin je suis parvenu au même résultat par une voie entièrement différente. Je me suis servi pour cela d'un procédé qui a été appliqué pour la première fois par M. F. Paschen [1].

---

[1] F. PASCHEN, *Wied. Ann.*, p. 719; 1897.

Si l'on introduit une source quelconque de rayonnement dans l'intérieur d'une enveloppe entièrement close et parfaitement réfléchissante, il s'établit d'après Kirchhoff, dans l'intérieur de l'enceinte, le rayonnement du corps absolument noir de même température que la source. Si l'on examine la source à travers une petite ouverture percée dans l'enveloppe réfléchissante, ouverture qui ne modifie pas l'état du système d'une manière appréciable, la source de rayonnement doit, d'après cela, rayonner comme un corps parfaitement noir. Son pouvoir émissif pour toutes les longueurs d'onde est donc devenu égal à 1.

Malheureusement ce cas idéal de l'enveloppe parfaitement réfléchissante ne peut être réalisé dans la pratique que très incomplètement. Je me suis servi d'une cloche de verre sphérique argentée intérieurement, qui pouvait être amenée par-dessus le verre de lampe du bec Auer étudié, et cela de telle sorte que la partie la plus chaude du manchon se trouvât au centre de la sphère. A travers une petite ouverture circulaire de 1 centimètre de diamètre, on visait une région du manchon avec la lunette pyrométrique, et on mesurait alternativement la température « noire » pour les rayons bleus et rouges. Ces opérations étaient faites aussi bien avec la cloche argentée que sans elle.

On pouvait prévoir d'avance que, la cloche argentée étant mise en place, le manchon ne rayonnerait pas comme un corps parfaitement noir, puisque les conditions prescrites par la théorie ne pouvaient pas être parfaitement réalisées en pratique. Ainsi les ouvertures supérieure, inférieure et latérale supprimaient environ 7 0/0 de la surface réfléchissante. D'autre part, il y avait dans l'intérieur de la cloche quelques objets non lumineux et absorbants, tels que le sommet du brûleur, le pied du brûleur et le tuyau d'arrivée du gaz ; enfin le pouvoir réflecteur de l'argenture n'était pas égal à 1, mais compris entre 0,912 et 0,936. Malgré cela l'effet noircissant de la cloche était très notable, comme on pouvait le reconnaître immédiatement, même à l'œil nu, par la forte augmentation du rayonnement rouge.

Les mesures au pyromètre optique donnèrent, en accord avec les expériences antérieures, une très petite augmentation de la température noire dans le bleu, une très importante augmentation dans le rouge. De toutes les séries d'expériences bien concordantes qui ont été faites avec divers manchons de la manière décrite ci-dessus, j'en

retiens une dans laquelle les lectures ont été faites par deux observateurs différents (K. et R.). La cloche fut plusieurs fois mise en place et enlevée, et toujours on obtint dans les mêmes conditions des résultats identiques.

Ces derniers sont réunis dans le tableau suivant :

TABLEAU IV.

Couleur	Sans cloche		Avec cloche	
	K.	R.	K.	R.
Bleu $\lambda = 0{,}470\mu$	1.555°	1.558°	1.573°	1.578°
Rouge $\lambda = 0{,}650\mu$	1.340°	1.343°	1.440°	1.437°

Ainsi, tandis que dans le bleu la cloche ne fait monter la température « noire » que de 19°, elle l'augmente dans le rouge de 98°. Ceci correspond à un accroissement de l'éclat photométrique de 19 0/0 dans le bleu, et dans le rouge 2,2 fois la valeur initiale.

Or, il n'est pas douteux que même la petite augmentation de l'intensité du rayonnement dans le bleu ne provienne que partiellement de l'effet noircissant de la cloche. Sûrement elle est provoquée en partie par une élévation de température du manchon, qui provient de ce que le corps incandescent entouré de la cloche reçoit de nouveau une fraction non négligeable de son émission totale. Il ne s'agit ici, naturellement, que du rayonnement qui est capable de traverser deux fois le cylindre de verre, et qui peut être évalué au 1/6 de l'émission totale du manchon.

L'effet de la cloche, qui, dans le rouge, double largement l'intensité, est donc, dans le bleu, très petit, si même il existe. Il faut tirer de là la conclusion que le manchon, même sans cloche, est déjà presque « noir » dans le bleu.

D'après cela, nous sommes autorisés à regarder la température « noire » mesurée dans le bleu avec le pyromètre optique comme très voisine de la vraie, et nous arrivons, en bonne concordance avec MM. Le Châtelier et Boudouard, à la conclusion que la température maximum du bec Auer habituelle dépasse à peine 1.600°. La température moyenne est naturellement notablement inférieure. Pour le morceau de manchon que j'ai étudié spectrothermométriquement, elle était, en moyenne, sans le verre de lampe, de 1.530° C., ou de 1.800° absolus environ, si je prends 0,8 comme valeur du

pouvoir émissif dans le bleu. Avec le verre, la température moyenne était de 20° environ plus élevée. Les séries d'expériences publiées ici sont cependant obtenues sans verre.

On peut ici se demander d'où il vient qu'un fil de platine fin arrive à fondre dans le manteau extérieur de la flamme Bunsen, prend, par conséquent, une température d'au moins 1.720°, tandis que le manchon Auer atteint à peine 1.600°. On peut répondre à cela qu'un petit fragment de manchon Auer, composé de quelques fils seulement, placé dans la région extérieure de la flamme, peut être amené facilement à une température de 1.700° à 1.800°. Mais, avec le brûleur Bunsen habituel, ceci n'est pas possible, parce que, par l'introduction du manchon, le processus d'oxydation dans l'enveloppe extérieure est gêné et la flamme est ainsi refroidie dans sa région la plus chaude. De même, la vitesse du courant gazeux dans la flamme, qui, d'après M. Féry, a une influence notable sur la température du manchon, est fortement diminuée par l'introduction d'un manchon complet. Certains becs Auer à flamme particulièrement riche en air, dans lesquels une grande partie de la quantité d'air nécessaire pour oxyder le gaz d'éclairage est amenée de l'intérieur, comme il arrive dans les lampes Lucas, fournissent effectivement, d'après mes expériences, des températures d'incandescence de 100° environ supérieures à celles des brûleurs Auer ordinaires.

V. — DÉTERMINATION DU POUVOIR ÉMISSIF DU MANCHON AUER.

Puisque nous connaissons la température du manchon et la valeur approximative de son pouvoir émissif dans le bleu, nous pourrions sans doute calculer le pouvoir émissif pour toutes les longueurs d'onde, avec l'aide de la courbe d'énergie *d*, et en utilisant la formule de M. Planck pour la distribution de l'énergie d'un corps noir. Mais cette méthode n'est pas recommandable, parce qu'alors il entre comme facteur dans le calcul la minime quantité d'énergie dans le bleu, dont l'observation est un peu inexacte. Il vaut beaucoup mieux déterminer le pouvoir émissif moyen pour la radiation totale, et baser le calcul du pouvoir émissif pour chaque longueur d'onde du spectre sur cette grandeur, c'est-à-dire sur le rapport de la radiation totale du manchon à celle d'un corps noir de la même température.

Le rapport de l'émission totale du bec Auer à celle d'un corps

noir de température donnée a été déterminé de la manière connue, en amenant successivement le bec étudié et un corps « noir » chauffé électriquement, du modèle décrit par MM. Lummer et Kurlbaum [1], derrière le même diaphragme refroidi par une circulation d'eau, et en liant à chaque fois la déviation fournie par une pile thermoélectrique placée en face du diaphragme. Ces expériences ont montré, en tenant compte de la loi de Stéfan, qu'un corps absolument noir à 1.800° absolus rayonne par unité de surface 26 fois autant que le bec Auer, 69 fois autant que le brûleur Bunsen et 42 fois autant que le manchon seul. Mais il faut, en outre, tenir compte de ce que le manchon n'est pas formé par une masse continue, mais par des fils isolés avec interstices étroits. Dans les manchons Degea, la trame du manchon était assez dense et la distance des fils peu supérieure à leur épaisseur. Amené sur le trajet des rayons d'une source de lumière quelconque, le manchon non lumineux absorbait, en formant ombre, environ 70 0/0 au milieu, la totalité sur les bords, en moyenne 78 0/0. La faible translucidité du manchon froid a été ici retranchée.

On est donc fondé à conclure qu'un centimètre carré du manchon étudié rayonne 0,78 fois autant qu'un tissu absolument continu de même température. Or, c'est à un tel tissu qu'il faut comparer le corps noir, si nous voulons arriver au véritable pouvoir émissif. Un corps noir à 1.800° rayonne donc $42 \times 0{,}18 = 33{,}2$ fois plus qu'un manchon Auer continu de même température. Si l'on veut tracer l'une au-dessus de l'autre les courbes d'émission (pour le corps noir à 1.800° abs. et pour le manchon continu), il faut donc s'arranger de manière que leurs surfaces soient dans le rapport de 33,2 à 1. Cette condition est remplie par la courbe *e* de la *fig.* 1. C'est une courbe d'énergie d'un corps absolument noir à 1.800° abs. d'après la formule de Planck. On peut donc, pour chaque longueur d'onde, prendre le pouvoir émissif égal au rapport des ordonnées, et on arrive ainsi aux valeurs rassemblées dans le tableau suivant :

---

(1) *Verhandl. d. Phys. Gesellschaft*, XVII, p. 106; 1898.

TABLEAU V.

λ	Corps noir à 1.800° absolus	Manchon Auer	Pouvoir émissif
0μ,45	4,4	3,8	0,86
0 ,5	16,1	11,5	0,72
0 ,55	45,0	22,0	0,49
0 ,6	100	24,0	0,24
0 ,7	390	25,8	0,062
1 ,0	1830	34,3	0,0187
1 ,2	2930	34,3	0,0116
1 ,5	3740	34,0	0,0091
2 ,0	3500	25,5	0,0073
3 ,0	1910	17,0	0,0088
4 ,0	962	7,6	0,0079
5 ,0	511	7,0	0,0137
6 ,0	292	7,9	0,027
7 ,0	178	15,0	0,084
8 ,0	113	23,9	0,21
9 ,0	75,6	29,9	0,39
10 ,0	52,3	27,4	0,52
12 ,0	27,3	19,1	0,70
15 ,0	12,0	8,9	0,79
18 ,0	6,2	5,0	0,81

Le contenu du tableau V est représenté graphiquement par la courbe *f* (*fig.* 1), qui donne le pouvoir émissif du manchon Auer comme fonction de la longueur d'onde.

Il ne faudrait assurément pas demander une trop grande exactitude aux pouvoirs émissifs ci-dessus. Déjà la manière dont la courbe d'émission du manchon a été déduite de la distribution de l'énergie pour le brûleur Auer et la flamme Bunsen est entachée d'incertitude notable. De plus, une petite erreur dans la mesure de la température a une influence très grande sur les pouvoirs émissifs calculés dans le domaine visible, tandis qu'elle entre à peine en ligne de compte dans le spectre des grandes longueurs d'onde. Vouloir ici atteindre une grande précision n'aurait même aucun sens, puisque le pouvoir émissif de chaque manchon varie beaucoup avec sa teneur en cérium.

Il est digne de remarque que les pouvoirs émissifs calculés sont dans toute l'étendue du spectre inférieur à 1, ce qui constitue une espèce de vérification de l'exactitude de notre mesure de température. Les pouvoirs émissifs diminuent fortement du bleu au rouge. Ceci est en accord avec les expériences de MM. Le Châtelier et Bou-

douard, et aussi avec celles de MM. Nernst et Bose. Pour le domaine spectral étendu compris entre 1 μ et 5 μ, dans lequel le rayonnement de la plupart de nos sources lumineuses est le plus fort, les pouvoirs émissifs du manchon Auer sont plus petits que 1/50 ; entre 2 μ et 4 μ, ils sont même plus petits que 1/100. Ce n'est que dans le domaine des grandes longueurs d'onde, où le rayonnement n'est plus qu'une fraction très petite de l'émission totale, que les pouvoirs émissifs recommencent à croître et atteignent finalement des valeurs voisines de 1 (0,81 pour $\lambda = 18$ μ).

De là l'explication du fait que le bec Auer a donné de si bons résultats comme source de rayons dans les expériences sur le rayonnement calorifique de grande longueur d'onde. Non seulement il émet une grande quantité de ces rayons, par suite de sa température élevée, de sa grande surface et de son pouvoir émissif très notable dans cette région spectrale, mais il offre encore l'avantage que les rayons calorifiques de petite longueur d'onde, qui dans les autres sources lumineuses à température élevée ont une intensité prépondérante et produisent des perturbations très gênantes, font presque entièrement défaut dans le bec Auer ; surtout pour former les rayons restants, cette propriété est d'une grande utilité. Comme je l'ai déjà indiqué précédemment, on obtient déjà, après une triple réflexion des rayons émis par le bec Auer sur des surfaces de fluorine, des rayons restants très purs et d'une intensité égale à 1,7 0/0 environ de celle du rayonnement total. Un corps parfaitement noir à 1.800° abs. fournirait dans les mêmes conditions moins de 1 millième de rayons restants.

En ce qui concerne l'émission lumineuse du manchon Auer, le pouvoir émissif extrêmement faible dans le domaine spectral compris entre $\lambda = 1$ μ et $\lambda = 5$ μ joue également un rôle prépondérant. C'est par là seulement que le manchon Auer atteint la haute température si favorable à l'émission de lumière. Cette conception, fondée sur des expériences d'optique par MM. Le Châtelier et Boudouard, examinée et développée par MM. Nernst et Bose, Guillaume et Féry, a donc reçu une confirmation complète.

VI. — L'EFFET DU CÉRIUM DANS LE MANCHON AUER.

Il reste encore une question à élucider : de quelle manière se produit dans le bec Auer une distribution spectrale du pouvoir émissif

si singulière et si favorable pour l'éclairage? quel rôle jouent les deux constituants du manchon? Sur ce point les expériences de Langley mentionnées au début fournissent déjà de précieuses indications. Elles ont montré en effet qu'un brûleur à incandescence par le pétrole muni d'un manchon à oxyde de thorium pur fournit un spectre d'émission qui, dans l'ensemble, est très analogue à celui du brûleur Auer normal, et ne se distingue de celui-ci nettement que dans le domaine visible. J'ai répété cette expérience pour des brûleurs à incandescence par le gaz et étendu ces mesures jusqu'à la longueur d'onde 18 μ.

La courbe *a* (*fig.* 2) (en trait continu) et la courbe *g* (pointillée) représentent les spectres d'émission du brûleur à incandescence par le gaz muni de son manchon Auer normal et d'un manchon à oxyde de thorium pur. Les différences entre les deux courbes ne sont en général pas beaucoup plus grandes que celles offertes par divers échantillons de la même espèce de manchons. Ce n'est que dans le domaine spectral compris entre $\lambda = 0{,}45\ \mu$ et $1{,}5\ \mu$ qu'elles diffèrent très notablement. Dans l'émission du manchon à oxyde de thorium pur, le spectre visible manque presque entièrement et l'infra-rouge à courte longueur d'onde est très faible. En tous les points des 3,5 octaves allant de 0,45 μ à 5 μ, le pouvoir émissif a des valeurs très faibles. Dans le domaine des grandes longueurs d'onde seul, on rencontre, comme pour le manchon Auer, de grands pouvoirs émissifs.

Un tout autre aspect est offert par le spectre d'émission du brûleur avec manchon à oxyde de cérium pur (courbe *h*). Ici comme pour le manchon à oxyde de fer, par suite du grand rayonnement calorifique, la température est bien plus basse que pour le manchon Auer normal. A la température ordinaire, le manchon au cérium paraît jaune pâle à la lumière du jour; mais, si on l'échauffe de quelques centaines de degré par un courant d'air chaud, il commence par devenir vert sale, et, si la température continue à croître, brun foncé; alors seulement il commence à devenir lumineux. Ce noircissement de l'oxyde de cérium aux températures assez élevées a été d'abord montré par M. Féry par une expérience photographique. Du reste, le manchon Auer normal manifeste des propriétés analogues à celles du manchon au cérium, quoique à un faible degré. Seul le manchon d'oxyde de thorium pur conserve, même aux températures élevées, sa couleur blanche. Mesurée au pyromètre optique, la

température « noire » moyenne du morceau de manchon au cérium

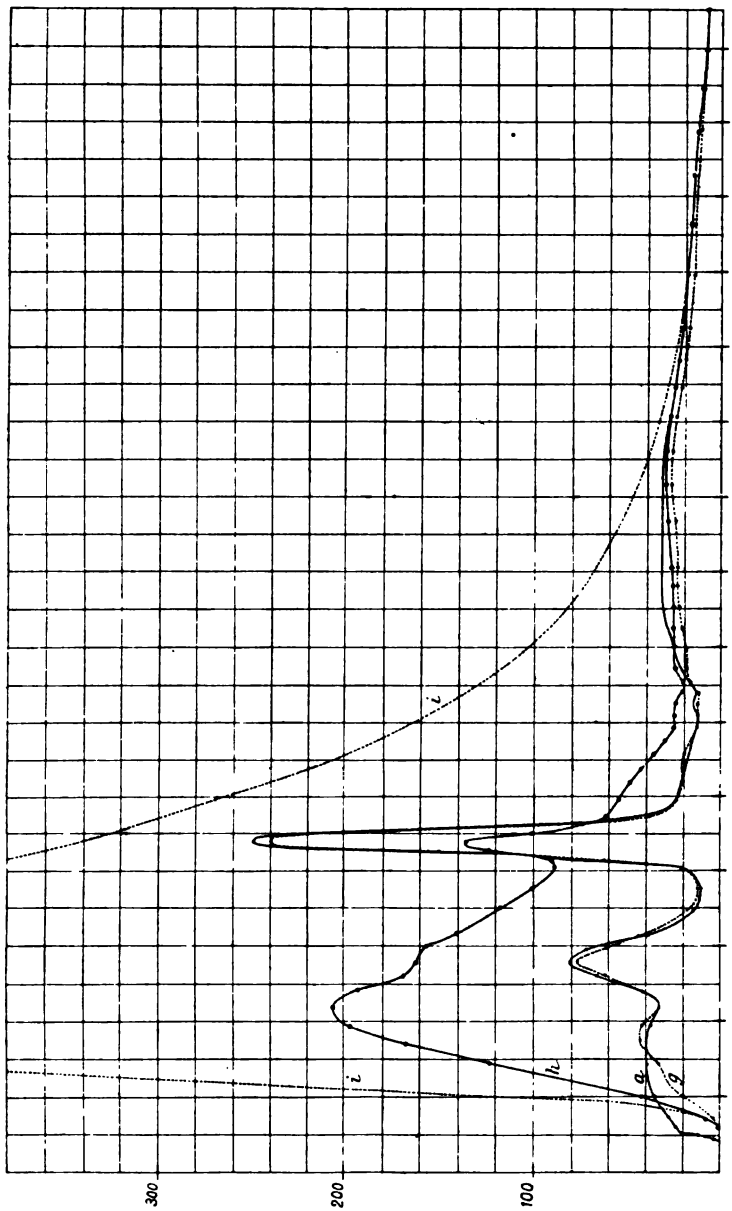


Fig. 3.

étudié spectrothermométriquement a été trouvée égale à 1.077° C.

Comme cette température « noire » ne changeait pas en mettant en place la cloche argentée [1], nous pouvons la regarder en même temps comme étant la température vraie. La température absolue correspondante est 1.350°. Si, après avoir, par une interpolation graphique, tenu compte des maxima d'émission de la flamme, de la même manière que dans le cas du manchon Auer, on calcule le pouvoir émissif du manchon à l'oxyde de cérium, on arrive aux nombres rassemblés dans le tableau VI. La courbe *i* est la courbe d'énergie utilisée ici du corps noir à 1.350° absolus. La surface est à celle de la courbe *h* dans le même rapport que les rayonnements totaux des deux sources, en admettant une même distribution de la masse rayonnante (cf. p. 100).

TABLEAU VI.

λ	Corps noir à 1.350° absolus	Manchon à l'oxyde de cérium	Pouvoir émissif
0,7μ	6,7	6,2	0,93
1,0	121	42,7	0,35
1,5	604	111	0,18
2,0	889	200	0,22
2,5	889	182	0,21
3,0	736	140	0,18
4,0	452	90	0,20
5,0	269	54	0,20
6,0	165	25,7	0,16
8,0	69,3	29	0,42
10,0	33,5	28	0,84
12,0	18,2	18	0,99
15,0	8,2	8,2	1,00
18,0	4,22	3,7	0,88

On voit que le pouvoir émissif du manchon à l'oxyde de cérium est notable en tous les points du spectre, mais ne possède cependant des valeurs voisines de 1 que dans la région visible et dans l'infrarouge à partir de $\lambda = 10\ \mu$. Naturellement, ce pouvoir absorbant de cette substance pour les ondes très courtes et très longues est beaucoup plus élevé que dans le domaine intermédiaire compris entre $\lambda = 1\ \mu$ et $\lambda = 8\ \mu$. Ce résultat constitue un complément

[1] A vrai dire, on a trouvé en mettant la cloche une petite augmentation de la température « noire » du manchon au cérium, de 15° C. environ; mais celle-ci provenait probablement de ce que le manchon devenait non pas plus noir, mais plus chaud.

nécessaire aux faits sur lesquels MM. Guillaume et Féry ont fondé leur hypothèse sur le rôle du cérium dans le bec Auer.

D'après les résultats décrits, il devient évident qu'il suffit d'ajouter un peu de Ce^2O^3 à l'oxyde ThO^2 pour provoquer le pouvoir émissif élevé que l'on recherche dans le domaine visible, sans que par là le pouvoir émissif dans l'infra-rouge entre 1 et 8 μ soit notablement influencé. De plus, il devient évident qu'une proportion plus forte d'oxyde de cérium devra produire un effet nuisible, car alors l'influence de cette matière colorante devient également sensible pour les ondes plus longues et produit une augmentation du pouvoir émissif. Mais, par là, comme on l'a vu, le rayonnement calorifique infra-rouge se trouve accru et la température d'incandescence diminuée. En pratique, on sait que la proportion d'oxyde de cérium qui s'est montrée la plus favorable est à peu près à 1 0/0.

L'oxyde de cérium joue donc dans le bec Auer un rôle analogue à un sensibilisateur dans une plaque photographique, en ce sens qu'il produit dans la région du spectre que l'on désire une bande d'absorption, sans influencer les autres parties du spectre. Assurément il ne réalise cette condition qu'imparfaitement. Si l'on réussissait à employer comme colorant une autre substance qui noircisse parfaitement le manchon à oxyde de thorium dans tout le spectre visible, et cela sans augmenter notablement le rayonnement infra-rouge, on pourrait tripler environ la puissance lumineuse du brûleur.

A propos des rayons N ;

Par M. A. Turpain [1].

Pendant plus d'un an, sauf de courtes interruptions, j'ai poursuivi l'observation des rayons N.

A l'époque même où M. Blondlot fit connaître l'action des nouvelles radiations sur l'éclat d'une petite étincelle, je me servis de ce procédé d'observation dont, malgré sa délicatesse, j'espérai obtenir de bons résultats, me fiant à l'habitude de l'observation des très petites étincelles que m'ont donnée mes recherches antérieures sur

[1] Séance du 16 mars 1906.

le résonateur de Hertz. Je crus alors reconnaître, bien que d'une manière très inconstante, l'action signalée par M. Blondlot, mais je ne trouvai cependant pas de différences entre l'action d'un tube à rayons N sur une petite étincelle, que les électrodes du tube soient dans le plan de l'étincelle ou dans un plan perpendiculaire.

Plus tard, lorsqu'on eut indiqué que l'observation par l'écran au sulfure était bien plus aisée, j'adoptai cette nouvelle technique. Les résultats concordants obtenus assez souvent lorsque je savais si les rayons N agissaient ou non sur l'écran au sulfure deviennent discordants et douteux dès que j'établis un procédé de contrôle me laissant ignorer l'action des rayons N.

Dans un mémoire présenté le 4 août 1905 au Congrès de Cherbourg de l'A. F. A. S., M. Gutton confirme les résultats d'une série d'expériences, déjà publiées dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, concernant la production des rayons N par les champs magnétiques non uniformes (1), par le champ hertzien (2), par les courants de convection (3). Les résultats des nombreux essais que j'ai poursuivis, à la même époque, sur la production des rayons N, tant par la lampe Nernst et l'acier trempé que par les champs magnétiques non uniformes, par le champ hertzien, par les champs électrostatiques, sont les suivants :

Dans l'étude de sources présumées de rayons N, j'interceptais ou non les rayons N par un écran formé d'une lame de plomb oxydé déplacé par un mouvement de guillotine. Dans ces conditions, il m'arrivait très souvent, comme le prouvent les nombres cités plus bas, de juger que la suppression de l'écran correspond à un accroissement d'éclat du sulfure, et son interposition à une diminution d'éclat.

Dès que je dispose les choses de façon à ne pas savoir si les rayons N agissent ou non sur l'écran au sulfure, la concordance précédente disparaît. Pour effectuer ce contrôle, des écrans circulaires formés de secteurs alternativement opaques et transparents aux rayons N sont disposés de manière que l'observateur, en les substituant l'un à l'autre, ignore quel secteur est interposé. Dans le cas d'aimants permanents, le pôle de l'aimant, fixé suivant le diamètre d'un disque de bois ou de carton mobile, est, par rotation,

(1) *C. R.*, 1er et 29 février 1904.
(2) *C. R.*, 18 avril 1904.
(3) *C. R.*, 8 février 1904.

éloigné ou approché du sulfure de manière que l'observateur ignore si l'aimant est proche ou loin du sulfure. Dans le cas de solénoïdes actifs, le courant est établi par la rotation d'un disque à secteurs conducteurs ou non dont l'observateur ignore la position.

Résultats de plusieurs séries d'essais.

Source présumée de rayons N	Sans contrôle				
	Nombre de séries	Nombre d'essais	Concordances	Le 0/0 de chaque série d'essais oscille entre	0/0 moyen
Lampe Nernst.....	5	253	217	82 et 95	85
Paquets de limes.....	6	268	217	75 et 90	81
Champs électrostatiques.	3	56	43	72 et 80	77
Champs magnétiques...	7	220	177	75 et 85	80
Solénoïdes actifs.....	3	87	64	70 et 80	74
Champ hertzien.....	3	78	65	81 et 84	83

Source présumée de rayons N	Avec contrôle				
	Nombre de séries	Nombre d'essais	Concordances	Le 0/0 de chaque série d'essais oscille entre	0/0 moyen
Lampe Nernst.....	5	254	137	47 et 58	54
Paquets de limes.....	6	251	128	46 et 57	51
Champs électrostatiques.	3	48	25	47 et 57	52
Champs magnétiques...	7	218	103	40 et 55	48
Solénoïdes actifs.....	3	119	61	47 et 55	51
Champ hertzien.....	3	85	46	51 et 57	54

Le 0/0 moyen se rapporte à la totalité des essais de chaque catégorie.

Ces résultats semblent montrer que, lorsqu'on s'entoure de précautions consistant à ignorer si l'action des rayons N doit ou non se produire, la concordance entre l'action de ces rayons et la variation d'éclat du sulfure disparaît. Il y aurait donc une sorte d'auto-suggestion à laquelle l'observateur peut malaisément se soustraire et que seules des expériences de contrôle sont capables de mettre en évidence.

Les expériences ci-dessus, qui ont eu en somme un résultat négatif, semblent être réduites à néant par les récentes déterminations faites par MM. Blondlot, Mascart, Gutton et Virtz et communiquées à l'Académie des Sciences par M. Mascart. Il semble qu'un contrôle sérieux et effectif ait présidé à ces expériences. De plus, à première vue, ces déterminations paraissent d'une admirable précision. Si l'on en considère les résultats d'un peu près, cette précision disparaît. Ces expériences consistent à dévier un faisceau de rayons N

par un prisme d'aluminium et à repérer les faisceaux réfractés. Ces faisceaux s'étagent sur une longueur de 2 à 3 centimètres ; on les détermine en déplaçant une très mince fente de sulfure insolé portée par le chariot d'une machine à diviser dont l'expérimentateur manœuvre la tête de vis.

Si l'on dresse un graphique des trois séries d'essais dont les nombres sont donnés, on constate, en prenant l'ensemble des déterminations, que, pour la première série d'essais, pour laquelle le contrôle de retour du chariot ne fut pas effectué, sur un champ de $1^{cm},8$, plus du tiers (les 2/5 environ) reçoit des rayons N.

Dans la troisième expérience, où le contrôle de retour fut effectué, plus de la moitié du champ de 2 centimètres exploré reçoit des rayons N. Sachant qu'on doit trouver quatre bandes aussi larges, on peut, en revenant et s'arrêtant quatre fois, retomber presque à coup sûr sur l'une d'elles, étant donnée surtout leur distribution.

La seconde détermination, faite par M. Blondlot seul, est la plus précise. Elle s'étend sur $3^{cm},45$, comporte sept lectures, et au retour M. Blondlot retombe exactement à $0^{mm},1$ près sur trois des lectures faites à l'aller.

On a expliqué la possibilité de cette coïncidence par un simple effet inconscient de mémoire de l'effort musculaire qui permettrait, en faisant mouvoir la tête de vis d'une machine à diviser (tête de vis qui est d'un assez grand diamètre), de revenir sur un repère précédemment obtenu, et cela à $0^{mm},1$ près.

J'ai voulu me rendre compte du degré de facilité qu'il y avait à pouvoir ainsi revenir sur un même repère. J'ai opéré avec un simple palmer, qui comporte cependant une tête de vis de bien moindre diamètre. En m'astreignant à imprimer à la tête de vis, sans regarder le palmer, un nombre donné d'impulsions d'abord en avant, puis en arrière, j'ai obtenu, sans exercice préalable, les repères suivants [1] :

A l'aller →	$4^{mm},58$	(10)	$9^{mm},65$	(10)	$14^{mm},26$	(10)	$18^{mm},58$	(10) ←
Au retour	$4^{mm},54$	(10)	$9^{mm},61$	(10)	$14^{mm},95$	(10)	$18^{mm},51$	

Toutefois, faut-il encore, pour obtenir de telles coïncidences, s'astreindre à donner à la tête de vis du palmer un nombre d'impulsions aussi semblable que possible à l'aller et au retour. Aussi, sans m'arrê-

[1] Les nombres entre parenthèses indiquent le nombre d'impulsions données à la tête de vis du palmer.

ter sur ce point, qui pourrait d'ailleurs paraître mettre en doute la bonne foi des expérimentateurs, ce qui est très loin de ma pensée, j'exprimerai seulement le regret que ces expériences de déviation des rayons N par le prisme d'aluminium n'aient pas été, ce qui eût peut-être été possible, de véritables expériences de contrôle. Il semble que l'état de la question des rayons N, au moment où elles furent entreprises, nécessitait un contrôle des plus complets. On aurait pu, par exemple, faire mouvoir le chariot de la machine à diviser non par l'observateur, mais par un mécanisme qui l'eût déplacé d'une manière uniforme aussi lentement qu'on l'eût désiré, en laissant même la possibilité de revenir en arrière ou non à volonté. L'inscription du repère correspondant à un maximum d'éclat eût été faite, tant à l'aller qu'au retour, sur un tambour enregistreur par la manœuvre d'un levier convenable. D'ailleurs, pour que le contrôle fût complet, le mécanisme eût pu donner au chariot porteur de la ligne de sulfure deux ou trois vitesses différentes, non connues au préalable par l'observateur qui n'eût pu alors, même inconsciemment, repérer par la mémoire, dans la succession du temps, les moments d'apparition des maxima successifs.

Il est vraiment très curieux qu'on puisse réussir à déterminer les déviations d'un faisceau de rayons N par un prisme d'aluminium au moyen de l'écran au sulfure et que les comparaisons photométriques de cet écran soient impossibles. J'ai maintes fois, comme bien d'autres, essayé sans succès de différencier une tache de sulfure soumise au rayonnement N^ien^ d'une tache de sulfure identique et identiquement insolée placée à côté, mais préservée des rayons N par sa situation au fond d'une logette de plomb oxydé. Il y a là deux faits qui semblent contradictoires. On explique l'impossibilité des comparaisons photométriques en supposant que le sulfure n'éprouve pas, à proprement parler, d'accroissement d'éclat, mais que l'œil recevant des rayons N devient plus perçant, plus apte à apercevoir les faibles éclairements. Mais alors il doit être impossible de repérer les positions des maxima par déplacement d'une ligne de sulfure dans l'expérience du prisme d'aluminium. L'œil recevant constamment le faisceau, qui se distribue en quatre très larges bandes sur une longueur totale qui n'est que de 2 centimètres, doit voir la ligne de sulfure constamment aussi lumineuse ; sinon les comparaisons photométriques doivent être possibles.

L'hypothèse suivante, qui m'a été suggérée par M. Garbe, permet,

il est vrai, de concilier ces deux faits, de prime abord contradictoires : « L'œil n'acquiert le surcroît de perception que lorsqu'il reçoit non pas les rayons N directement, mais les rayons N ayant traversé le sulfure. »

Les expériences suivantes qui semblent possibles seraient sans doute de nature à vérifier le bien-fondé de cette hypothèse. Si l'on déplace dans le champ de réfraction d'un prisme d'aluminium deux lignes de sulfure voisines et parallèles L_1, L_1', dont l'une L_1' est protégée contre les rayons N par une petite gouttière de plomb oxydée, l'accroissement d'éclat des deux lignes de sulfure ne doit se produire que lorsque L_1 se trouve sur un faisceau de rayons N. Alors même que L_1', qui est protégée, serait sur un faisceau de rayons N, si L_1 est en dehors du faisceau, l'augmentation d'éclat doit cesser, bien que l'œil qui observe L_1' reçoive des rayons N dans la direction même suivant laquelle il regarde.

Si l'on utilise deux lignes de sulfure L_2, L_2', qui ne soient protégées ni l'une ni l'autre contre les rayons N, il semble possible à leur aide de délimiter les faisceaux de rayons N réfractés. Si en effet, après avoir provoqué l'accroissement d'éclat, on augmente la distance L_2L_2' par déplacement simultané de deux lignes, dès que le phénomène d'accroissement d'éclat cesse, on est assuré que les deux lignes L_2, L_2' comprennent entre elles le faisceau étudié. En ramenant alors individuellement chaque ligne vers sa voisine, on pourrait, par l'observation de l'accroissement d'éclat, déterminer les limites exactes du faisceau de rayons N qui le produit.

Je suppose ces expériences possibles, comme si l'existence même des rayons N était indubitablement démontrée ; or cette existence même ne me paraît pas établie. Ne peut-on vraiment pas effectuer des expériences de contrôle qui l'établissent ? On objecte avec quelque raison la grande fatigue que produit l'observation attentive du sulfure, qui est un obstacle pour une observation continue. Ne pourrait-on cependant répéter soit l'expérience du prisme, soit une expérience de simple émission en prévenant l'observateur une ou deux secondes avant le passage de la ligne de sulfure sous le faisceau de rayons N, de manière à ne pas fatiguer inutilement son attention ? Au cours des essais, on se réserverait d'intercepter parfois le faisceau par un écran approprié, à l'insu de l'observateur, de manière à s'assurer qu'il n'obéit pas à une auto-suggestion.

Les expériences faites avec des écrans au sulfure sont-elles de na-

ture à prouver sans contestation aucune l'existence des rayons N ? Je ne crois pas. Tout autres paraissent être les expériences concernant la photographie d'une très petite étincelle. De ce côté la difficulté de l'expérimentation parait seule être un obstacle. Deux physiciens du plus grand talent et qui paraissent rompus l'un et l'autre à l'étude des radiations trouvent des résultats contradictoires : M. Blondlot réussit à coup sûr à différencier par la photographie l'aspect d'une petite étincelle soumise aux rayons N de celui de la même étincelle soustraite à ces radiations; M. Rubens a sans succès cherché à répéter, et cela pendant près d'un an, cette détermination capitale de M. Blondlot. Il est désirable que cette contradiction qui doit être explicable soit expliquée.

Il y a quelques années, l'existence même de l'effet Rowland fut contestée au cours d'expériences extrêmement soignées et répétées faites par M. Crémieu. Les élèves de Rowland reprirent ses expériences et confirmèrent la réalité dudit effet. On sait comment la mise en relation et le travail en commun de MM. Pender et Crémieu mirent fin à cette contradiction et assurèrent à la science un résultat définitivement acquis.

La question des rayons N mérite d'être traitée de la même façon. En quoi d'ailleurs la notoriété des deux physiciens précités pourrait-elle les empêcher de se réunir dans le laboratoire de l'un d'eux et de parvenir ensemble à une solution nécessaire d'une question qui est, en somme, une question de fait? En agissant ainsi, ces deux savants ne pourraient, quel que soit le résultat de leur commun labeur, qu'accroître l'un et l'autre leur renommée scientifique. Les résultats de leurs déterminations seraient doublement importants : tout d'abord en apportant enfin une solution à la question controversée; en donnant, en second lieu, une preuve nouvelle que la science est bien vraiment, non pas une question de conviction, mais la recherche désintéressée de la seule vérité.

Expériences pour démontrer des ondes stationnaires acoustiques ;

Par M. H. Rubens (1).

Il est bien connu que des flammes de gaz, brûlant avec une pression très faible, sont très sensibles à des variations de pression ou intérieures ou extérieures. Ainsi M. Behn (2) a démontré que ces flammes sont très propres à mesurer dans l'atmosphère les petites différences de pression qui correspondent à des différences de hauteur de quelques centimètres. J'ai essayé d'employer ces flammes pour étudier les vibrations acoustiques stationnaires. Si l'on veut en tirer un bon parti, on est forcé de renoncer à l'usage des capsules à membranes de König. On est alors obligé de produire les vibrations acoustiques dans le gaz d'éclairage même, procédé n'offrant aucune difficulté dans ce cas. Pour mes expériences, je fis usage d'un tube de laiton d'une longueur de 4 mètres et d'une largeur de 8 centimètres, fermé à un bout A par une plaque de laiton de 2 millimètres d'épaisseur, à l'autre A_1 par une

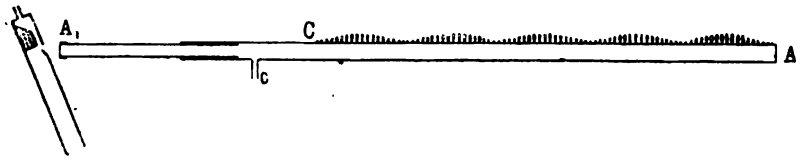


Fig. 1.

membrane de caoutchouc (*fig.* 1); deux tubes latéraux *c* servaient à l'introduction du gaz. Sur la génératrice supérieure du tube se trouvait une rangée d'à peu près cent trous d'une largeur de 2 millimètres, percés à des distances égales dans la paroi du tube. Environ deux minutes après avoir fait entrer le gaz d'éclairage par l'ajutage latéral, on peut allumer les petites flammes sans danger d'explosion. En fermant lentement le robinet, on règle la pression du gaz de manière à obtenir des petites flammes d'une hauteur d'environ 1 centimètre, brûlant encore avec des pointes jaunes nettement perceptibles.

(1) Séance du 20 avril 1906.
(2) U. Behn, *Zeitschrift für den Physik. Unterricht*, XVI, p. 129; 1903.

Si l'on fait résonner maintenant près de la membrane une source sonore quelconque, par exemple un diapason muni d'une boîte de résonance, il se forme dans le tube des ondes stationnaires, qui se manifestent avec une exactitude surprenante par la clarté et la grandeur différentes des petites flammes. Toute la rangée des flammes est divisée en espaces égaux, correspondant chacun à une demi-onde. Au milieu d'un tel espace, les flammes sont de quelques centimètres plus hautes et donnent une clarté brillante; aux bouts, elles sont très petites et obscures. — Si le son originaire retentit fortement, un maximum de clarté se produit, comme on pourrait s'y attendre, au bout du tube, à l'endroit où la pression éprouve les variations les plus fortes, et les autres maximums de clarté suivent à des intervalles d'une demi-onde. Les flammes possèdent un caractère ondulatoire, ce qui se voit parfaitement à l'aide du miroir tournant. Si la source sonne plus faiblement, l'aspect observé est exactement inverse. Alors le bout du tube montre un minimum de clarté, et tous les maxima passent des régions à plus grandes variations de pression aux régions à plus grande amplitude de mouvement. Examinées dans le miroir tournant, les flammes apparaissent alors tout à fait continues. C'est pendant l'amortissement du son d'un diapason ou d'une cloche fortement excités que l'on peut observer le plus parfaitement ce passage du premier aspect au second. Les diapasons ou les cloches modérément excités, ainsi que les tuyaux d'orgue quand on souffle doucement, ne produisent que le second état, et cet état peut durer un temps quelconque, de sorte qu'on ne peut pas le considérer comme une réaction du premier; il est plutôt probable que le second état existe toujours, et qu'il n'est masqué par le premier que si le son de la source est très fort. Le premier état est caractérisé par des flammes vibrantes et fortement lumineuses dans les endroits de la plus grande variation de densité; ces apparences répondent complètement aux idées qu'on s'en fait à l'aide de la théorie élémentaire des ondes. L'origine du second état est plus difficile à expliquer parfaitement. D'abord je croyais que le second état dépendait principalement de l'existence de la rangée de trous de la génératrice supérieure. Pour examiner la justesse de cette opinion, j'ai bouché d'abord les deux tiers des trous, de sorte que les troisièmes flammes brûlaient seules. Pourtant les apparences restaient exactement les mêmes qu'auparavant. Elles ne changeaient même pas quand je fermais encore la moitié du reste des trous, ni quand il ne

brûlait à la fin que quelques flammes isolées. Il n'est donc pas probable que la rangée des trous ait beaucoup d'influence sur les phénomènes du second état.

Mais son explication n'offrirait aucune difficulté si l'on avait le droit de faire cette hypothèse, tout à fait générale pour les ondes acoustiques stationnaires, que la pression aux endroits où le mouvement est le plus intense est toujours supérieure à la valeur moyenne de la pression aux endroits où elle éprouve sa plus grande variation. Cette hypothèse ne serait pas contradictoire avec les faits observés jusqu'à présent, car les augmentations permanentes de pression observées aux endroits du plus fort mouvement ne sont que de l'ordre d'un dixième de millimètre d'eau, et par conséquent elles échappent à toute observation par les méthodes manométriques ordinaires. D'un autre côté, l'hypothèse faite est incompatible avec la supposition d'un potentiel de vitesse, ou, ce qui signifie la même chose, elle exige l'apparition de tourbillons.

Dans un travail théorique fort intéressant, M. Krigar-Menzel a démontré que les phénomènes du second état sont dus au frottement intérieur du gaz. Pour la théorie, je renvoie à ce mémoire (1).

Je me permettrai de vous montrer quelques expériences avec ce tube. Si l'on se met à une distance de 1 à 2 mètres devant le milieu du tube, et si l'on fait avec la main ou avec un éventail un mouvement rapide dans l'air vers le tube, on observe le phénomène suivant. Toute la rangée de flammes subit instantanément un changement de clarté, sans aucun mouvement latéral. Ce n'est qu'après une ou deux secondes que les flammes commencent à vaciller vivement. Il est évident que le premier phénomène a son origine dans l'onde de pression, qui se propage avec la vitesse du son, tandis que le vacillement observé ensuite est produit par le courant d'air, qui se meut plus lentement.

Une belle expérience de démonstration peut être faite avec un tuyau d'orgue dont la période peut être variée dans de larges limites avec l'aide d'un piston mobile. Quand on abaisse graduellement le ton, les maximums de clarté se meuvent de l'extrémité close du tube vers l'extrémité munie de la membrane, et les longueurs d'onde croissent en même temps.

Une autre expérience instructive nous montre, avec un tuyau à

(1) O. Krigar-Menzel, *Verhandl. d. Deutschen Phys. Ges.*, VI, p. 357 ; 1904 ; — et *J. de Phys*, 4e série, t. IV, p. 315.

embouchure de flûte dans lequel on souffle fortement, le passage subit du son fondamental à son harmonique. Presque tous les tuyaux d'orgue se prêtent à l'expérience; mais on obtient des résultats particulièrement précis avec un sifflet dont le tube est très long comparé à sa section.

Enfin je voudrais ajouter qu'à l'aide de ce tube à flammes j'ai étudié, avec mon ami Krigar-Menzel, le timbre des voyelles, et que nos résultats étaient en bonne concordance avec ceux de Helmholtz [1].

Sur la pression interne des fluides et l'équation de Clausius;

Par M. E.-H. Amagat [2].

I. On donne souvent le nom de *pression intérieure* aux deux expressions suivantes [$\Sigma r\varphi(r)$ étant le double viriel de forces intermoléculaires]:

$$\pi = Jl - p = T\frac{dp}{dt} - p, \tag{1}$$

$$\pi' = \frac{\Sigma r\varphi(r)}{3v}. \tag{2}$$

D'autre part, Clausius, dans le cas d'un corps soumis à une pression uniforme et en supposant les distances intermoléculaires très grandes par rapport à l'amplitude des mouvements stationnaires et aux dimensions des molécules, a mis l'expression de la quantité de chaleur absorbée dans une transformation élémentaire sous la forme:

$$dq = Af(t)\,dt + A(p + \pi')\,dv. \tag{3}$$

On devrait donc avoir:

$$A(p + \pi') = l, \qquad \text{d'où} \qquad \pi' = T\frac{dp}{dt} - p = \pi.$$

Cependant le calcul m'a conduit, dans le cas des fluides, à des valeurs numériques de π et π' présentant des différences de plusieurs

---

(1) H. Rubens et O. Krigar-Menzel, *Ann. d. Phys.*, XVII, p. 149; 1905; — et *J. de Phys.*, 4e série, t. IV, p. 787; 1905.

(2) Séance du 2 février 1906.

milliers d'atmosphères dans les limites des tableaux que j'ai donnés.

Or, pour former le second membre de la relation (3), on a supposé que l'énergie intramoléculaire (somme des énergies potentielle et cinétique des atomes) était fonction de t seul; autrement dit, en appelant U cette énergie, au lieu de la différentielle totale

$$dU = \frac{dU}{dt}\,dt + \frac{dU}{dv}\,dv,$$

on a considéré seulement la première différentielle partielle. De plus, on n'a supposé aucune énergie de rotation de la molécule. Pour simplifier la notation, je supposerai cette énergie rentrant dans U.

Ceci étant, quelle est la cause du désaccord en question? Est-elle dans les hypothèses restrictives relatives à la nature du mouvement stationnaire, ou dans le fait d'avoir négligé la différentielle partielle par rapport à v, de telle sorte que la relation (3) doive s'écrire :

$$(4) \qquad dq = Af(t)\,dt + A\left(p + \pi' + \frac{dU}{dv}\right)dv\ ?$$

II. La relation fondamentale bien connue qui définit la température absolue donne pour deux points p_0v_0, pv d'une même isotherme :

$$(5) \qquad KT = \frac{3}{2}\,pv + \frac{1}{2}\,\Sigma r\varphi(r) = \frac{3}{2}\,p_0v_0 + \frac{1}{2}\,\Sigma r_0\varphi(r_0).$$

Supposons dans ce qui suit les isothermes tracées en portant p en abscisses et pv en ordonnées; si p_0v_0 est l'ordonnée initiale de l'isotherme T, v_0 étant très grand, $\Sigma r_0\varphi(r_0)$ sera négligeable, et l'on aura :

$$(6) \qquad \Sigma r\varphi(r) = 3(p_0v_0 - pv),$$

et, par suite,

$$(7) \qquad \pi' = \frac{p_0v_0}{v} - p.$$

C'est avec la relation (7) qu'ont été calculées les valeurs numériques de π'; ces valeurs, comme on le verra plus loin, pour une température donnée, changent de signe suivant la grandeur de la pression; ce changement de signe, et du reste aussi la simple explication de la force expansive et de la pression, ne sont point, dans cette théorie, sans présenter quelques difficultés; il faut admettre un change-

ment de signe de $\varphi(r)$, ou considérer deux causes antagonistes : l'attraction intermoléculaire et une réaction entre les molécules, difficiles à concilier avec les hypothèses fondamentales d'une théorie qui ne fait intervenir ni les chocs ni la notion du covolume. Mais on peut arriver très simplement à l'expression de π' sans se préoccuper de ces hypothèses et de ces difficultés.

Considérons, en effet, sur une isotherme T (ABA'N) (*fig.* 1), un point B de la ligne d'égal volume OBCD ; le fluide est ici soumis, sous le volume v, à une pression extérieure p (OE) et à une certaine pression intérieure ; si cette pression intérieure n'existait pas, le fluide suivrait la loi de Mariotte, le point B serait en B' ; le volume v' correspondant à la ligne d'égal volume OB' serait plus grand que v. Soit donc $\mathfrak{P}$ la pression intérieure par unité de surface qu'il faudrait ajouter à la pression extérieure p pour ramener le volume de v' à v ;

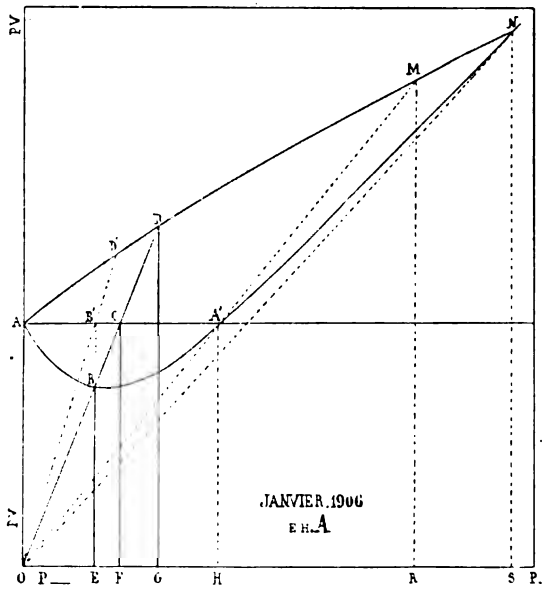


Fig. 1.

l'isotherme étant maintenant AA' parallèle à OP, le volume sera ramené à v sous la pression extérieure OF correspondant au point C de la ligne OD d'égal volume v ; et l'on aura, p_0v_0 étant l'ordonnée initiale OA :

$$p_0v_0 = v \times \mathrm{OF} = v\,(p + \mathfrak{P}),$$

d'où

$$\mathfrak{P} = \frac{p_0 v_0}{v} - p = \pi' = \mathrm{EF}.$$

Nous retrouvons donc la même expression qu'avec la théorie du viriel. La pression intérieure, à quelque cause qu'on l'attribue et sans faire aucune hypothèse, agit comme le ferait une pression extérieure, par unité de surface numériquement égale à celle dont j'ai calculé les valeurs.

III. Il résulte des considérations qui précèdent que la relation (3) doit bien être mise sous la forme (4); mais alors, U étant fonction de v et de t, la dérivée de U par rapport à t n'est plus forcément fonction de t seul, et il en est de même du terme $\mathrm{A}f(t)\,dt$ qui contient cette dérivée.

Ces conclusions viennent troubler le résultat séduisant auquel conduit la relation (3); celle-ci, en effet, devient, en y remplaçant π' par sa valeur tirée de (2) et (4),

$$dq = \mathrm{A}f(t)\,dt + \frac{2}{3}\,\mathrm{AKT}\,\frac{dv}{v}.$$

En divisant par T, on obtient une différentielle exacte, et l'on arrive ainsi directement au principe Carnot-Clausius.

Pour arriver maintenant au même résultat, il faudrait admettre que la différentielle de U par rapport à v soit de la forme $\mathrm{T}\varphi(v)$, ce que rien ne justifie *a priori;* il faudrait encore, d'après ce qui vient d'être dit, admettre gratuitement que la chaleur spécifique sous volume constant ne dépend que de t.

IV. On sait que l'on s'écarte peu de la constitution des fluides en considérant le coefficient de pression comme fonction du volume seul; nous aurons donc, la température étant donnée par le thermomètre à gaz parfait :

$$\frac{dp}{dt} = \mathcal{F}(v),$$

$$p = \mathcal{F}(v)\,\mathrm{T} + \mathrm{C}, \qquad 0 = \mathcal{F}(v)\,\mathrm{T}_0 + \mathrm{C},$$

T_0 étant la température pour laquelle la pression s'annulerait si la loi de distribution des isothermes n'était interrompue en arrivant à la courbe de saturation.

Nous aurons donc :

$$p = \mathcal{F}(v)\,(\mathrm{T} - \mathrm{T}_0).$$

Revenons maintenant à la *fig.* 1, divisons OB en $(\mathrm{T} - \mathrm{T}_0)$

parties égales et prolongeons la division jusqu'en un point D tel que BD contienne T_2 divisions et que, par suite, OD en contienne T. La longueur des divisions dépend de v, le lieu des points D est une courbe ADMN coupant l'isotherme en un point N ramené ici dans les limites de la figure, mais en réalité correspondant à une pression beaucoup plus forte; nous pouvons écrire de suite les relations :

$$BB' = p_0v_0 - pv = \frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}\Sigma r\varphi(r)\right], \qquad EF = OF - OE = \frac{p_0v_0}{v} - p = \pi',$$

$$OF = \frac{p_0v_0}{v}, \qquad EG = T\frac{dp}{dt} - p = \pi,$$

$$OG = T\bar{f}(v) = T\frac{dp}{dt} = Jl, \qquad FG = \pi - \pi' = \frac{dU}{d}.$$

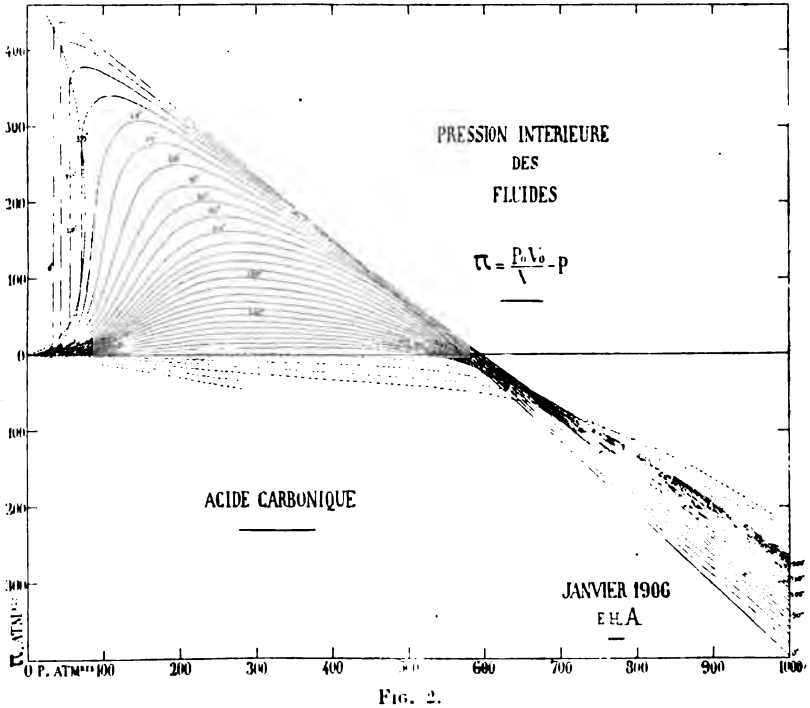


Fig. 2.

Toutes les grandeurs qui intéressent la théorie se lisent donc de suite sur la figure. On voit que : la pression croissant, le viriel des forces intermoléculaires (trois demis de BB′), après avoir passé par un maximum, s'annule en A′ et change de signe.

La pression intérieure π'(EF) s'annule aussi en A′ et suit des lois analogues. La *fig.* 2 montre pour l'acide carbonique l'ensemble des valeurs de π' calculées de 10° en 10° jusqu'à 260° et 1.000 atmosphères. On remarquera l'inversion dans l'ordre des courbes après leur entrecroisement. Les lignes ponctuées, arbitrairement tracées en dehors des données expérimentales, montrent comment π' finit par devenir négatif pour des pressions de plus en plus faibles quand la température croît. (Pour l'hydrogène, π' est déjà négatif aux faibles pressions dès la température ordinaire.)

Enfin on voit encore que π (EG), de même que π', après avoir passé par un maximum, s'annule et change de signe en N, mais sous des pressions beaucoup plus considérables que pour π'.

On remarquera que, dans ce qui précède, seule la représentation de π dépend de la loi du coefficient de pression (¹).

V. En supposant toujours cette loi, il vient en dérivant par rapport à t les valeurs de π et π' [relations (1) et (2)] :

$$\frac{d\pi}{dt} = \frac{d^2p}{dt^2} + \frac{dp}{dt} - \frac{dp}{dt} = 0, \qquad \text{d'où} \qquad \pi = \lambda(v), \qquad (a)$$

et

$$\frac{d\pi'}{dt} = \frac{1}{v}\frac{d(p_0v_0)}{dt} - \frac{dp}{dt}.$$

Mais, sous la pression infiniment faible p_0, l'ordonnée p_0v_0 (ordonnée initiale) croît proportionnellement à la température; on a donc :

$$\frac{d(p_0v_0)}{dt} = K, \qquad \text{et par suite} \qquad \frac{d\pi'}{dt} = \frac{K}{v} - \frac{dp}{dt} = \frac{K}{v} - \mathcal{F}(v),$$

d'où

$$\pi' = \psi(v)\,T + \lambda(v). \qquad (b)$$

Ainsi, au degré près d'approximation de la loi du coefficient de pression dont les écarts sont hors de proportion avec les différences des valeurs numériques de π et π', on voit que ces fonctions sont de formes très différentes; les lois exprimées par les rela-

(¹) Les parties rectilignes des isothermes correspondent au changement d'état, la courbe ponctuée passant par les extrémités de ces parties rectilignes est donc la courbe de saturation.

tions (a) et (b) résultent aussi immédiatement de l'examen de mes tableaux.

On voit facilement, du reste, que π ne correspond nullement à la notion de pression intérieure définie plus haut, car une partie du travail πdv ne dépend point des actions pouvant avoir pour effet une variation de volume; π', au contraire, ne dépend que de ces actions; il est, par sa définition même, tout indiqué comme pression intérieure à introduire dans l'équation d'état; et en effet, tandis que je n'ai pu obtenir une équation d'état satisfaisante en y introduisant π, j'ai pu avec π' réussir à représenter l'ensemble du réseau de l'acide carbonique, tant l'état liquide que l'état gazeux, et la courbe de saturation.

Ces dernières considérations suffiraient pour montrer que le terme $(p - \pi')$ est inacceptable même indépendamment des vérifications numériques; et quant au terme $Af(t)\,dt$, qui suppose la chaleur spécifique sous volume constant fonction de la température seule, il résulte de la relation $\frac{dc}{dv} - AT\frac{d^2p}{dt^2}$ (c) que sa forme entraînerait comme conséquence la stricte exactitude de la loi du coefficient de pression; or cette loi ne peut être jusqu'ici considérée que comme approchée, et encore faut-il remarquer qu'elle est évidemment en défaut dans le cas de corps qui, comme l'eau, pourraient présenter le phénomène du maximum de densité.

On pourra remarquer que, dans le cas où la loi du coefficient de pression serait observée, l étant de la forme $T\vartheta(v)$, et le coefficient c ne dépendant que de t d'après la relation précédente (c), le facteur intégrant $\frac{1}{T}$ rendrait dq différentielle exacte par la simple séparation des variables, ainsi que cela a lieu dans le cas des gaz parfaits, ce qui, du reste, bien entendu, ne conduirait encore pas au principe de Carnot-Clausius, puisque la relation (c) suppose ce principe établi.

Contributions à l'étude des diélectriques liquides ;

Par M. G. Gouré de Villemontée [1].

Les recherches faites jusqu'à présent sur les diélectriques liquides peuvent être groupées de la manière suivante :

I. Mesure du pouvoir inducteur spécifique;

II. Coexistence du pouvoir inducteur spécifique et de la conductibilité;

III. Conductibilité.

I. *Mesure des pouvoirs inducteurs spécifiques.* — Le pouvoir inducteur spécifique a été déterminé dans le but de vérifier le résultat théorique de Maxwell $K = n^2$ en employant : 1° les courants alternatifs [2]; 2° les oscillations de Hertz [3]; 3° les courants continus fournis par une pile [4].

La durée de charge n'était pas comptée dans les expériences précédentes. M. Pérot, qui en a cherché l'influence sur la benzine pure et l'essence de pétrole [5], a trouvé que le pouvoir inducteur de ces liquides, voisin de l'unité au début de la charge, varie d'abord rapi-

---

(1) Séance du 16 février 1906.

(2) Winkelmann, *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 160 ; 1889 ; et *J. de Phys.*, t. IX, p. 515; 1890; — Donle, *Wied. Ann.*, t. X, p. 307; 1890; et *J. de Phys.*, t. IX, p. 515; 1890; — Elsas, *Wied. Ann.*, t. XLIV, p. 654; 1891; et *J. de Phys.*, 3e série, t. I, p. 251 ; 1892; — Werner, *Wied. Ann.*, t. XLVII, p. 613-625 ; 1892 ; et *J. de Phys.*, 3e série, p. 73; 1894; — Negreano, *J. de Phys.*, 2e série, t. VI, p. 557 ; 1887; — Sokoleff, *Société physico-chimique russe*, t. XXIV; 1892; et *J. de Phys.*, 3e série, t. II, p. 529; 1893 ; — Stschegliaeff, *J. de Phys.*, 3e série, t. I, p. 259; 1893; et *Journal de la Société physico-chimique russe*, t. XXIII, p. 170 ; 1891 ; — Smirnoff, *Journal de la Société physico-chimique russe*, t. XXIV; 1892; et *J. de Phys.*, 3e série, t. II, p. 529 ; 1893; — Pellat, *J. de Phys.*, 3e série, t. IV, p. 501 ; 1895 ; — Tereschin, *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 792-804; 1889; et *J. de Phys.*, 3e série, t. IX, p. 584; 1890 ; — Weber, *Archives des Sc. phys. et nat.*, 3e période; Genève, 1893; — Cohn et Arons, *J. de Phys.*, 2e série, t. VII, p. 379; 1888.

(3) Blondlot, *J. de Phys.*, 3e série, t. I, p. 197; 1892; — J. Thomson, *Proceedings of the R. Society*, 20 juin 1889; — Lecher, *Sitzungsberichte d. kais. Akademie d. Wissenschaften in Wien* ; 1890; et *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 142; 1891; — Campetti, *Rendiconti della R. Ac. dei Lincei*, 5e série, t. III, p. 16; 1894; — Thwing, *The Physical Review*, t. II, p. 35 ; 1894; et *J. de Phys.*, 3e série, t. IV, p. 227; 1895.

(4) Silow, *Ann. Pogg.*, t. CLVI, p. 389; 1875; et t. CLVIII, p. 306; 1876.

(5) *J. de Phys.*, 2e série, t. X, p. 149; 1891.

dement et atteint, après un temps inférieur à une seconde, une valeur fixe « indépendante de la durée et du potentiel de charge ».

Il résulte de l'ensemble des expériences que la relation $K = n^2$, vérifiée dans quelques cas, est souvent en défaut. Le désaccord tient à plusieurs causes :

1° La mesure des pouvoirs et la détermination des indices ont été rarement faites sur le même liquide ;

2° D'après M. Mascart [1] : « La théorie (électromagnétique de la « lumière) ne s'applique qu'à des phénomènes oscillatoires dont la « période est comparable à celle des vibrations lumineuses. On ne « peut donc rien conclure, à ce point de vue, des résultats pratiques « obtenus dans la plupart des cas. » Cette seconde remarque exclut un grand nombre des expériences citées précédemment ;

3° Souvent les liquides étudiés n'étaient pas purs ; dans ce cas, le pouvoir inducteur varie avec l'échantillon et avec la durée de charge. Le pouvoir inducteur n'est plus une constante. La comparaison du pouvoir inducteur avec le carré de l'indice n'a plus de sens.

II. *Conductibilité et constante diélectrique.* — MM. Cohn et Arons [2] font une première tentative pour rechercher si les liquides diélectriques possèdent à la fois le pouvoir inducteur spécifique et une conductibilité propre.

Les auteurs admettent la transmission de la charge par deux effets superposés : une charge brusque suivie d'un régime permanent soumis à la loi d'Ohm.

Deux constantes figurent dans les formules, la constante diélectrique, la conductibilité ou son inverse la résistance spécifique.

MM. Cohn et Arons déduisent par l'expérience les constantes des équations.

Deux critiques sont à faire : Les constantes ne sont pas liées aux données expérimentales par des relations simples, il est impossible de fixer avec précision l'approximation des résultats. En outre, les auteurs ne montrent pas que les constantes trouvées par eux soient indépendantes de l'épaisseur du liquide interposé entre les armatures et ne tiennent pas compte de la durée de charge. La question n'est pas résolue.

---

(1) *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, t. II, p. 519.

(2) *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 454-477 ; 1886 ; — et *J. de Phys.*, 2e série, t. VI, p. 546 ; 1887.

M. Bouty (1) reprend le problème par une méthode directe.

Un liquide diélectrique placé dans une auge entre deux armatures métalliques portées à des potentiels différents pendant des intervalles de temps très courts, de $0^{sec},001$ à $0^{sec},03$, se comporte comme un condensateur à lame isolante et comme un électrolyte.

M. Bouty conclut à la coexistence du pouvoir inducteur spécifique et de la conductibilité électrolytique sensible des substances étudiées et donne les valeurs de la constante diélectrique et de la résistivité en ohms du sulfure de carbone, de l'essence de térébenthine et de la benzine à 20°.

Hertz (2) mesure la charge transmise par la benzine placée entre les armatures d'un condensateur et en déduit la résistance du liquide et le résidu. La benzine du commerce a une résistance faible et un résidu élevé. La conductibilité et le résidu sont dus à des impuretés. Le courant prolongé purifie la benzine et en fait un isolateur presque parfait. Le résidu est dû à une polarisation et non à l'apport d'électricité libre.

M. Curie (3) montre l'accroissement général de conductibilité des diélectriques liquides sous l'action des rayons du radium et des rayons de Röntgen et donne « la conductivité provoquée par le « rayonnement d'un sel de radium, évaluée en mohs pour 1 centi- « mètre cube, du sulfure de carbone, de l'éther de pétrole, de l'amy- « lène, du chlorure de carbone, de la benzine, de l'air liquide, de « l'huile de vaseline ».

De nombreux faits particuliers qui fournissent des résultats qualitatifs plutôt que des données quantitatives sont contenus dans des mémoires de Quincke (4).

M. Egon v. Schweiler (5) étudie le cas d'une lame diélectrique, couche de toluène, avec armatures intercalées dans le circuit d'une pile avec un galvanomètre. Le courant ne suit pas la loi d'Ohm, l'intensité n'est pas proportionnelle à la force électromotrice. L'auteur croit voir une analogie avec les phénomènes produits par les

---

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XXVII, p. 62; 1892; — et *J. de Phys.*, 3e série, t. I, p. 445; 1892.

(2) *Wied. Ann.*, t. XX, p. 279; 1883; — et *J. de Phys.*, 2e série, t. III, p. 141; 1884.

(3) *Comptes Rendus de l'Ac. des Sciences*, 11 février 1902, t. CXXXIV, p. 420; 1902.

(4) *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 529; 1886.

(5) *Drude's Ann. der Physik*, t. IV; 1901; — et *J. de Phys.*, 3e série, t. X, p. 344; 1901.

gaz ionisés et cherche à mettre en évidence l'existence de charges électriques libres dans le cas du diélectrique.

Il faut ajouter à cet ensemble, incomplet malgré son étendue, la question très controversée, étudiée dans le cas des solides, ébauchée seulement dans le cas des liquides par Kœnig (1) et Quincke (2), de l'hystérésis électrique et de la viscosité.

M. Hess (3) résume et discute l'ensemble des travaux de Steinmetz (4), M. Arno (5), M. Ewing et Miss Klaasen, M. Janet (6), M. Brylinski (7), MM. Porter et Morris (8).

M. Hess rejette l'hypothèse de l'hystérésis et de la viscosité et soutient l'idée de la dissipation d'énergie dans les particules conductrices du diélectrique hétérogène et en déduit l'explication des faits observés de la théorie de Maxwell.

M. Beaulard (9) abandonne également l'hypothèse de l'hystérésis, et, après avoir discuté l'hypothèse de la viscosité, se rattache à l'idée émise par M. Bouty à la suite de l'étude du mica (10) : « retard de la « polarisation analogue aux retards que l'on observe pour d'autres « phénomènes physiques, en particulier dans l'étude de l'élasticité ».

En résumé :

I. Les charges sont de très courte durée :

1° Par courants alternatifs ;

2° Par oscillations hertziennes ;

3° Par interrupteur pendulaire (de $0^{sec},0001$ à $0^{sec},03$), expériences de M. Bouty.

II. Le régime permanent est à peine étudié.

III. Le mode de propagation de ces charges reste inconnu.

Les expériences suivantes ont été entreprises en vue :

De chercher : 1° quelle est l'influence des temps de charge ;

2° S'il existe un régime permanent ;

---

(1) *Wied. Ann.*, t. XXV, p. 624 ; 1885.
(2) *Wied. Ann.*, t. LXII, p. 1-13 ; 1897.
(3) *Eclairage électrique*, t. IV, p. 205 ; 1895.
(4) *El. Engineer:* New-York, 1892.
(5) *Rendiconti della R. Ac. dei Lincei;* 1892 ; — et *la Lumière électrique*, t. XLVI, p. 537.
(6) *Comptes Rendus de l'Ac. des Sciences;* 1892 ; — et *J. de Phys.*, 3e série, t. II, p. 337 : 1893.
(7) *La Lumière électrique ;* 1893.
(8) *The Electrician:* 12 avril 1895.
(9) *J. de Phys.*, 3e série, t. IX, p. 420 : 1900.
(10) *J. de Phys.*, 2e série, t. IX, p. 293 ; 1890.

3° De découvrir le mode de propagation.

La première disposition a été la suivante :

Deux lames de laiton *a* et *b* (*fig.* 1) sont montées verticalement dans une auge en face l'une de l'autre. *a* est reliée à une dérivation C_a prise sur le circuit d'une pile constante, *b* est en communication avec le mercure de la pointe d'un électromètre capillaire. Le mercure de la cuvette de l'électromètre est relié à l'extrémité d'une dérivation C_b prise sur le circuit d'une seconde pile constante.

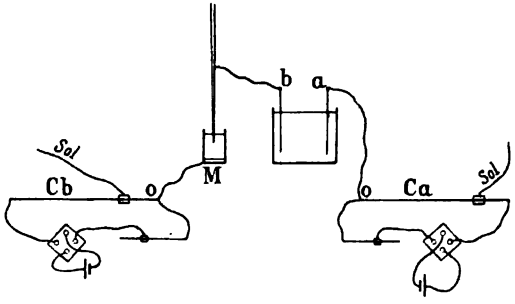


Fig. 1.

I. L'auge est remplie de pétrole. On porte *a* à un potentiel connu V; le ménisque dévié tend vers une position d'équilibre ; si l'on cherche à le ramener au zéro en faisant varier le potentiel de M, on trouve que le retour au zéro n'est pas réalisable.

II. Lorsque les lames *a* et *b* sont séparées par une couche d'air : 1° les déplacements du ménisque sont réguliers et suivent immédiatement les variations du potentiel de *a* ; 2° on ramène le ménisque au zéro en établissant en M un potentiel égal à celui qui existe en *a*.

L'influence du temps, lorsque les armatures sont séparées par du pétrole, est prépondérante et compliquée.

J'ai cherché à soumettre le liquide à un régime permanent dans des conditions nettement définies. J'ai évité l'emploi de courants alternatifs et l'usage de toute formule théorique pour suivre la propagation de l'électricité dans la masse. J'ai appliqué la méthode adoptée par M. J. Curie pour l'étude des corps cristallisés [1].

Un condensateur constitué par un tube cylindrique et une tige de laiton dont les axes coïncident est monté à l'intérieur d'un vase de verre isolé rempli du diélectrique à étudier.

[1] *Ann. de Ch. et de Ph.*, 6e série, t. XVII, p. 385; 1889.

On mesure la charge de l'armature interne, dans les conditions qui sont développées plus loin. L'évaluation est faite en cherchant la quantité d'électricité qu'il faut dégager par traction, sur un quartz piézo-électrique, soit pour produire une déviation égale à celle que détermine la décharge sur un électromètre, soit pour compenser la charge développée sur l'armature interne (méthode de zéro). Le poids tenseur du quartz est proportionnel à la quantité d'électricité dégagée.

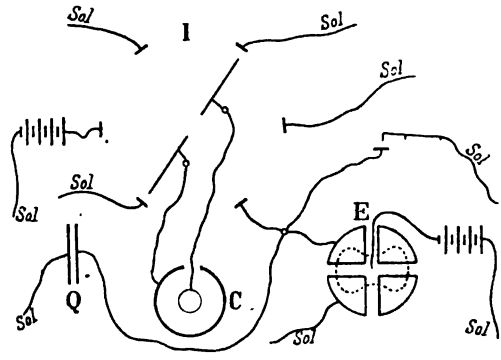


Fig. 2.

Le produit de ce poids par la constante du quartz permet d'obtenir les charges électriques en unités absolues.

La disposition employée est représentée par le schéma (*fig.* 2) : C, condensateur; I, interrupteur; Q, quartz piézo-électrique; E, électromètre.

L'exactitude des résultats exige :

1° Une grande précision dans la détermination de la durée de charge;

2° Une grande rigueur dans l'évaluation des poids tenseurs du quartz;

3° Un réglage très exact de l'électromètre et l'invariabilité du zéro quand l'électromètre est ouvert.

La rapidité des charges et des décharges et la précision dans la mesure des durées de charge ont été obtenues en employant pour commutateurs la branche horizontale d'un pendule de torsion [1].

---

[1] L'emploi des pendules de torsion comme commutateurs a été indiqué par M. Bouty (*Ann. de Ch. et de Ph.*, 6e série, t. XXIV, p. 391).

Deux fils partant respectivement des armatures du condensateur aboutissent à deux fils de nickel maintenus dans des mâchoires de mica recouvertes de gomme laque et fixées sur la barre horizontale du pendule. De petites cuvettes métalliques remplies de mercure, montées sur des plaques de paraffine, sont reliées au sol, à la pile de charge, à l'électromètre. Les fils de nickel des équipages mobiles labourent à leur passage les ménisques de mercure et établissent ou suppriment les communications à des intervalles de temps très courts. La durée de charge est déduite de la durée de l'oscillation du pendule et de la longueur du ménisque traversé. Des arrêts permettent de prolonger les durées de charge. Une lame élastique culbutée par le pendule arrête la barre horizontale à la fin de la première oscillation et empêche les communications inverses.

Après des essais avec l'électromètre Hankel, j'ai employé seulement l'électromètre à quadrants avec amortissement par des aimants, chargé par une pile de 100 éléments Gouy.

La sensibilité a été rendue aussi grande que possible en diminuant le poids de l'aiguille, en allongeant le fil de suspension et en observant les déviations par réflexion sur un miroir. Le poids de l'aiguille, de la tige qui la soutient et du miroir est de $0^{gr},49$.

L'ensemble est suspendu à un fil d'argent de $0^{mm},03$ de diamètre et 30 centimètres de long environ.

L'échelle sur laquelle on lit les déviations est placée à 1 mètre. $1^{v},39$ produit une déviation de 142 millimètres. On peut apprécier facilement le centième de volt et même le $0^{v},005$. L'invariabilité de l'image au moment où l'on isole les pièces de charge de l'électromètre, l'invariabilité du zéro, lorsque l'électromètre reste ouvert, sont obtenues par le soulèvement d'un talon de platine posé sur une lame de platine et par l'emploi d'écrans recouverts de feuilles d'étain reliées au sol, qui entourent les appareils.

La déperdition, diminuée autant que possible en garnissant les tiges de verre et les lames de mica des différents supports avec de la gomme laque appliquée avec un fer chaud et en plaçant de la chaux vive dans les caisses où sont enfermés les appareils, n'a cependant pas pu être annulée.

Toutes ces précautions prises, les résultats ont été corrigés des faibles effets de la variation du champ intérieur et de la déperdition qui n'avaient pas pu être évités.

Les expériences sont partagées en trois séries :

Première série : *Mesure des charges prises par l'armature interne dans les conditions suivantes :* 1° le condensateur est chargé en portant l'armature externe au potentiel V, l'armature interne au sol pendant le temps t; 2° les armatures sont isolées; 3° l'armature interne est reliée à l'électromètre, l'armature externe au sol.

Un premier ensemble de recherches a été fait avec un condensateur cylindrique (armature externe 60 millimètres, armature interne 5 millimètres, hauteur 11 centimètres) rempli de pétrole.

Le potentiel de charge produit par 10 éléments Daniell était : $10^{v},9$.

La compensation des charges, estimée avec un électromètre Hankel, a été obtenue par les tractions suivantes :

Première série.

Durée de charge en secondes	Charges compensatrices en grammes	Températures
$0^{sec},043$	700^{gr}	22°,2
0 ,086	700	
0 ,129	700	21
0 ,172	700	23 ,4

Deuxième série.

$0^{sec},043$	650^{gr}	
0 ,098	650	
0 ,135	450	21°,2
0 ,166	350	

La difficulté du réglage, jointe à la déperdition, permet seulement de déduire de ces nombres la marche générale du phénomène.

Un groupe d'expériences beaucoup plus étendu qui a été fait avec l'huile de paraffine a donné des résultats plus précis.

Un condensateur (armature externe 10 centimètres, armature interne 6 millimètres, hauteur 18 centimètres) a été rempli d'huile de paraffine. La hauteur du liquide était environ 16 centimètres.

Le potentiel de charge $19^{v},46$ a été produit par 14 éléments Gouy.

Les durées de charges ont été :

$0^{sec},004$, $0^{sec},08$, $0^{sec},27$, $1^{sec},03$
5 sec., 10 sec., 20 sec., 30 sec., 1 minute
5 minutes . . . . . 30 minutes.

Les températures ont été 21°,6-24°,6 C.

Les mesures ont été faites avec l'électromètre à quadrants.

1° *Résultats qualitatifs :* Le signe de la charge trouvée sur l'arma-

ture interne est contraire au signe de la charge communiquée directement par la pile à l'armature externe.

2° *Résultats quantitatifs :* Le but était de comparer les variations de charge de l'armature interne après les durées croissantes de charge de l'armature externe. Si Q_t représente la charge produite par une différence de potentiel V maintenue pendant le temps t, p le poids tenseur du quartz qui compense la charge, K la constante du quartz :

$$Q_t = Kp;$$

d'où, en rapportant les charges à l'unité de potentiel et à l'unité de temps :

$$\frac{p}{Vt} = \frac{Q_t}{KVt}.$$

Les nombres suivants, empruntés à une série d'expériences, permettent de se rendre compte de la marche du phénomène et de l'approximation avec laquelle les résultats ont été obtenus :

TABLEAU I.

Durées de charge	Charges compensatrices du quartz évaluées en grammes	Valeur des quotients $\frac{p}{Vt}$
$0^{sec},004$	710	869000
$0^{sec},08$	710	456,11
$0^{sec},27$	830	158,04
$1^{sec},03$	1060	53,12
5 secondes	1180	13,16
10 —	1240	6,37
30 —	1260	2,15
1 minute	1290	1,10
5 minutes	1340	0,22
20 —	1430	0,06

Les poids sont déterminés à 10 grammes près, les potentiels à $0^{v},01$, les temps comptés en secondes avec une approximation supérieure à 1 0/0 de leur valeur.

L'erreur relative dans l'évaluation des quotients est inférieure à 0,03.

On voit immédiatement que les charges varient très rapidement pendant les premières fractions de seconde. La construction d'une courbe en portant en abscisses les temps et en ordonnées les valeurs des quotients $\frac{p}{Vt}$ limiterait à un intervalle extrêmement restreint la

représentation des variations les plus intéressantes. Afin d'élargir la partie de la courbe qui correspond aux durées les plus faibles, j'ai pris pour abscisses les logarithmes des temps t et pour ordonnées les logarithmes des quotients $\frac{p}{Vt}$ (*fig.* 3). Dans ce cas, l'évaluation de l'erreur maxima commise sur chacun des facteurs montre que les deux premières décimales des logarithmes sont exactes.

On a ainsi le tableau II.

TABLEAU II.

	$\log t$	$\log \frac{p}{Vt}$
$0^{sec},0042$	$\bar{3},6232$	5,9390
$0^{sec},08$	$\bar{2},9031$	2,6591
$0^{sec},27$	$\bar{1},4314$	2,1986
$1^{sec},03$	0,0128	1,7254
5 secondes	0,6990	1,1191
10 —	1,0000	0,8043
30 —	1,4771	0,3342
1 minute	1,7782	0,0433
5 minutes	2,4771	$\bar{1},3609$
20 —	3,0792	$\bar{2},7870$

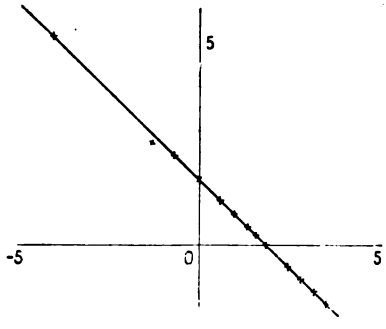


FIG. 3

Les ordonnées diffèrent d'une constante de celles qu'auraient données les quotients $\frac{Q_t}{Vt}$.

La ligne obtenue est une droite dont le coefficient angulaire est :

$$a = 0,95.$$

On en déduit, en désignant par b une constante, la relation

générale :

$$\frac{p}{Vt} = e^b t^{-a}$$

ou

$$\frac{Q_t}{Vt} = Ke^b t^{-a},$$

et en posant :

$$\frac{\partial Q_t}{\partial t} = i,$$

$$\frac{i}{V} = Ke^b (1 - a)\, t^{-a}.$$

Si on appelle *intensité* le quotient $\frac{i}{V}$, l'intensité, très grande au début, diminue très rapidement avec la durée des charges. La valeur initiale très élevée de l'intensité correspond à ce que l'on nomme la charge instantanée. Un fait intéressant à noter est l'identité du résultat avec celui des expériences de M. J. Curie sur la conductibilité des cristaux. D'après M. J. Curie, la fonction qui relie l'intensité du courant au temps est :

$$I = at^{-n}.$$

La courbe du logarithme de l'intensité en fonction du logarithme du temps est une droite entre certaines limites.

M. Hess a obtenu le même résultat avec la gutta, la paraffine et le caoutchouc (1).

On voit, de plus, que la courbe déduite de la théorie proposée par M. Hess (2) pour représenter les logarithmes des intensités du courant de charge est, entre certaines limites, une droite dont l'inclinaison diffère peu de l'inclinaison de la droite (*fig.* 3).

3° *Pouvoir inducteur spécifique :* La charge du même condensateur, lorsque les armatures sont séparées par une couche d'air, est indépendante de la durée de charge.

Si l'on appelle pouvoir inducteur spécifique le quotient de la charge du condensateur à diélectrique liquide, chargé pendant le temps t, par la charge du même condensateur à diélectrique air chargé, pendant le même temps, par la même différence de potentiel, on en conclura que le pouvoir inducteur spécifique varie avec

(1) *J. de Phys.*, 3e série, t. II, p. 149; 1893.
(2) *Loc. cit.*, p. 150.

la durée de charge. Dans ces conditions, le pouvoir inducteur spécifique n'est plus une constante, sa définition n'a plus de raison d'être.

Le même fait a été signalé par M. J. Curie (1) : « L'action du temps « de charge sur la valeur du pouvoir inducteur est très variable « avec les diverses substances...

« La différence provient surtout du commencement de la courbe « de charge lente dont on prend une portion en même temps que « la charge instantanée correspondant au pouvoir inducteur. » Avec la tourmaline (2) : « des valeurs 6 et 7 obtenues pour le temps de « une seconde, on tombe jusqu'au voisinage de 5 pour temps de « charge très court. »

Deuxième série : *Les armatures du condensateur brusquement isolées sont reliées*, l'armature externe au pôle de la pile de charge, l'armature interne à l'électromètre à quadrants; pendant un intervalle de temps t, on mesure la charge communiquée à l'électromètre.

Les condensateurs et les liquides ont été ceux de la première série. L'électromètre a été employé :

1° En portant les deux paires de quadrants à des potentiels égaux et contraires par une pile de 100 éléments Gouy dont le milieu était au sol et en reliant l'aiguille à l'armature interne du condensateur;

2° En chargeant l'aiguille avec l'un des pôles d'une pile de 100 éléments Gouy dont le second pôle est au sol et en reliant l'une des paires de quadrants à l'armature interne, l'autre paire étant au sol.

1° *Résultats qualitatifs :* La charge de l'armature interne est de même signe que la charge de l'armature externe;

2° *Résultats quantitatifs :* J'ai cherché comment varie la charge :

1° Avec le potentiel de charge;

2° Avec la durée de charge.

L'erreur dans l'évaluation du temps est réduite au minimum en opérant la traction du quartz avec un levier sur la branche duquel on déplace le poids tenseur, et en notant l'instant où l'image est au zéro. La charge compensatrice est évaluée à 10 grammes près.

Les résultats sont corrigés des effets de la variation du champ et de la déperdition.

1° *Loi des forces électromotrices.* — Le condensateur a été successivement chargé par des éléments Gouy, avec les différences de po-

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XVII, p. 413; 1889.
(2) *Loc. cit.*, p. 423.

tentiel et les durées de charge inscrites respectivement dans la première ligne horizontale et dans la première colonne verticale du tableau suivant. Quelques valeurs des quotients $\frac{p}{Vt} = \frac{Q_t}{KVt}$, prises dans différentes séries d'expériences, ont été inscrites dans les colonnes correspondantes ; les nombres ont été obtenus à une unité près du chiffre des centièmes.

TABLEAU III.

Durées	Différences de potentiels					
	1,39	1,39 × 2	1,39 × 3	1,39 × 6	1,39 × 8	1,39 × 14
1 minute	0,37	1,47	1,44	1,12	0,37	
6 minutes		0,32		0,30		
6m 45 secondes					0,21	
9 minutes		0,27			0,20	
10 —				0,21		0,26
12 —		0,23				0,27
13 —						0,26
14 —				0,21		
14m 20 secondes					0,22	
17 minutes		0,19				
19m 25 secondes					0,18	
22 minutes	0,19		0,17	0,18		
25 —	0,12	0,16				
26 —				0,17		
30 —		0,14		0,17		

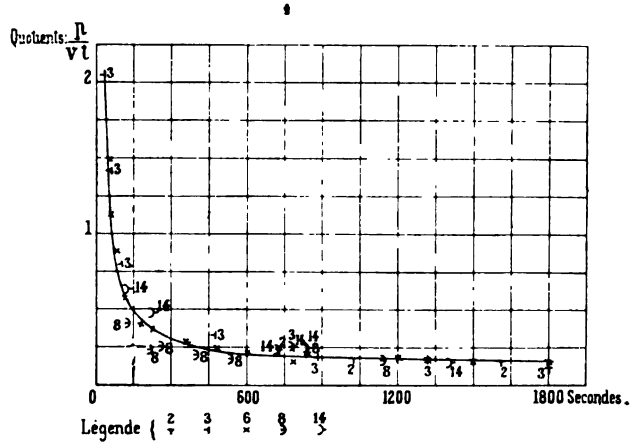


FIG. 4.

Une courbe (*fig.* 4) a été construite en portant en abscisses les

temps comptés en secondes et en ordonnées les valeurs des quotients $\frac{p}{Vt} = \frac{Q_t}{KVt}$ correspondants au potentiel de charge $1^v,39 \times 6$. Ces points sont indiqués par le signe $\times$.

En reportant sur la même feuille les valeurs correspondantes aux autres expériences, marquées par des indices correspondants, on voit que tous les points sont sur la courbe. Il en résulte que les quantités d'électricité mesurées sur l'armature interne après des temps de charge égaux sont proportionnelles aux différences de potentiel de charge, autrement dit aux forces électromotrices.

2° *Variations des charges avec la durée de charge.* — Les durées de charge ont été variées en prenant, pour faire les branches horizontales des pendules interrupteurs de torsion, des pièces de poids très différents : 1° une tige de paille; 2° une tige d'aluminium; 3° une barre de fer épaisse.

L'addition de masses permettait en outre d'augmenter la durée d'une oscillation. Un jeu convenablement gradué d'arrêts produisait des durées de charge comprises entre 1 seconde et 27 minutes.

Les charges de l'armature interne ont été mesurées de deux manières différentes suivant la durée : 1° La durée de charge est inférieure à 1 minute; la méthode employée est celle des impulsions : *a*) au moment où l'armature externe est portée au potentiel V, l'armature interne reliée à l'électromètre se charge, l'impulsion de l'aiguille est notée; *b*) on cherche par quel poids il faut tirer le quartz pour obtenir une impulsion égale. Il a été vérifié d'ailleurs que l'égalité des impulsions correspond à l'égalité des quantités d'électricité développées par traction. 2° La durée de charge est supérieure à 1 minute : j'ai employé une méthode de zéro. L'armature interne et le quartz sont reliés à l'électromètre de manière à fournir des charges de signes opposés. Je cherche quelle traction il faut exercer sur le quartz pour maintenir l'image au zéro, lorsque l'électromètre reçoit simultanément les charges développées sur l'armature interne et sur le quartz. Un premier groupe d'expériences a été fait avec le condensateur rempli de pétrole.

Les durées de charge ont été :

Première série de 15 secondes à 4 minutes;
Deuxième série de 15 secondes à 9 minutes.

Le potentiel de charge, $1^v,09$, était fourni par un élément Daniell.

L'ensemble des résultats obtenus avec l'électromètre Hankel indique une variation lente du quotient $\frac{Q_t}{V_t}$ lorsque la durée de charge dépasse 30 secondes.

Un second groupe d'expériences beaucoup plus précises a été fait avec l'huile de paraffine.

Les durées de charge ont été :

$0^{sec},0042$, $0^{sec},0062$, $0^{sec},08$, $0^{sec},24$, 1 seconde
$1^{sec},03$, 2 secondes, 3 secondes, 4 secondes, ... 1 minute
1 minute, 2 minutes, 3 minutes, 10 minutes, 11 minutes, . . . 27 minutes.

Le potentiel de charge produit par 6 éléments Gouy était $8^{v},34$.

Les températures ont été :

18° C. et 20°,5 C. pour les charges comprises entre $0^{sec},08$ et 1 minute ;

15° C. pour les charges comprises entre 1 minute et 28 minutes.

Les nombres pris dans deux séries d'expériences sont :

TABLEAU IV.

Durée	Valeurs des quotients $\frac{p}{Vt} = \frac{Q}{KVt}$
$0^{sec},004$	14278
$0^{sec},006$	7928,6
$0^{sec},08$	374,64
$0^{sec},24$	124,85
1 seconde	19,18
5 secondes	4,32
10 —	2,996
20 —	1,918
40 —	0,874
1 minute	0,798
2 minutes	0,499
5^{m} 20 secondes	0,2805
10 minutes	0,259
14^{m} 45 secondes	0,2506
16^{m} 30 —	0,2541
27^{m} 20 —	0,2559

Les tractions compensatrices correspondantes à des durées de charge égales ne sont pas les mêmes dans les tableaux I et III. Les conditions de charge étaient différentes. L'approximation est la même que dans la première série.

L'ensemble des résultats est représenté par la courbe (*fig.* 5) construite en portant en abscisses les durées de charge évaluées en secondes, et en ordonnées les quotients.

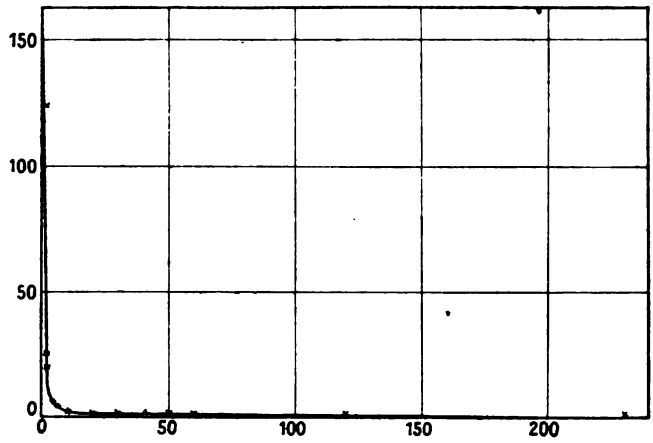


Fig. 5.

La courbe ainsi construite est semblable à la courbe tracée par M. J. Curie pour une lame de quartz perpendiculaire à l'axe [1].

Il faut remarquer que la courbe construite pour l'huile de paraffine correspond à une durée de charge de 1 à 27 minutes, tandis que la courbe relative au quartz correspond à une durée de charge de 3 heures.

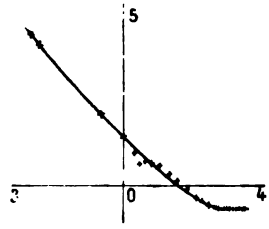


Fig. 6.

L'inconvénient de ce mode de représentation est de sacrifier le commencement de la charge. Si l'on veut donner un développement plus étendu au début de l'expérience, il faut prendre pour abscisses

[1] *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XVIII, p. 211.

les logarithmes des t et pour ordonnées les logarithmes des quotients $\frac{p}{Vt}$; c'est le système adopté pour la construction de la courbe (*fig.* 6). Les valeurs des coordonnées correspondantes aux durées de charge inscrites dans la première colonne du tableau sont alors :

TABLEAU V.

Durées	log t	log $\frac{p}{Vt}$
$0^{sec},004$	$\bar{3},62$	4,155
$0^{sec},08$	$\bar{2},90$	2,573
$0^{sec},24$	$\bar{1},38$	2,096
1 seconde	0	1,283
5 secondes	0,699	0,635
20 —	1,301	0,283
1 minute	1,778	$\bar{1},902$
5^m 20 secondes	2,505	$\bar{1},448$
10 minutes	2,778	$\bar{1},414$
16^m 30 secondes	2,995	$\bar{1},405$
27^m 20 —	3,214	$\bar{1},408$

La courbe ainsi construite se rapproche beaucoup de la ligne qui correspond aux expériences de la première série, aussi longtemps que la durée de charge est inférieure à 2 minutes.

Lorsque la durée de charge atteint environ 2 minutes, la courbe s'infléchit et devient rapidement une parallèle à l'axe des abscisses; alors

$$\log \frac{Q_t}{KVt} = C^{te},$$

d'où, en employant la notation adoptée plus haut :

$$\frac{i}{V} = C^{te} ;$$

le régime permanent est atteint.

TROISIÈME SÉRIE : *Étude des charges dans la masse du diélectrique.* — Au cours des expériences des deux premières séries, j'ai constaté que la charge résiduelle du condensateur est inappréciable lorsque la durée de charge ne dépasse pas $0^{sec},08$. L'étude a été poursuivie de la manière suivante :

Un cylindre vertical en laiton de $3^{cm},5$ de diamètre et de 29 centimètres de hauteur, fermé à la base par un bouchon isolé, constitue l'armature *externe* d'un condensateur. Une tige de laiton de

5 millimètres de diamètre, montée suivant l'axe, en est l'armature interne. Le cylindre est rempli d'huile de paraffine à 18° C., et une différence de potentiel de 19v,46 est établie entre les armatures.

Les durées de charge sont de 4 à 10 minutes. La différence de potentiel étant maintenue entre les armatures, on fait écouler, par le jeu d'un levier, l'huile de paraffine dans un cylindre isolé disposé au-dessous du condensateur relié à un électromètre.

La déviation de l'aiguille est inappréciable.

Conclusion. — La propagation des charges électriques à travers le pétrole et l'huile de paraffine est comparable à la propagation des charges électriques à travers les corps cristallisés. Aucune charge n'est appréciable dans l'intérieur du liquide.

Une analogie semblable a été signalée par Hertz (1) entre les propriétés de la benzine et des cristaux.

Conductibilités des mélanges d'acide sulfurique avec les sulfates (2). *Formation de complexes d'hydrogène ;*

Par M. Hollard (3).

L'acide sulfurique, en solution pas trop concentrée, est fortement dissocié en ions $\overline{\overline{SO^4}}$ et $\overset{+}{H}$ et a une conductivité très supérieure aux conductivités des sels neutres (par exemple des sulfates) qui, à concentration égale, sont beaucoup moins dissociés que l'acide sulfurique. Ajoutons à cette solution d'acide sulfurique un sulfate quelconque, par exemple du sulfate de soude, c'est-à-dire des ions $\overline{\overline{SO^4}}$ et $\overset{+}{Na}$; la conductivité, qui est proportionnelle au nombre des ions contenus dans l'unité de volume, doit augmenter. Ici *elle diminue* malgré l'apport de nouveaux ions. Il faut donc qu'il y ait eu une disparition considérable d'ions (4).

---

(1) *Wied. Ann.*, t. XX, p. 279; 1883.

(2) Les conductibilités des mélanges de SO^4H^2 avec SO^4Na^2 ainsi qu'avec SO^4Cu ont été présentées, par nous, comme thèse de physique en 1905. Les conductibilités des mélanges de SO^4H^2 avec SO^4Mg^2 et SO^4Zn ont été présentées à la séance de la Société chimique du 11 mai 1906. Nous donnons ces indications pour prendre date.

(3) Séance du 18 mai 1906.

(4) On ne peut invoquer ici l'hypothèse d'après laquelle (Voir Hollard, *Théorie des Ions et Electrolyse*, p. 141) l'addition de sulfate de soude provoquerait un changement d'équilibre entre les ions $\overline{\overline{SO^4}}$ et $\overset{+}{H}$ de l'acide sulfurique et la partie non

Ce ne sont pas les ions $\overline{\overline{SO^4}}$ qui ont diminué, puisque nous en avons ajouté sous forme de sulfate ; ce sont donc les ions $\overset{+}{H}$ qui ont en partie disparu pour entrer dans une combinaison complexe $\overline{SO^4H}$, comme l'indique la réaction suivante, où nous avons mis les ions en évidence :

$$\underbrace{\overline{\overline{SO^4}}\ \overset{+}{H^2}}_{\text{Ac. sulfurique}} + \underbrace{\overline{\overline{SO^4}}\ \overset{+}{Na^2}}_{\text{Sulfate de soude}} = \underbrace{2(\overline{\overline{SO^4H}}\ \overset{+}{Na})}_{\text{Sel complexe d'hydrogène (bisulfate de sodium)}}$$

Avec des solutions suffisamment étendues d'acide sulfurique, le complexe $\overline{SO^4H}$ se dissocie en ions $\overline{\overline{SO^4}}$ et $\overset{+}{H}$, c'est-à-dire qu'il redonne les ions de l'acide sulfurique, et cette dissociation est d'autant plus forte que l'acide sulfurique est plus étendu. Si bien que, pour des dilutions suffisantes d'acide sulfurique, l'addition de sulfate de soude ne diminue plus la conductibilité, mais elle l'augmente.

On se rend très bien compte du rôle du sulfate de soude par l'examen des courbes d'iso-conductivité des mélanges, en toutes proportions et en toutes concentrations, des solutions de sulfate de soude et d'acide sulfurique (Voir *fig.* 1).

En abscisses sont portées les concentrations (nombres de grammes par 100 centimètres cubes de solution) du sulfate et en ordonnées les concentrations de l'acide sulfurique.

Considérons un point quelconque d'une des courbes de la *fig.* 1, par exemple celui qui correspond à 6 grammes de SO^4H^2 et 2 grammes de SO^4Na^2 occupant le volume de 100 centimètres cubes ; la conductivité est 0,2197. Ajoutons du sulfate de soude; la conductivité diminue, malgré l'apport des ions $\overset{+}{Na}$; la diminution des ions $\overset{+}{H}$ est donc considérable. Pour maintenir constante la conductivité, nous sommes obligés d'ajouter des ions $\overset{+}{H}$, c'est-à-dire de l'acide sulfurique. C'est ce qu'indique la courbe montante correspondant à la conductivité 0,2197.

---

dissociée de cet acide, parce que ce genre de changement d'équilibre ne se produit d'une façon appréciable que par l'addition à un acide *faible*, c'est-à-dire peu dissocié (par exemple l'acide acétique), d'un sel de cet acide *faible* (l'acétate de soude par exemple). Ici nous avons affaire à l'acide sulfurique, qui est un acide *fort*.

Si nous considérons maintenant le mélange avec une concentration de SO^4H^2 très faible (2 0/0 par exemple), l'addition de SO^4Na^2 ne diminue plus la conductivité; elle l'augmente, mais légèrement. Cette addition de SO^4Na^2 a bien fait disparaître des ions $\overset{+}{H}$, puisque la conductivité du mélange est inférieure (et non pas égale) à la somme des conductivités des composants; mais cette disparition est beaucoup moins importante qu'avec des concentrations fortes de SO^4H^2 par suite de la dissociation — due à la dilution — des ions $\overline{SO^4H}$ en ions $\overline{SO^4}$ et $\overset{+}{H}$.

Enfin considérons la zone intermédiaire comprise entre les solutions concentrées et les solutions étendues de SO^4H^2; nous trouvons, pour 3 0/0 de SO^4H^2, une horizontale comme courbe d'iso-conductivité; c'est-à-dire que la *conductivité reste constante quelle que soit la quantité de sulfate de soude ajoutée.* Il faut donc admettre que, pour 3 0/0 de SO^4H^2, les additions de SO^4Na^2 font disparaître autant d'ions $\overset{+}{H}$ qu'elles apportent d'ions $\overset{+}{Na}$.

Tout ce que nous venons de dire sur le mélange de sulfate de soude et d'acide sulfurique s'applique au mélange avec l'acide sulfurique des sulfates de *magnésie*, de *zinc* et de *cuivre*. Pour tous ces mélanges, nous avons dressé, comme avec le sulfate de soude, des courbes d'iso-conductivités (*fig.* 2, 3 et 4). Ces courbes ont exactement la même allure que pour le sulfate de soude. L'analogie est même si profonde que :

Pour tous ces mélanges, la courbe d'iso-conductivité correspondant à 3 0/0 *de* SO^4H^2 *est une horizontale.* C'est une preuve de plus que ce n'est pas la nature du sulfate ajouté qui conditionne l'allure des courbes, mais c'est seulement la proportion des ions complexes d'hydrogène $\overline{SO^4H}$. Il n'y a donc pas eu formation de complexes de sodium, de magnésium, de zinc ou de cuivre, mais bien formation de complexes d'hydrogène.

Un seul sulfate, le sulfate d'ammoniaque, donne des courbes d'allures différentes; la courbe horizontale se trouve située, avec ce sel, à 8 0/0 de SO^4H^2 (Voir *fig.* 5).

Mélanges de sulfate de soude et d'acide sulfurique. — Les résistivités sont exprimées en ohm-centimètres internationaux, la température moyenne à laquelle ont été effectuées les mesures est de 16°,8.

En gr. p. 100 cm³		Résistivités	Conductivités	Températures
SO^4H^2	SO^4Na^2	$\frac{1}{x}$	x	
1	0	22,141	0,0452	17°
3	0	8,027	0,1245	16 ,9
5	0	4,988	0,2005	16 ,8
7	0	3,668	0,2726	16 ,8
9	0	2,891	0,3459	17 ,2
11	0	2,501	0,3998	17 ,2
13	0	2,179	0,4589	17 ,1
15	0	1,971	0,5073	17 ,0
17	0	1,818	0,5500	17
19	0	1,698	0,5889	17
0	2	50,547	0,0198	16 ,6
2	2	12,545	0,0797	16 ,7
4	2	6,764	0,1478	16 ,7
6	2	4,550	0,2197	16 ,6
8	2	3,521	0,2840	16 ,6
10	2	2,889	0,3461	16 ,6
12	2	2,494	0,4177	16 ,6
14	2	2,194	0,4557	16 ,6
16	2	2,001	0,4997	16 ,6
18	2	1,868	0,5353	16 ,6
0	4	29,418	0,0340	16 ,5
2	4	12,150	0,0823	16 ,6
4	3,93	6,874	0,1454	16 ,6
6	3,93	4,814	0,2077	16 ,7
8	4	3,701	0,2702	16 ,8
10	4	3,064	0,3264	16 ,7
12	4	2,617	0,3821	16 ,9
14	4	2,307	0,4334	16 ,8
16	4	2,104	0,4753	16 ,8
18	4	1,930	0,5181	17 ,3
0	6	21,293	0,0470	17 ,2
2	6	11,038	0,0906	17 ,2
4	5,9	6,999	0,1428	16 ,9
6	5,9	4,814	0,2077	16 ,9
8	5,9	3,746	0,2669	17
10	5,9	3,057	0,3271	17 ,2
12	6	2,752	0,3633	17
14	6	2,415	0,4141	17
16	6	2,190	0,4566	17
18	5,9	2,054	0,4868	17
0	7,87	17,412	0,0574	16 ,6
2	7,87	10,381	0,0963	16 ,6
4	7,87	7,013	0,1426	16 ,7
6	7,87	5,127	0,1950	16 ,8
8	7,87	4,026	0,2484	17 ,2
10	7,87	3,321	0,3011	17 ,2

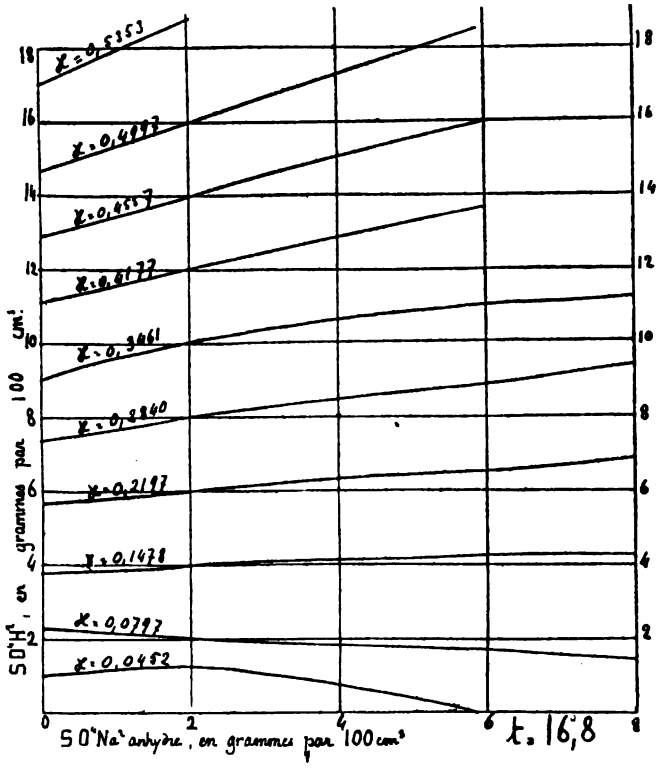


FIG. 1. — Courbes d'iso-conductivités des mélanges de sulfate de soude et d'acide sulfurique.

Mélanges de sulfate de magnésie et d'acide sulfurique. — Les résistivités sont exprimées en ohm-centimètres internationaux et la température moyenne à laquelle ont été effectuées les mesures est de 16°,8.

En gr. p. 100 cm³		Résistivités	Conductivités	Températures
SO^4H^2	SO^4Mg	$\frac{1}{x}$	x	
1,07	0	18,853	0,0530	17°,1
2,14	0	10,892	0,0918	16 ,8
4,29	0	5,723	0,1747	16 ,8
6,43	0	3,982	0,2511	16 ,8
8,57	0	3,092	0,3234	16 ,2
10,71	0	2,568	0,3894	16 ,2
12,86	0	2,238	0,4468	16 ,1
17,00	0	1,979	0,5053	17
17,14	0	1,803	0,5546	17
19,28	0	1,678	0,5959	17 ,2

En gr. p. 100 cm³		Résistivités	Conductivités	Températures
SO^4H^2	SO^4Mg	$\frac{1}{x}$	x	
0	2	70,693	0,0141	16°,4
1,07	2	20,238	0,0494	17
2,14	2	11,614	0,0861	16 ,4
4,29	2	6,348	0,1575	16 ,6
6,43	2	4,305	0,2323	16 ,7
8,57	2	3,318	0,3014	16 ,9
10,71	2	2,777	0,3601	16 ,3
12,86	2	2,380	0,4202	16 ,4
17,00	2	2,131	0,4693	16 ,6
17,14	2	1,955	0,5115	16 ,8
19,28	2	1,814	0,5513	16 ,9
0	4	42,370	0,0236	16 ,5
1,071	4	18,390	0,0543	16 ,9
2,14	4	11,328	0,0883	17
4,29	4	6,744	0,1483	16 ,7
6,43	4	4,600	0,2174	16 ,8
8,57	4	3,567	0,2803	17
10,71	4	2,969	0,3368	17
12,86	4	2,557	0,3911	17 ,1
17,00	4	2,318	0,4314	16 ,5
17,14	4	2,127	0,4701	16 ,6
19,28	4	1,983	0,5042	16 ,7
0	6	32,144	0,0311	16 ,6
1,07	6	17,326	0,0577	17
2,14	6	11,258	0,0888	17
4,29	6	6,923	0,1444	17 ,1
6,43	6	5,059	0,1977	16 ,4
8,57	6	3,934	0,2542	16 ,5
10,71	6	3,265	0,3062	16 ,4
12,86	6	2,811	0,3557	16 ,3
17,00	6	2,517	0,3973	17 ,1
17,14	6	2,300	0,4348	17
19,28	6	2,153	0,4645	16 ,9
0	8	27,162	0,0368	16 ,6
1,07	8	16,055	0,0623	16 ,8
2,14	8	11,445	0,0874	16 ,7
4,29	8	7,366	0,1357	16 ,7
6,43	8	5,345	0,1874	16 ,6
8,57	8	4,228	0,2365	16 ,5
10,71	8	3,538	0,2826	16 ,4
12,86	8	3,073	0,3254	16 ,4
17,00	8	2,766	0,3615	16 ,4
17,14	8	2,532	0,3949	16 ,3
19,28	8	2,268	0,4409	17 ,2

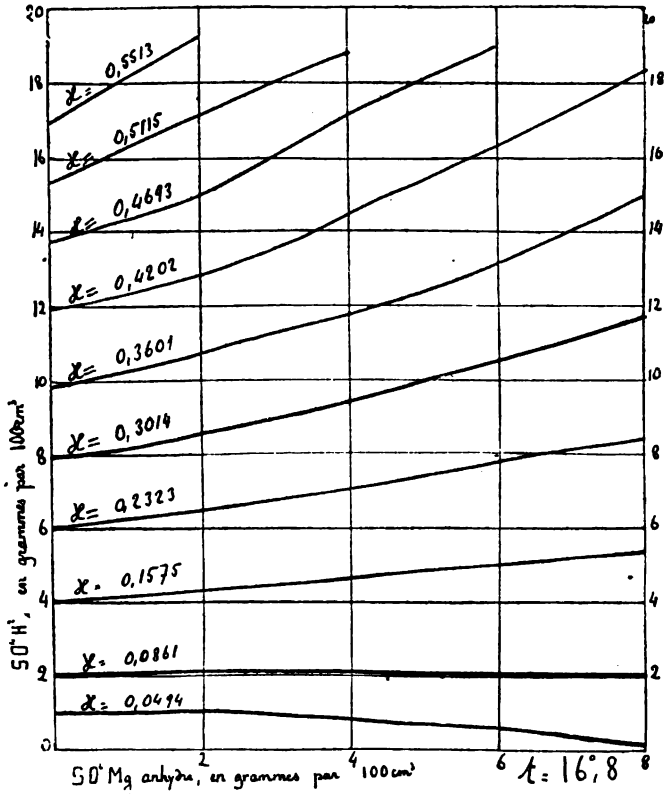


FIG. 2. — Courbes d'iso-conductivités des mélanges de sulfate de magnésie et d'acide sulfurique.

Mélanges de sulfate de zinc et d'acide sulfurique. — Les résistivités sont exprimées en ohm-centimètres internationaux et la température moyenne à laquelle les mesures ont été effectuées est 16°,8.

En gr. p. 100 cm3		Résistivités	Conductivités	Températures
SO^4H^2	SO^4Zn	$\frac{1}{x}$	x	
1,07	0	18,853	0,0530	17°,1
2,14	0	10,892	0,0918	16 ,8
4,29	0	5,723	0,1747	16 ,8
6,43	0	3,982	0,2511	16 ,8
8,57	0	3,092	0,3234	16 ,2
10,71	0	2,568	0,3894	16 ,2
12,86	0	2,238	0,4468	16 ,1
17,00	0	1,979	0,5053	17
17,14	0	1,803	0,5546	17
19,28	0	1,678	0,5959	17 ,2

En gr. p. 100 cm3		Résistivités	Conductivités	Températures
SO^4H^2	SO^4Zn	$\frac{1}{x}$	x	
0	2	92,143	0,0108	16°,4
1,07	2	20,238	0,0494	17 ,1
2,14	2	11,588	0,0863	17 ,2
4,29	2	6,159	0,1624	17
6,43	2	4,006	0,2496	16 ,8
8,57	2	3,315	0,3016	16 ,6
10,71	2	2,721	0,3675	16 ,4
12,86	2	2,361	0,4235	17
17,00	2	2,106	0,4748	16 ,8
17,14	2	1,943	0,5147	16 ,6
19,28	2	1,807	0,5534	16 ,4
0	4	53,242	0,0188	17 ,3
1,07	4	19,952	0,0501	17 ,1
2,14	4	11,709	0,0854	16 ,9
4,29	4	6,504	0,1537	16 ,9
6,43	4	4,378	0,2284	16 ,8
8,57	4	3,489	0,2866	16 ,8
10,71	4	2,897	0,3452	16 ,9
12,86	4	2,502	0,3996	17
17,00	4	2,150	0,4651	17
17,14	4	2,032	0,4921	17 ,2
19,28	4	1,908	0,5241	17 ,2
0	6	39,897	0,0251	17 ,2
1,07	6	18,108	0,0552	17 ,2
2,14	6	11,590	0,0863	16 ,7
4,29	6	6,583	0,1519	17 ,3
6,43	6	4,713	0,2122	17 ,2
8,57	6	3,653	0,2737	17
10,71	6	3,067	0,3260	16 ,8
12,86	6	2,662	0,3756	16 ,5
17,00	6	2,174	0,4600	17
17,14	6	2,356	0,4244	17 ,4
19,28	6	2,032	0,4921	17 ,4
0	8	33,152	0,0302	17 ,0
1,07	8	17,326	0,0577	17 ,2
2,14	8	11,235	0,0101	17 ,2
4,29	8	6,840	0,1462	17 ,2
6,43	8	4,937	0,2025	17
8,57	8	3,887	0,2573	16 ,9
10,71	8	3,246	0,3081	16 ,8
12,86	8	2,799	0,3573	16 ,8
17,00	8	2,537	0,3942	16 ,6
17,14	8	2,342	0,4270	16 ,5
19,28	8	2,192	0,4562	16 ,4

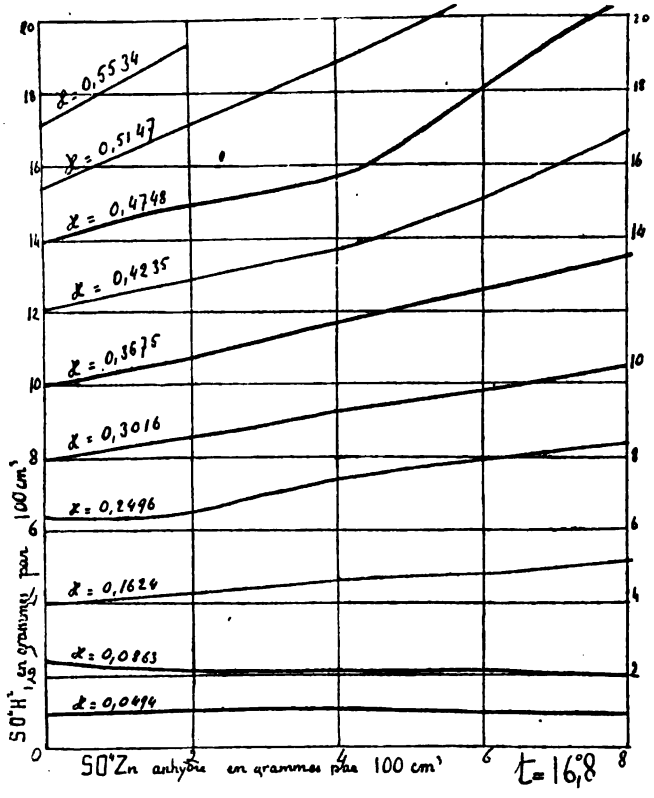


Fig. 3. — Courbes d'iso-conductivités des mélanges de sulfate de zinc et d'acide sulfurique.

Mélanges de sulfate de cuivre et d'acide sulfurique. — Les résistivités sont exprimées en ohm-centimètres internationaux et la température moyenne à laquelle ont été effectuées les mesures est ici 35°. — Il était intéressant de faire les mesures de conductivités à cette température, parce que c'est celle à laquelle se fait l'électro-métallurgie du cuivre. De plus, à cette température, nous avons pu avoir des mélanges beaucoup plus concentrés en sulfate de cuivre qu'à la température ordinaire ; le sulfate de cuivre est, en effet, peu soluble dans les solutions d'acide sulfurique à la température ordinaire.

En gr. p. 100 cm³		Résistivités	Conductivités	Températures
SO^4H^2	SO^4Cu	$\frac{1}{\varkappa}$	$\varkappa$	
1	0	19,382	0,0516	35°,1
2	0	9,996	0,1000	35 ,0
3	0	6,933	0,1442	35 ,2

En gr. p. 100 cm³		Résistivités	Conductivités	Températures
SO^4H^2	SO^4Cu	$\frac{1}{x}$	x	
5	0	4,257	0,2349	35°,2
7	0	3,124	0,3201	35 ,1
9	0	2,493	0,4011	35 ,2
11	0	2,103	0,4755	35 ,2
13	0	1,819	0,5497	35 ,2
15	0	1,638	0,6105	35 ,1
17	0	1,506	0,6640	34 ,8
19	0	1,401	0,7137	34 ,8
0	2,5	68,500	0,0146	35 ,2
1	2,5	19,785	0,0505	35 ,2
2	2,5	10,918	0,0916	35 ,1
3	2,5	7,663	0,1305	35 ,3
5	2,5	4,620	0,2164	35 ,3
7	2,5	3,343	0,2991	35 ,3
9	2,5	2,670	0,3745	35 ,3
11	2,5	2,249	0,4446	35 ,3
13	2,5	1,932	0,5176	35 ,1
15	2,5	1,754	0,5701	35 ,1
17	2,5	1,600	0,6250	35 ,0
19	2,5	1,465	0,6825	35 ,2
0	7,5	29,889	0,0334	35 ,0
1	7,5	16,001	0,0625	35 ,0
2	7,5	10,423	0,0959	35 ,1
3	7,5	7,820	0,1279	35 ,2
5	7,5	5,040	0,1984	35 ,2
7	7,5	3,710	0,2695	35 ,3
9	7,5	2,953	0,3386	35 ,1
11	7,5	2,482	0,4029	35 ,1
13	7,5	2,172	0,4604	35 ,0
15	7,5	1,955	0,5115	35 ,0
17	7,5	1,768	0,5656	35 ,2
19	7,5	1,638	0,6105	35 ,2
0	12,5	20,599	0,0485	35 ,1
1	12,5	13,681	0,0731	35 ,1
2	12,5	9,996	0,1000	35 ,1
3	12,5	7,726	0,1294	35 ,1
5	12,5	5,301	0,1886	35 ,0
7	12,5	3,989	0,2507	35 ,0
9	12,5	3,277	0,3051	35 ,0
11	12,5	2,725	0,3670	34 ,9
13	12,5	2,432	0,4112	35 ,0
15	12,5	2,166	0,4617	35 ,1
17	12,5	1,978	0,5056	35 ,2
0	15	18,403	0,0543	35 ,2
1	15	12,764	0,0783	35 ,2
2	15	9,540	0,1048	35 ,1

En gr. p. 100 cm³		Résistivités $\frac{1}{\varkappa}$	Conductivités $\varkappa$	Températures
SO^4H^2	SO^4Cu			
3	15	7,663	0,1305	35°,2
5	15	5,385	0,1857	35 ,2
7	15	4,154	0,2407	35 ,2
9	15	3,398	0,2943	35 ,2
11	15	2,918	0,3427	35 ,1

Fig. 1 — Courbes d'iso-conductivités des mélanges de sulfate de cuivre et d'acide sulfurique.

Mélanges de sulfate d'ammoniaque et d'acide sulfurique. — Les conductivités sont les inverses des résistivités exprimées en ohm-centimètres internationaux, et la température moyenne à laquelle ont été effectuées les mesures est 15°,3.

En gr. p. 100 cm³		Conductivités	Températures
SO^4H^2	$SO^4(NH^4)^2$		
1,33	0	0,0556	15°,2
2,66	0	0,1057	15 ,3
3,99	0	0,1513	15 ,3
5,32	0	0,2018	15 ,3
7,98	0	0,2895	15 ,3
10,64	0	0,3697	15 ,4
13,31	0	0,4388	15 ,4
15,96	0	0,5023	15 ,4
18,63	0	0,5546	15 ,4
21,28	0	0,5949	15 ,4
23,96	0	0,6317	15 ,4
26,62	0	0,6549	15 ,4
0	2,49	0,0286	15 ,4
1,33	2,49	0,0667	15 ,4
2,66	2,49	0,1078	15 ,4
3,99	2,49	0,1538	15 ,4
5,32	2,49	0,1997	15 ,4
7,98	2,49	0,2860	15 ,4
10,64	2,49	0,3601	15 ,4
13,31	2,49	0,4288	15 ,4
15,96	2,49	0,4924	15 ,4
18,63	2,49	0,5379	15 ,4
21,28	2,49	0,5794	15 ,4
23,96	2,49	0,6105	15 ,4
26,62	2,49	0,6353	15 ,4
0	4,98	0,0516	15 ,4
1,33	4,98	0,0840	15 ,3
2,66	4,98	0,1187	15 ,4
3,99	4,98	0,1591	15 ,4
5,32	4,98	0,1989	15 ,4
7,98	4,98	0,2843	15 ,4
10,64	4,98	0,3565	15 ,4
13,31	4,98	0,4253	15 ,4
15,96	4,98	0,4845	15 ,4
18,63	4,98	0,5336	15 ,5
21,28	4,98	0,5750	15 ,6
23,96	4,98	0,6006	15 ,2
26,62	4,98	0,6329	15 ,3

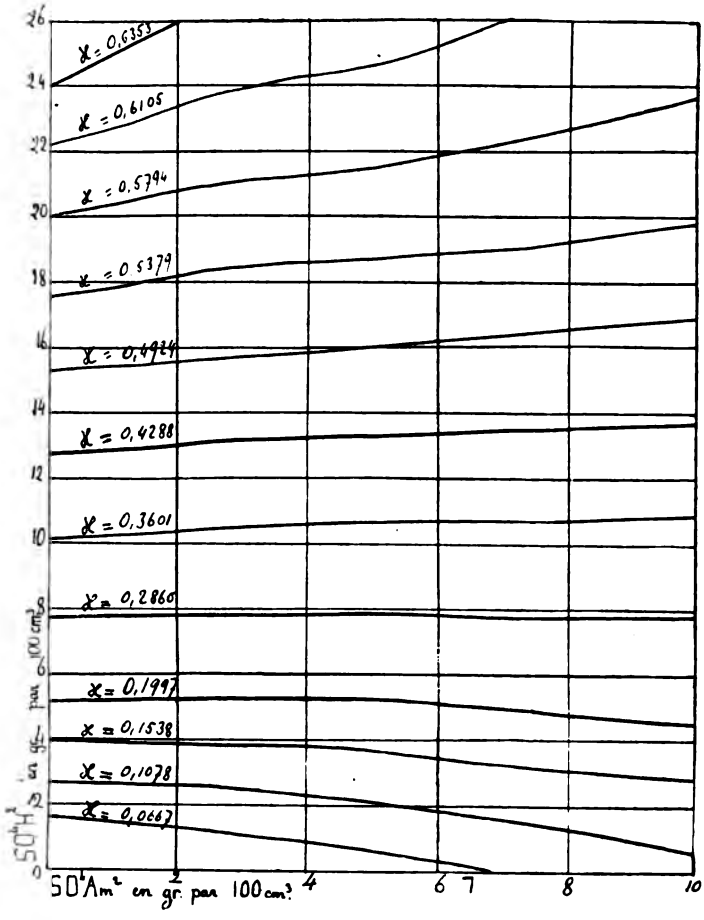


FIG. 5.

En gr. p. 100 cm³ SO^4H^2	En gr. p. 100 cm³ $SO^4(NH^4)^2$	Conductivités	Températures
0	7,47	0,0729	15°,4
1,33	7,47	0,1019	15 ,2
2,66	7,47	0,1366	15 ,4
3,99	7,47	0,1730	15 ,4
5,32	7,47	0,2097	15 ,5
7,98	7,47	0,2883	15 ,6
10,64	7,47	0,3565	15 ,4
13,31	7,47	0,4216	15 ,2
15,96	7,47	0,4766	15 ,1

En gr. p. 100 cm³		Conductivités	Températures
SO^4H^2	$SO^4(NH^4)^2$		
18,63	7,47	0,5252	15°,1
21,28	7,47	0,5695	15 ,2
23,96	7,47	0,5865	15 ,2
26,62	7,47	0,6105	15 ,3
0	9,96	0,0918	15 ,5
1,33	9,96	0,1212	15
2,66	9,96	0,1492	15
3,99	9,96	0,1837	15 ,2
5,32	9,96	0,2179	15 ,4
7,98	9,96	0,2873	15 ,3
10,64	9,96	0,3537	15 ,2
13,31	9,26	0,4170	15 ,4
15,96	9,96	0,4721	15 ,6
18,63	9,96	0,5168	15 ,3
21,28	9,96	0,5546	15 ,5
23,96	9,96	0,5794	15 ,4
26,62	9,96	0,5963	15 ,3
0	1,24	0,0155	15 ,5
1,33	1,24	0,0604	15 ,2
2,66	1,24	0,1067	15 ,4
3,99	1,24	0,1543	15 ,2
5,32	1,24	0,2012	15 ,4
7,98	1,24	0,2898	15 ,4
10,64	1,24	0,3688	15 ,6
13,31	1,24	0,4367	15 ,3
15,96	1,24	0,5025	15 ,4
18,63	1,24	0,5464	15 ,5
21,28	1,24	0,5882	15
23,96	1,24	0,6211	15 ,2
26,62	1,24	0,6452	15 ,5

Relations entre le volume et le covolume ;

Par M. Honoré Moulin [1].

Si l'on considère l'ensemble des molécules d'un corps dans la position moyenne de leurs mouvements stationnaires, on les imagine naturellement disposées par colonnes verticales et par couches horizontales.

Les conclusions de M. Van der Waals se résument alors, — en de-

[1] Séance du 18 mai 1906.

hors de toute hypothèse newtonienne ou cinétique — à la constatation algébrique suivante :

La pression extérieure est équilibrée :

1° Par une action opposée, proportionnelle à la température et inversement proportionnelle au volume réellement occupé $(v - b)$;

2° Par une action de même sens, attraction entre les molécules proportionnelle au carré de la densité.

De sorte qu'on obtient l'égalité :

$$(1) \qquad p = \frac{R(1 + \alpha t)}{v - b} - \frac{a}{v^2}.$$

Cette formule est reconnue insuffisante ; et j'ai pensé que — comme semblent l'indiquer les progrès faits en chimie — les molécules n'étaient pas la dernière limite de la division de la matière, qu'elles étaient, au contraire, formées d'atomes agissant entre eux, comme les molécules le font entre elles. Il en résulterait une nouvelle série d'actions qui de la couche supérieure réagirait aussi à l'extérieur. Des deux forces nouvelles, l'une, l'attraction, serait insensible à nos mesures, l'autre serait une répulsion — le sens contraire à la pression extérieure — proportionnelle à la température et inversement proportionnelle au volume attribué en propre à la molécule $\frac{C^\circ(1 + \alpha t)}{l^3}$.

Du reste, l étant le chemin moyen parcouru entre deux chocs des molécules est proportionnel à l'espace total $(v - b)$ réellement occupé par le gaz. Le nouveau terme à ajouter en opposition à p serait par suite (C° étant un coefficient numérique) : $\frac{C^\circ(1 + \alpha t)}{(v - b)^3}$; et nous aurions définitivement l'équation :

$$(2) \qquad p = \frac{R(1 + \alpha t)}{v - b} - \frac{a}{v^2} + \frac{C^\circ(1 + \alpha t)}{(v - b)^3}.$$

En remplaçant dans l'équation (2) p, v, t par leurs valeurs fournies par l'expérience, et attribuant à a et à C° des valeurs convenablement déduites des conditions particulières auxquelles doit satisfaire l'équation, j'ai eu une fonction de b.

Par tâtonnement, car je ne pouvais résoudre cette équation, j'ai déduit les valeurs du covolume b. J'ai constaté que si, à une température donnée, on pouvait, en choisissant convenablement les constantes a et C°, arriver à avoir b constant, quelle que soit la pres-

sion, il était indispensable que b changeât quand on modifiait la température.

Mais, d'après mon hypothèse, la molécule n'étant qu'un corps composé, le covolume devait s'accroître ou diminuer dans le même sens que le volume, et j'ai alors comparé la dilatation ou la compression du covolume à celle du volume.

Les résultats de cette recherche sont les deux règles suivantes :

I. Sous pression p constante, les coefficients de dilatation vraie du covolume et du volume sont proportionnels.

II. A température constante, les coefficients de compressibilité vraie du covolume et du volume sont proportionnels.

En appelant q_p le premier rapport, q^t le second, on a :

$$(3) \qquad \frac{\frac{1}{v}\frac{dv}{dt}}{\frac{1}{b}\frac{db}{dt}} = q_p, \qquad \frac{\frac{1}{v}\frac{dv}{dp}}{\frac{1}{b}\frac{db}{dp}} = q^t.$$

En remontant aux intégrales :

$$(4) \qquad \frac{bq_p}{v} = \text{C}^{\text{te}}, \qquad \frac{bq^t}{v} = \text{C}^{\text{te}}.$$

Les tableaux suivants donnent les résultats obtenus avec l'acide carbonique d'abord à différentes températures pour les pressions fixes de 100 atmosphères, 500 atmosphères, 900 atmosphères, puis aux températures de 0°, 50°, 100°, quelle que soit la pression.

La 1re ligne donne, suivant le cas, soit la température, soit la pression ; la 2e ligne donne les volumes correspondants, d'après les expériences de M. Amagat ; la 3e ligne donne la valeur de q correspondant au covolume b de la 4e ligne ; et enfin la 5e ligne donne le résultat du calcul de p d'après la formule (2) et fournit le degré d'approximation obtenu par comparaison avec la pression à obtenir. Dans le cas actuel (c'est-à-dire avec $p_0 = 1$, $v_0 = 1$, le volume étant exprimé en parties proportionnelles du volume 1 à 0° sous la pression de 1 atmosphère), la formule, en ce qui concerne l'acide carbonique, est la suivante :

$$(5) \qquad p + \frac{0{,}0075}{v^2} = (1 + \alpha t)\left(\frac{1}{v - b} + \frac{0{,}000\,00642}{(v - b)^3}\right).$$

I. — *Pression constante.*

		0°	30°	50°	100°	137°	198°	258°
100 atm.	v	0,002020	0,002550	0,004910	0,010300	0,012590	0,015820	0,018470
	q	1,100	1,100	1,125	1,114	1,100	1,090	1,090
	b	0,000336	0,000420	0,000890	0,001600	0,001778	0,002080	0,002310
	p calc.	100	105	100	100	99,33	100	101,53
500 atm.	v	0,001781	0,001926	0,002042	0,002401	0,002724	0,003355	
	q	1,114	1,105	1,110	1,100	1,100	1,111	
	b	0,000346	0,000350	0,000360	0,000417	0,000470	0,000610	
	p calc.	507	505,4	501,6	505,4	499,5	499,6	
900 atm.	v	0,001676	0,001778	0,001850	0,002008	0,002215	0,002511	
	q	1,123	1,114	1,110	1,097	1,100	1,101	
	b	0,000362	0,000359	0,000360	0,000352	0,000393	0,000445	
	p calc.	894	910	900	898	898,2	902,8	

II. — *Température constante.*

		34 atm.	35 atm.	100 atm.	300 atm.	500 atm.	700 atm.	1000 atm.
0°	v	0,020360	0,002140	0,002020	0,001865	0,001781	0,001722	0,001656
	q	2,00	2,00	2,00	2,02	2,03	2,05	
	b	0,001075	0,000347	0,000337	0,000336	0,000346	0,000352	0,000355
	p calc.	34,34	35,0	100	293	507	698	1000
50°	v			0,004910	0,002255	0,002042	0,001928	0,001814
	q			1,200	1,200	1,198	1,202	1,185
	b			0,000886	0,000464	0,000360	0,000360	0,000360
	p calc.			100	306,2	501,6	707,8	1007
100°	v			0,010300	0,002967	0,002401	0,002183	0,001999
	q			1,100	1,100	1,103	1,100	1,100
	b			0,001600	0,000517	0,000415	0,000390	0,000360
	p calc.			100	302,5	507,4	710	993

De l'examen des tableaux ci-dessus résulte que :

1° p étant constant et quel que soit p, l'on a (l'indice p s'appliquant à tous les éléments de l'équation) :

$$\left[\frac{b^t}{(v^t)^{1,11}} = \frac{b^0}{(v^0)^{1,11}}\right]_p;$$

2° t étant constant, on a (l'indice t s'appliquant à tous les éléments de l'équation) :

$$\left[\frac{b^p}{(v^p)^q} = \frac{b^{1a}}{(v^{1a})^q}\right]^t.$$

Mais ici q varie avec t, étant égal à 2,0 pour $t = 0°$, 1,20 pour $t = 50°$ et 1,10 pour $t = 100°$.

Ces résultats sont d'ailleurs appelés à être améliorés par la suite,

quand les constantes seront déterminées avec plus d'exactitude. On peut compter pour y arriver sur l'application de la loi des états correspondants.

La relation entre b et v, en s'appuyant sur cette loi, permet d'admettre de suite que la formule (2) puisse être généralisée et s'applique à tous les corps.

Les essais de calculs que j'ai faits sur l'éthylène et l'azote ont confirmé cette opinion.

Spectroréfractomètre à liquides de M. Ch. Féry ;

Par M. C. Chéneveau [1].

Il peut être utile, dans un certain nombre de déterminations d'indices de liquides, de connaître la dispersion, c'est-à-dire les indices des liquides, mesurés pour plusieurs raies spectrales connues.

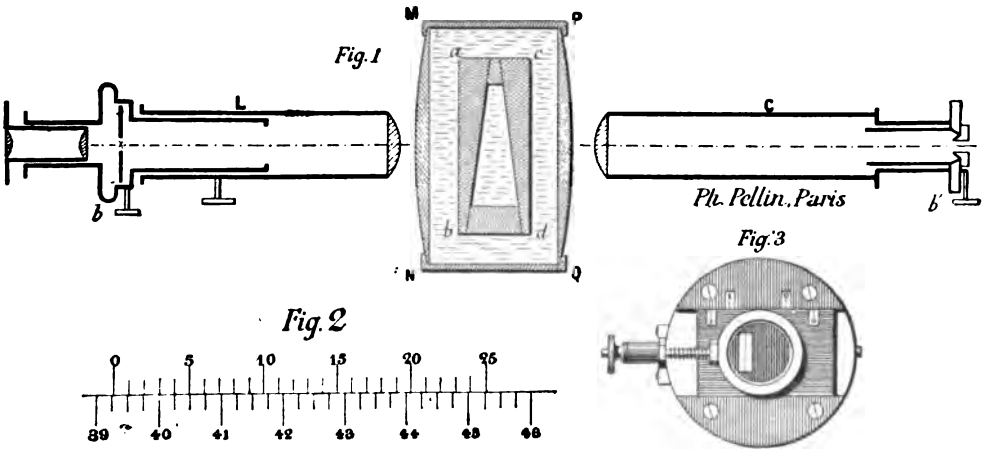


Fig. 1, 2, 3.

Dans le cas des liquides organiques, la dispersion présente un certain intérêt théorique : aussi, dans certains réfractomètres (celui de Pulfrich en particulier), un dispositif spécial de déplacement du réticule a été prévu pour faire commodément cette mesure.

---

[1] Séance du 16 mars 1906.

Le même perfectionnement vient d'être apporté par M. Féry à son réfractomètre à liquides, qui n'avait été construit jusqu'ici que pour la mesure en lumière monochromatique sodée. Rappelons brièvement le principe de cet appareil, dont la coupe est donnée (*fig.* 1) : Entre une lunette L et un collimateur C peut se mouvoir perpendiculairement à l'axe optique de l'instrument une cuve MNPQ dont les grandes faces sont fermées par des lentilles plan-convexes de grand rayon de courbure. Dans cette première cuve s'en trouve une seconde à faces prismatiques *abcd* qui peut contenir le liquide à mesurer et dont le fond est formé par du verre. L'espace entre les deux cuves contient de l'eau qui peut être portée à une température connue par une petite lampe qui chauffe un thermo-siphon (*fig.* 4). Pour que le faisceau

Fig. 4.

venant du collimateur ne soit pas dévié par l'interposition de la cuve entre le collimateur et la lunette, il faut que les centres optiques des deux lentilles de compensation MN et PQ se trouvent sur l'axe optique de l'appareil lorsque les rayons traversent le fond transparent de la cuve. L'image de la fente *b'* (*fig.* 1 et 4) viendra alors se faire exactement sur le réticule *b* de la lunette L, pour le faisceau qui traversera le fond de la cuve à liquides prismatiques, car en ce point cette cuve fonctionnera comme une lame épaisse à faces parallèles.

Si on introduit dans la cuve prismatique un liquide dont l'indice est en général différent de celui du verre, il donnera naissance à un second faisceau dévié, et une seconde image, due au liquide, pourra

être amenée, par le déplacement longitudinal de l'ensemble des deux cuves, à coïncider avec le réticule *b*.

On démontre facilement qu'aux quantités du second ordre près le déplacement à produire est proportionnel à la différence entre l'indice du liquide et celui du verre constituant la cuve centrale. L'erreur systématique admise, et provenant de ce que, pour des prismes d'angle petit, la déviation n'est que sensiblement proportionnelle à $(n - 1)$, est, par la construction même de l'appareil, inférieure à 0,0001, dernière décimale donnée par le vernier de l'appareil. L'échelle graduée fixe, devant laquelle se déplace le vernier entraîné par le mouvement de la cuve, est directement divisée en indices. Le réglage consiste, après avoir fait indiquer à l'appareil l'indice du verre de la cuve, à amener en coïncidence l'image de la fente avec le réticule de la lunette. Le déplacement de la cuve fournira une seconde image qui, amenée à coïncider avec le réticule, donnera l'indice cherché à un dix-millième près par simple lecture.

Pour la mesure de la dispersion, il semble qu'il suffise de remplacer la source de lumière sodée par une autre, monochromatique, pour que le problème soit résolu. Malheureusement les sources monochromatiques sont rares, et, comme l'effet dispersif produit par la cuve est différentiel, le spectre résultant est très peu étalé et ne permet pas un pointé précis quand on emploie, au lieu de sodium, des métaux à spectre plus complexe, ou même un tube à hydrogène.

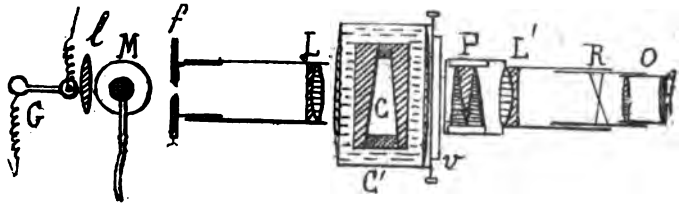


Fig. 5.

Pour écarter les raies élémentaires de la lumière utilisée, on est ainsi conduit à interposer un prisme à vision directe P (*fig.* 5) devant l'objectif de la lunette L', qui, comme la lentille collimatrice L, est achromatique.

La mesure de l'indice pour d'autres radiations que la raie D, pour laquelle la constante de l'appareil est 1 par construction, se fera

de la manière suivante : connaissant la dispersion du verre de la cuve et de l'eau, on pourra, en comparant les écarts vrais entre les indices se rapportant aux différentes raies, pour le verre et pour l'eau, aux écarts observés dans l'appareil pour les mêmes corps, avoir une constante caractéristique de chaque radiation. Inutile de dire que le réglage devra se faire pour chaque mesure sur l'indice du verre de l'appareil, pour la radiation choisie.

Si l'on emploie un tube à hydrogène qui permettra la mesure pour les raies C ou $H\alpha$ ($\lambda = 656^{\mu\mu},3$), F ou $H\beta$ ($\lambda = 486^{\mu\mu},1$) et G ou $H\gamma$ ($\lambda = 434^{\mu\mu},0$), les constantes seront par exemple [1] :

Pour la raie C 0,9972
— F 1,0123
— G' 1,0189

Les trois raies de l'hydrogène seront fournies par un tube de Geissler G (*fig.* 5) dont la partie capillaire est horizontale; la lumière traverse une lentille *l* et les rayons provenant de toute la section du tube sont alors rassemblés sur la fente *f*. On peut placer en même temps, en M, un bec de gaz à flamme sodée (par exemple un brûleur Méker, sur le cloisonnage duquel il suffit de placer un fragment de chlorure de sodium fondu). Ce dispositif permet d'apercevoir simultanément dans le champ de la lunette les trois raies de l'hydrogène et la raie du sodium.

Pour certains liquides, le spectre observé contient des raies très voisines de celles fournies par le faisceau de lumière qui a traversé uniquement le verre de la cuve prismatique; elles sont enchevêtrées les unes dans les autres et même parfois confondues ou inversées, comme c'est le cas pour la benzine, si l'on considère les raies G'. Pour reconnaître facilement les raies appartenant au verre et celles appartenant au liquide, on procède ainsi : la cuve prismatique est limitée dans une garniture métallique portant deux fentes horizontales de 3 millimètres de hauteur. La fente inférieure permet aux rayons de passer par le fond de la cuve; la fente supérieure permet de recevoir les rayons qui traversent le liquide. A l'aide d'un volet *v* (*fig.* 5) qu'on peut faire tourner autour d'un axe horizontal, on peut masquer soit la fente supérieure, soit la fente inférieure, de façon à n'avoir que l'un des deux systèmes des raies entremêlées.

---

[1] Ces constantes, qui dépendent de la dispersion du verre de la cuve, sont fournies par le constructeur pour chaque instrument.

Pour déterminer l'indice de réfraction d'un liquide pour une raie donnée, il suffira de multiplier par la constante correspondante l'écart entre l'indice observé pour le liquide et l'indice observé pour l'eau; on aura ainsi la différence entre les indices réels du liquide et de l'eau; l'indice de l'eau étant connu, on en déduira celui du liquide. On peut d'ailleurs éviter tout calcul en dressant une fois pour toutes une table qui permettra, pour les diverses radiations, d'avoir de suite l'indice vrai, lorsqu'on aura l'indice observé.

J'ai comparé les résultats obtenus en opérant avec cet appareil sur quelques liquides purs et ceux obtenus, pour les mêmes liquides, à l'aide du réfractomètre de précision de Pulfrich. Pour faire cette comparaison, j'ai ramené les indices pour la raie D, obtenus avec l'un et l'autre instrument, à la même valeur. A cet effet, j'ai corrigé les indications de l'un d'eux de l'erreur systématique sur la réfraction entre les deux appareils, erreur dont l'ordre de grandeur est pour une même température de 0,0001 à 0,0002.

Le tableau suivant se rapporte : à l'alcool éthylique absolu (I), à une solution aqueuse de chlorure de calcium contenant 33gr,07 de sel pour 100 grammes de solution (II), à la benzine pure (III).

Liquides	t	n_D	n_r	n_V	n_G'	Réfractomètre.
I	18°,2	1,3625	1,3607	1,3658	1,3703	Pulfrich (P)
			1,3607	1,3657	1,3705	Féry (F)
II	18°,8	1,4185	1,4159	1,4245	1,4294	P.
			1,4159	1,4244	1,4293	F.
III	18°,0	1,5022	1,4975	1,5141	1,5248	P.
			1,4976	1,5143	1,5250	F.

Eu égard aux erreurs expérimentales possibles, la concordance est donc satisfaisante. Nous signalerons également que les mesures déjà nombreuses faites au moyen du réfractomètre de Féry ont été réunies par le constructeur, M. Pellin, sous forme de 26 tables dont quelques-unes ont un intérêt industriel : huiles et corps gras, concordance des indices et des déviations de l'oléo-réfractomètre, huiles essentielles employées en parfumerie, etc.

Reflexions sur la théorie cinétique des gaz ;

Par M. H. Poincaré [1].

§ 1. — Introduction.

La théorie cinétique des gaz laisse encore subsister bien des points embarrassants pour ceux qui sont accoutumés à la rigueur mathématique ; bien des résultats, insuffisamment précisés, se présentent sous une forme paradoxale et semblent engendrer des contradictions qui ne sont d'ailleurs qu'apparentes. Ainsi la notion d'un système de molécules, *molar geordnet* ou *molekular geordnet*, ne paraît pas définie avec une netteté suffisante.

L'un des points qui m'embarrassaient le plus était le suivant : il s'agit de démontrer que l'entropie va en diminuant, mais le raisonnement de Gibbs semble supposer qu'après avoir fait varier les conditions extérieures on attend que le régime soit établi avant de les faire varier de nouveau. Cette supposition est-elle essentielle, ou, en d'autres termes, pourrait-on arriver à des résultats contraires au principe de Carnot en faisant varier les conditions extérieures trop vite pour que le régime permanent ait le temps de s'établir ? J'ai voulu éclaircir la question, sinon dans le cas général, au moins dans certains cas particuliers, plus simples que ceux qui sont réalisés dans la nature.

On verra plus loin ce que sont les gaz simplifiés que j'appelle gaz à une dimension, et dont l'étude, beaucoup moins compliquée que celle des gaz proprement dits, permet de mieux comprendre la raison et la portée de certains résultats paradoxaux.

Avant d'aller plus loin, je voudrais préciser le sens de l'intégrale par laquelle on a coutume de représenter l'entropie et faire à son sujet certaines distinctions qui me seront nécessaires dans la suite.

Soient $x_1, x_2, \ldots, x_n$, les quantités qui définissent l'état d'un système matériel, et

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i \tag{1}$$

[1] Séance du 6 juillet 1906.

les équations différentielles auxquelles satisfont ces quantités. Nous supposerons que ces variables x ont été choisies de telle sorte que :

$$\sum \frac{\partial X_i}{\partial x_i} = 0. \tag{2}$$

C'est ce qui arrivera si ces variables sont les coordonnées rectangulaires des divers points matériels et les composantes de leurs vitesses.

Un système de valeurs des variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ constitue ce que Gibbs appelle une *phase ;* l'ensemble de toutes les phases satisfaisant à certaines inégalités s'appelle un domaine ; l'intégrale n^{ple} :

$$\int dx_1 dx_2 \ldots dx_n,$$

étendue à ce domaine, est ce que Gibbs appelle l'*extension en phase* de ce domaine. J'écrirai ordinairement $d\tau$ au lieu du produit $dx_1 dx_2 \ldots dx_n$.

Soit alors $P d\tau$ la probabilité pour que le système se trouve dans un certain domaine infiniment petit dont l'extension en phase est $d\tau$; alors l'entropie est généralement représentée par l'intégrale

$$\int P \log P d\tau, \tag{3}$$

étendue à toutes les phases.

Alors l'intégrale :

$$\int P d\tau,$$

étendue à un domaine fini quelconque, représente la probabilité pour que le système se trouve dans ce domaine, d'où il résulte que l'on a :

$$\int P d\tau = 1, \tag{4}$$

si l'intégrale est étendue à toutes les phases. De même, si φ est une fonction quelconque des variables x, la valeur probable de la fonction φ sera représentée par l'intégrale :

$$\int \varphi P d\tau, \tag{5}$$

étendue à toutes les phases.

Mais il faut insister sur le sens à attacher à la fonction P ainsi qu'aux intégrales (3), (4) et (5). Nous pouvons d'abord supposer que l'on a un nombre très grand de systèmes semblables; c'est ce qui arrive dans le cas des gaz à une dimension, où chaque molécule peut être regardée comme un pareil système ; c'est ce qui arrive encore dans le cas des gaz ordinaires, où l'on peut envisager un grand nombre de systèmes qui ne diffèrent les uns des autres que parce que les différentes molécules du gaz y sont permutées entre elles d'une manière quelconque. Nous pouvons supposer, de plus, que les conditions initiales du mouvement sont entièrement connues pour chacun de ces systèmes, et qu'il en est de même, par conséquent, de la situation du système à un instant quelconque. Dans ce cas la probabilité pour qu'un système se trouve dans un domaine donné à un instant donné n'est autre chose que le rapport du nombre des systèmes qui se trouvent à cet instant dans ce domaine au nombre total des systèmes. C'est ce que j'appellerai l'*hypothèse discontinue*.

Je puis supposer au contraire que, pour chaque système, les conditions initiales du mouvement ne sont pas entièrement connues, et que nous pouvons seulement évaluer la probabilité pour qu'à l'origine du temps le système envisagé se trouve dans un certain domaine; la situation du système à un instant ultérieur ne sera donc pas non plus entièrement connue; tout ce que nous pourrons faire, ce sera d'évaluer la probabilité pour qu'à cet instant le système se trouve dans un domaine donné très petit dont l'extension en phase soit $d\tau$; nous représenterons cette probabilité par $pd\tau$ et, en général, p sera une fonction continue des x. Si, au lieu d'un seul système, nous avons, comme tout à l'heure, un très grand nombre de systèmes semblables, la probabilité pour qu'un système soit dans le domaine $d\tau$ sera :

$$Pd\tau = \frac{\Sigma p}{N} d\tau,$$

N étant le nombre total des systèmes, et P sera encore une fonction continue des x. Cette probabilité sera donc le rapport du nombre *probable* des systèmes qui se trouvent à cet instant dans ce domaine au nombre total des systèmes. C'est là ce que j'appellerai l'*hypothèse continue*.

Soit maintenant un domaine fini D dont l'extension en phase soit δ; soit $\Pi\delta$ la probabilité pour que le système soit dans ce

domaine. Si le domaine δ devient de plus en plus petit, de façon à se réduire finalement à un domaine $d\tau$ infiniment petit, qu'arrivera-t-il de Π? Le résultat est bien différent dans les deux hypothèses : dans l'hypothèse discontinue, Π tendra vers zéro ou vers $+\infty$, suivant qu'il n'y aura pas effectivement ou qu'il y aura un système au centre du domaine $d\tau$; il n'y aura pas de milieu ; dans l'hypothèse continue, Π tendra vers la fonction continue P que nous venons de définir.

Les intégrales (3), (4), (5), sont, par définition, les limites des sommes :

$$\Sigma\Pi \log \Pi \,.\, \delta, \qquad \Sigma\Pi\delta, \qquad \Sigma\varphi\Pi\delta,$$

étendues à un certain nombre de domaines, qui, à eux tous, contiennent toutes les phases possibles ; ici δ représente l'extension en phase d'un de ces domaines et $\Pi\delta$ la probabilité correspondante. Les intégrales sont les limites vers lesquelles tendent ces sommes quand les domaines deviennent de plus en plus petits.

Dans l'hypothèse discontinue, cette limite est *infinie* en ce qui concerne l'intégrale (3), c'est-à-dire l'entropie, tandis que les deux autres intégrales se comportent comme des intégrales ordinaires.

Adoptons donc l'hypothèse continue. Il y aura néanmoins des cas où la somme $\Sigma\Pi \log \Pi\delta$ différera notablement de sa limite, tandis que les deux autres sommes différeront fort peu de la leur. Supposons, en effet, que les domaines δ soient très petits, et que cependant dans chacun d'eux la fonction P, quoique continue, prenne des valeurs très différentes ; c'est ainsi, par exemple, que, si a est très petit, la fonction $\sin\frac{x}{a}$, quoique continue, peut prendre des valeurs très différentes dans le domaine défini par les inégalités $x_0 < x < x_0 + b$, lorsque b, quoique très petit d'une manière absolue, est grand par rapport à a. Dans ce cas l'expression $\Pi \log \Pi\delta$, relative à l'un de ces domaines, pourra différer beaucoup de l'intégrale :

$$\int P \log P d\tau,$$

étendue à ce domaine. Au contraire, on aura par définition pour ce même domaine :

$$\Pi\delta = \int P d\tau,$$

et, si le domaine est assez petit pour que la fonction φ n'y varie pas

beaucoup, $\varphi\Pi\delta$ sera sensiblement égal à :

$$\int \varphi P d\tau.$$

Nous sommes ainsi conduits à distinguer l'*entropie grossière* de l'*entropie fine*.

Faisons décroître les domaines δ ; si nous poussons jusqu'à la limite, la limite de $\Sigma\Pi \log \Pi\delta$ sera l'*entropie fine ;* elle sera finie dans l'hypothèse continue.

Si, au contraire, nous nous arrêtons quand les domaines δ sont devenus assez petits pour que nos moyens d'investigation habituels ne nous permettent pas de discerner deux phases intérieures à un même domaine, nous aurons l'*entropie grossière*. C'est l'entropie grossière qu'on envisage habituellement en physique.

L'entropie grossière est toujours plus petite que l'entropie fine.

Si en effet nous divisons un domaine δ en deux domaines partiels δ_1 et δ_2, et si les probabilités correspondantes sont $\Pi\delta$ pour le domaine total, $\Pi_1\delta_1$ et $\Pi_2\delta_2$ pour les domaines partiels, on aura :

$$\delta = \delta_1 + \delta_2, \qquad \Pi\delta = \Pi_1\delta_1 + \Pi_2\delta_2$$

et, par conséquent :

$$\Pi \log \Pi \,.\, \delta < \Pi_1 \log \Pi_1 \,.\, \delta_1 + \Pi_2 \log \Pi_2 \,.\, \delta_2.$$

La somme $\Sigma\Pi \log \Pi\delta$ va donc toujours en augmentant quand on subdivise les domaines δ.

On sait que l'entropie grossière des physiciens va toujours en diminuant, *au moins quand on laisse au régime le temps de s'établir*. Au contraire nous allons voir que *l'entropie fine demeure toujours constante*.

Et en effet la fonction P satisfait aux équations différentielles évidemment équivalentes à cause de la relation (2) :

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \sum X_i \frac{\partial P}{\partial x_i} = 0,$$
$$\frac{\partial P}{\partial t} + \sum \frac{\partial P X_i}{\partial x_i} = 0;$$

soit alors

$$S = \int P \log P d\tau = \int f(P)\, d\tau$$

l'entropie fine ; on aura :

$$\frac{dS}{dt} = \int f'(P) \frac{\partial P}{\partial t} d\tau$$

ou

$$\frac{dS}{dt} = -\sum \int f'(P) X_i \frac{\partial P}{\partial x_i} d\tau$$

ou à cause de (2) :

$$\frac{dS}{dt} = -\sum \int f'(P) X_i \frac{\partial P}{\partial x_i} d\tau - \sum \int f(P) \frac{\partial X_i}{\partial x_i} d\tau$$

$$\frac{dS}{dt} = -\sum \int \frac{\partial}{\partial x_i} [X_i f(P)] dx_1 dx_2 \ldots dx_n.$$

L'intégration par parties montre que cette dernière intégrale est nulle.

C. Q. F. D.

Les propriétés de l'entropie fine diffèrent donc beaucoup de celles de l'entropie grossière. On verra plus loin le parti qu'on peut tirer de ce fait.

§ 2. — Le problème des petites planètes.

Nous commencerons par traiter un problème analogue à celui de la théorie des gaz, mais beaucoup plus simple.

Supposons un très grand nombre de petites planètes décrivant des orbites circulaires (sans excentricité ni inclinaison, ni sans aucune perturbation bien entendu) ; soit l la longitude de l'une d'elles, et ω sa vitesse angulaire, de telle sorte que :

$$l = l_0 + \omega t, \qquad \omega = C^{te}.$$

De cette façon l'extension en phase est représentée par l'intégrale

$$\int dl d\omega = \int dl_0 d\omega.$$

Il s'agit de montrer qu'au bout d'un temps suffisamment long les longitudes de ces petites planètes seront uniformément distribuées.

Soit en effet, à l'instant 0,

$$f(l_0, \omega)\, dl_0 d\omega$$

le nombre des petites planètes dont la longitude est entre l_0 et $l_0 + dl_0$ et la vitesse angulaire entre ω et $\omega + d\omega$. Le nombre des petites planètes étant supposé très grand, nous pourrons traiter ce cas comme si dl_0 et $d\omega$ étaient des différentielles infiniment petites et f une fonction continue.

Soit alors

$$J = \int \cos(ml + h) f(l_0, \omega)\, dx_0 d\omega$$

une intégrale égale au nombre des planètes multiplié par la valeur *moyenne* de $\cos(ml + h)$. Il s'agit de démontrer que J tend vers zéro quand t croît indéfiniment. Or nous avons :

$$\cos(ml + h) = \cos(ml_0 + m\omega t + h) = \frac{d}{d\omega} \frac{\sin(ml_0 + m\omega t + h)}{mt}.$$

Nous avons donc, en intégrant par parties par rapport à ω :

$$J = -\frac{1}{mt} \int \sin(ml + h) \frac{df}{d\omega}\, dl_0 d\omega.$$

Or $\frac{df}{d\omega}$ est fini, puisque nous supposons la fonction f continue, de sorte que J tend vers zéro quand t augmente.

C. Q. F. D.

Occupons-nous de concilier ce résultat avec les lois ordinaires de la Mécanique. Ces lois nous apprennent d'abord que, dans certaines conditions, si un système a passé par un état, il repassera une infinité de fois infiniment près de cet état. C'est bien ce qui arrive ici ; supposons que toutes les vitesses angulaires ω soient commensurables entre elles et qu'au temps 0 toutes les longitudes des l_0 soient nulles et toutes les planètes en conjonction. Soit ε la commune mesure de toutes les vitesses ω.

Alors aux époques $\frac{2\pi}{\varepsilon}, \frac{4\pi}{\varepsilon}, \ldots$, toutes les planètes se retrouveront de nouveau en conjonction.

Si les ω ne sont pas commensurables, la conjonction de toutes les planètes ne peut être réalisée qu'une fois *d'une façon rigoureuse*,

mais la théorie des fractions continues nous montre qu'elle le sera une infinité de fois avec une approximation aussi grande qu'on le veut.

Si les planètes sont très nombreuses et que les vitesses angulaires ω soient commensurables, leur commune mesure ε ne pourra être que très petite, de sorte que l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux conjonctions consécutives et qui est $\frac{2\pi}{\varepsilon}$ sera très grand. De même, si les ω ne sont pas commensurables, l'intervalle de temps qui s'écoulera entre deux conjonctions *approchées* consécutives sera d'autant plus grand que les planètes seront plus nombreuses et, d'autre part, que l'approximation exigée sera plus grande.

L'analyse qui précède montrerait que J tend toujours vers zéro et par conséquent qu'une conjonction même approchée ne peut se produire qu'une fois ; mais c'est parce que cette analyse suppose les planètes *infiniment* nombreuses. Quelque nombreuses qu'elles soient, il y aura un retour de la conjonction ; mais, comme le délai au bout duquel ce retour doit se réaliser croît avec le nombre des planètes, il devient infini quand ce nombre est lui-même regardé comme infini. Il n'y a donc pas de contradiction.

Venons à ce qui concerne la réversibilité. Si la longitude initiale avait été $-l_0$ au lieu de l_0, la longitude à l'époque $-t$ aurait été :

$$-l_0 - \omega t = -l.$$

Envisageons donc une fonction paire de l, et par exemple faisons $h = 0$ dans l'expression de J, de telle façon que

$$J = \int f \cos ml dl_0 d\omega.$$

Formons, d'autre part, une autre fonction J′ en posant:

$$J' = \int f \cos ml' dl_0 d\omega, \qquad f' = f(-l_0, \omega).$$

Il est clair d'après ce qui précède que

$$J'(t) = J(-t),$$

de sorte que la fonction J′ repassera dans l'ordre inverse par les mêmes phases que la fonction J. C'est en cela que consiste la réversibilité dans le problème qui nous occupe.

Cette réversibilité est-elle en contradiction avec les résultats que nous venons d'obtenir ?

Il suffit de revenir à l'expression de J donnée plus haut et qui contient t au dénominateur. Nous voyons que J tend vers zéro aussi bien quand t tend vers $-\infty$ que quand t tend vers $+\infty$.

La courbe de J en fonction de t serait de la forme suivante avec un pointement au milieu et la courbe s'écartant très peu de $J = o$, sauf pour t très voisin de zéro. La symétrie de cette courbe nous montre la réversibilité, ce qui est en concordance avec ce qui précède. Si les molécules, au lieu d'être infiniment nombreuses, sont seulement très nombreuses, il y aura plusieurs pointements, séparés par des intervalles où la courbe s'écarte très peu de $J = o$; mais ces intervalles sont tellement longs que cela revient pratiquement au même que s'il n'y avait qu'un seul pointement. Ces longs intervalles seront ce que j'appellerai le *temps de retour*.

Au lieu de former la fonction J à l'aide de l'expression $\cos(ml + h)$, nous pouvons la former à l'aide d'une fonction quelconque de l et de ω que nous appellerons $F(l, \omega)$ et qui sera assujettie seulement aux conditions

$$F(l + 2\pi, \omega) = F(l, \omega), \qquad \int_0^{2\pi} F(l, \omega)\, dl = o;$$

on a alors :

$$J = \int F(l, \omega) f(l_0, \omega) \,.\, dl_0\, d\omega;$$

supposons par exemple :

$$F(l, \omega) = (\cos ml + h)\, \varphi(\omega);$$

l'intégration par parties nous donnera encore :

$$J = -\frac{1}{mt} \int \sin(ml + h) \left[f \frac{d\varphi}{d\omega} + \varphi \frac{df}{d\omega} \right] dl_0 d\omega,$$

de sorte que J tendra encore vers zéro pour $t = \pm\infty$ et que la forme générale de la courbe restera la même. Il en sera de même si nous prenons :

$$F(l, \omega) = \cos ml\varphi(\omega) + \sin ml\psi(\omega).$$

Mais il peut se faire que le pointement se trouve déplacé. Supposons, par exemple, que les planètes se trouvent à peu près en conjonction à l'époque zéro, de telle façon que $f(l_0, \omega)$ soit beaucoup plus grand pour l_0 voisin de zéro que pour les autres valeurs de l_0; alors, si nous prenons $F(l, \omega) = \cos ml$, le pointement aura lieu pour $t = 0$; mais, si nous prenons

$$F(l, \omega) = \cos ml \cos m\omega\tau + \sin ml \sin m\omega\tau,$$

le pointement aura lieu pour $t = \tau$. Si donc t est très grand, la répartition des planètes *paraît* uniforme, ce qui veut dire que J est sensiblement nul, quelle que soit la fonction $F(l, \omega)$, *pourvu toutefois que cette fonction satisfasse à la condition suivante :*

Il faut que la dérivée dF soit finie et par conséquent petite par rapport à t.

L'uniformité n'est cependant qu'apparente, puisque J ne serait plus nulle si la fonction F ne satisfaisait pas à cette condition.

Ainsi la distribution paraîtra uniforme et sans tendance systématique pour un œil grossier; il n'y aura pas d'*organisation apparente*. Et cependant il y aura une *organisation latente*, car si nous prenons $\tau = t$, et

$$F(l, \omega) = ml \cos m\omega\tau + \sin ml \sin m\omega\tau,$$

nous voyons que J n'est pas nulle. Les planètes qui, à l'époque zéro, se trouvaient sensiblement en ligne droite, se trouvent maintenant réparties sur une spirale, mais les spires de cette spirale sont trop serrées pour pouvoir être discernées.

Nous pouvons encore présenter la chose sous un autre biais. Soit N le nombre des planètes, telles que l et ω satisfassent à un certain nombre d'inégalités :

$$\Phi_i(l, \omega) > 0.$$

Considérons maintenant les inégalités *inverses*, c'est-à-dire les inégalités

$$\Phi_i(-l, \omega) > 0,$$

et soit N′ le nombre des planètes qui y satisfont.

Nous savons qu'à l'instant zéro les planètes étaient sensiblement en conjonction. Il résulte de ce qui précède qu'à l'instant t, si t est positif et assez grand, la valeur probable de N sera égale à celle de N′, pourvu que les dérivées de Φ_i soient finies et petites par rapport à t.

Mais il ne faudrait pas en conclure qu'un état (l, ω) est précisément aussi probable que l'état *inverse* $(-l, \omega)$; car l'égalité des valeurs probables de N et de N′ ne subsiste pas si les fonctions Φ_l sont choisies de façon que leurs dérivées soient du même ordre que t. Nous reviendrons sur ce point.

§ 3. — Le gaz a une dimension.

On peut passer immédiatement du problème précédent à un cas se rapprochant déjà un peu plus de la théorie cinétique des gaz. Imaginons un gaz formé de molécules enfermées dans un vase en forme de parallélipipède rectangle. Toutes les trajectoires de ses molécules sont initialement parallèles entre elles et à l'une des arêtes de ce parallélipipède que nous prendrons pour axe des x. Dans ces conditions les molécules ne se choqueront jamais, elles ne rencontreront jamais les parois du vase, sauf celles qui sont perpendiculaires à l'axe des x, et, quand elles rencontreront ces dernières, elles les frapperont normalement, de sorte que leurs trajectoires, après réflexion, seront les mêmes qu'avant la réflexion, mais parcourues en sens contraire.

Nous pouvons supposer aussi que les centres de toutes les molécules parcourent une même droite qui sera l'axe des x; dans ce cas, elles se choqueront, mais leurs chocs mutuels ne changeront rien à l'état du gaz, parce qu'après s'être choquées elles échangeront leurs vitesses, chacune d'elles prenant la vitesse qu'avait l'autre avant le choc, de sorte que finalement tout se passera comme si, au lieu de s'être choquées, elles s'étaient traversées. Les deux images sont équivalentes; la seconde nous donne ce qu'on pourrait appeler *un gaz à une dimension.*

Soit alors

$$x = 0, \qquad x = \pi,$$

les deux parois sur lesquelles s'effectue la réflexion; soit x l'abscisse d'une molécule quelconque; nous allons définir sa *longitude*, et pour cela nous ferons la convention suivante : à un même point situé à l'intérieur du vase, nous pourrons attribuer indifféremment la longitude x égale à son abscisse ou la longitude $-x$, ou encore $2\pi \pm x$, ou enfin $2K\pi \pm x$. Un point sera entièrement déterminé par sa longitude et par la condition que son abscisse soit comprise entre zéro et π.

Cela posé, la longitude l d'une molécule sera égale à son abscisse x, si cette molécule n'a encore subi aucune réflexion depuis l'instant zéro; on aura $l = -x$ si elle a subi une réflexion sur la paroi $x = 0$; on aura $l = 2\pi - x$ si elle a subi une réflexion sur la paroi $x = \pi$. Plus généralement on aura après un nombre quelconque de réflexions :

$$l = 2K\pi + \varepsilon x,$$

ε étant égal à ± 1, et K à un entier, et de telle façon que ε change de signe à chaque réflexion, et que K ne change pas après une réflexion sur $x = 0$ et se change en $K - \varepsilon$ après une réflexion sur $x = \pi$; ε étant la valeur de cette quantité *avant* la réflexion.

Dans ces conditions, comme la vitesse d'une molécule quelconque reste constante en grandeur et change de signe à chaque réflexion, la dérivée

$$\frac{dl}{dt} = \omega$$

reste constante pour chaque molécule.

(Il va sans dire que, si j'adopte la seconde image, celle du gaz à une dimension où les molécules échangent leurs vitesses quand elles se choquent, la proposition précédente ne sera vraie que si l'on convient d'attribuer à chaque molécule une individualité, qu'elle échangera avec celle de sa voisine au moment du choc, de la même façon qu'elles échangent leurs vitesses.)

L'extension en phase est encore représentée par $\int dl d\omega$.

Les lois du mouvement de nos molécules sont donc les mêmes que celles des planètes dans le paragraphe précédent; il est inutile d'y revenir; nous voyons entre autres choses que, quelle que soit la distribution initiale, au bout d'un temps suffisamment long le gaz paraîtra homogène.

Mais jusqu'ici nous avons supposé que les molécules gazeuses n'étaient soumises à aucune force extérieure. Il convient maintenant d'étudier l'influence d'une pareille force. Supposons que chaque molécule soit soumise à une force extérieure de telle façon que l'on ait :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d\varphi}{dx},$$

$\varphi(x)$ étant la fonction des forces; nous pourrons appeler cette

fonction des forces $\eta'(l)$, en convenant que $\varphi(l) = \eta'(l)$, si l est compris entre 0 et π, et que $\eta'(l) = \varphi(2K\pi \pm l)$, si $2K\pi \pm l$ est compris entre 0 et π, et alors l'équation du mouvement devient :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 l}{dt^2} = \frac{d^2\eta}{dl^2},$$

et l'équation des forces vives s'écrira, en posant $\theta = -2\eta'$,

$$\omega^2 + \theta(l) = \omega_0^2,$$

ω_0 étant une constante pour chacune des molécules.

Si nous intégrons les équations du mouvement, nous trouverons :

$$l = \psi(\xi, \omega_0),$$

en posant

$$\xi = \omega_0 t + \xi_0,$$

ξ_0 étant une nouvelle constante d'intégration. Soit alors

$$f(\xi_0, \omega_0)\, d\xi_0 d\omega_0$$

le nombre des molécules pour lesquelles les deux constantes d'intégration sont respectivement comprises entre ξ_0 et $\xi_0 + d\xi_0$ et entre ω_0 et $\omega_0 + d\omega_0$.

Formons alors l'intégrale :

$$J = \int \cos(m\xi + h)\, f(\xi_0, \omega_0)\, d\xi_0 d\omega_0;$$

l'intégration par parties nous donnera encore :

$$J = -\frac{1}{mt}\int \sin(m\xi + h)\, \frac{df}{d\omega_0}\, d\xi_0 d\omega_0,$$

ce qui montre que J tend vers zéro pour $t = \pm\infty$. Cela signifie que, au bout d'un temps t suffisamment long, le nombre ou le nombre probable des molécules contenues à l'intérieur d'un certain domaine est représenté par l'intégrale :

$$N = \int \Omega^{(0)} d\xi d\omega_0,$$

étendue à ce domaine, $\Omega^{(0)}$ étant fonction seulement de ω_0. Dans le cas particulier où il n'y a pas de corps troublant, et où $\theta = 0$, $\omega_0 = \omega$, $\xi = l$, nous écririons $= N\int \Omega dl d\omega$, où Ω dépend seulement de ω. Il faut transformer cette intégrale en revenant aux variables l et ω_0.

On trouve :

$$N = \int \frac{\Omega^{(0)}}{\frac{dl}{d\xi}} dl d\omega_0 = \int \frac{\Omega^{(0)}\omega_0}{\omega} dl d\omega_0 = \int \frac{\Omega^{(0)}\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \theta(l)}} dl d\omega_0.$$

On en déduit également $N = \int \Omega^{(0)} dl d\omega$, ce qui montre que $\Omega^{(0)}$ n'est autre chose, à un facteur constant près, que la fonction P du paragraphe 1.

Pour une même valeur de ω_0, la densité du gaz est donc inversement proportionnelle à $\sqrt{\omega_0^2 - \theta(l)}$; c'est-à-dire qu'elle est d'autant plus grande que $\theta(l)$ est plus grand. Donc le gaz se condense dans la partie où la fonction des forces est maximum ; si par exemple la force agissante est la pesanteur, le gaz se condense *vers le haut.* C'est là une propriété paradoxale des gaz à une dimension.

Mais nous devons observer qu'elle n'est vraie que si toutes les molécules, ou du moins la plupart d'entre elles, vont d'une paroi à l'autre. Il n'en serait pas ainsi si ω_0^2 était plus petit que le maximum de $\theta(l)$: dans ce cas, on ne pourrait donner à l que des valeurs telles que $\theta(l)$ soit plus petit que ω_0^2 ; il y aurait une région du vase où il n'y aurait aucune molécule admettant cette valeur de ω_0, et (ce serait la région inférieure dans le cas de la pesanteur) une autre région où il y en aurait, mais avec une densité variable, la densité croissant à mesure qu'on se rapproche de la limite des deux régions.

Tout dépend donc du nombre des molécules pour lesquelles la constante d'intégration est comprise entre ω_0 et $\omega_0 + d\omega_0$. Ce nombre est donné par la formule précédente, qui devient :

$$d\omega_0 \int_0^{2\pi} \frac{\Omega^{(0)}\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \theta(l)}} dl.$$

Donc tout dépend de la fonction $\Omega^{(0)}$, et on conçoit qu'on puisse choisir cette fonction de telle façon que le gaz, sous l'influence de la pesanteur, par exemple, se condense vers le bas, et non pas vers le haut du vase.

§ 4. — Variations d'un gaz a une dimension.

La force qui engendre la fonction des forces $\theta(l)$ est due à l'action des corps extérieurs; si la position de ces corps extérieurs varie, la fonction $\theta(l)$ variera également et il en sera de même, par conséquent, de l'état du gaz. Nous supposerons pour simplifier un seul corps extérieur C attirant les molécules gazeuses d'après la loi de Newton ou une loi analogue.

Supposons que le corps C soit d'abord trop éloigné pour exercer aucune action; alors $\theta(l)$ est nul, et au bout d'un temps suffisamment long la distribution des molécules deviendra homogène, et sa densité dans le vase sera constante.

A l'époque t_0, j'approche brusquement le corps C; la fonction $\theta(l)$ cesse d'être nulle; au bout d'un temps suffisant, les molécules vont prendre une nouvelle distribution définie par les équations du paragraphe précédent. Si nous supposons que toutes les molécules soient animées de vitesses assez grandes, les constantes ω_0^2 seront toutes plus grandes que le maximum de $\theta(l)$, et alors, en vertu du résultat paradoxal démontré au paragraphe précédent, la densité du gaz, dans sa distribution finale, sera d'autant plus grande qu'on sera dans une région du vase plus éloignée du corps C.

A l'époque t_1, j'éloigne brusquement le corps C; la fonction $\theta(l)$ redevient nulle et, au bout d'un temps suffisant, la distribution des molécules redevient homogène. Quand nous avons approché le corps C, ce corps, attiré par les molécules gazeuses, a subi un travail positif tendant à accroître sa force vive; au contraire, quand, à l'époque t_1, nous avons écarté ce corps, il a subi un travail négatif. Mais, en valeur absolue, le travail positif est plus grand que l'autre. En effet, à l'époque t_0, la densité du gaz était homogène; au contraire, à l'époque t_1, elle était plus grande dans les parties du vase les plus éloignées de C; le gaz en moyenne s'était écarté de C et exerçait sur ce corps une attraction moindre.

Le travail total des forces appliquées à C est donc positif, et, en vertu du principe de la conservation de l'énergie, il faut que la température du gaz ait diminué. Il y a donc eu transformation de chaleur en travail. Ce résultat semble en contradiction avec le principe de Carnot. Mais, bien entendu, cette contradiction n'est qu'apparente.

Dans un gaz à une dimension, soustrait à toute action extérieure, les molécules conservent leur vitesse initiale ω ; il n'y a donc pas de tendance à la réalisation de la loi de Maxwell. La fonction que nous avons appelée Ω au paragraphe précédent peut être choisie d'une façon quelconque, et, une fois choisie, elle reste indéfiniment la même. Si nous approchions, puis que nous éloignions le corps C, la fonction Ω n'est plus la même après l'opération. Les vitesses ω ont diminué en moyenne, puisque la température a baissé, mais de plus elles ont eu une tendance à s'égaliser, et cela fait compensation, l'entropie du gaz dépendant non seulement de la température, mais encore de la fonction Ω, c'est-à-dire de la façon dont les vitesses sont distribuées.

Cela nous montre en même temps que les propriétés paradoxales du gaz à une dimension sont intimement liées à la constance des vitesses, c'est-à-dire à cette indépendance des molécules qui fait que chacune d'elles conserve sa vitesse, sans chercher à la mettre d'accord avec celles de ses voisines.

Bien que le phénomène se présente sous une forme, pour ainsi dire, inverse de la forme habituelle, il n'en est pas moins irréversible, et il va par conséquent nous permettre de mieux analyser les causes de l'irréversibilité universelle. On serait tenté de raisonner comme il suit : quel est, à l'époque $\frac{t_0 + t_1}{2}$, le nombre probable N des molécules dont la longitude l et la constante ω_0 satisfont à un certain nombre d'inégalités :

$$\Phi_i\left(l, \frac{\omega_0}{dt}\right) > 0 ?$$

Il sera représenté par l'intégrale :

$$N = \int \frac{\Omega^{(0)}\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \theta(l)}}\, dl d\omega_0,$$

étendue au domaine défini par ces inégalités. Comme $\theta(l) = \theta(-l)$, cette intégrale ne changera pas quand on remplacera nos inégalités par les inégalités inverses :

$$\Phi_i(-l, \omega_0) > 0.$$

On serait tenté de conclure que l'état (l, ω_0) est précisément aussi probable que l'état inverse (l, ω_0) où les molécules occupent les mêmes positions, mais avec des vitesses de sens contraire. Or si, à l'instant $\frac{t_0 + t_1}{2}$, nous renversons ainsi toutes les vitesses, le gaz passera par les mêmes états que dans l'hypothèse primitive, mais dans l'ordre inverse, c'est-à-dire que l'état qu'il avait dans la première hypothèse à l'instant $\frac{t_0 + t_1}{2} + h$, il l'aura dans la deuxième hypothèse à l'instant $\frac{t_0 + t_1}{2} - h$. En particulier, au lieu d'être plus chaud à l'époque t_0 qu'à l'époque t_1, il sera plus froid.

Il y aurait donc réversibilité, et le phénomène inverse serait précisément aussi probable que le phénomène direct. Mais il n'en est rien. Nous *savons* que, à l'époque t_0, le gaz avait une densité homogène; pour que les états (l, ω_0) et $(-l, \omega_0)$ soient précisément aussi probables, il faudrait que le nombre probable N défini plus haut ne changeât pas quand on change l en $-l$. Or cela n'est vrai que si les dérivées des fonctions Φ_l (premiers membres des inégalités) sont finies; cela ne serait plus vrai si elles sont très grandes, de l'ordre de l'intervalle $\frac{t_1 - t_0}{2}$. C'est ce que nous avons déjà expliqué à la fin du paragraphe 2, et c'est ce qui explique le paradoxe. Si, à l'instant $\frac{t_0 + t_1}{2}$, le système n'avait ni organisation apparente, ni organisation latente, les deux états inverses seraient également probables. Mais, s'il perd promptement toute organisation apparente, il conserve longtemps une organisation latente, et il ne la perdrait que si le temps $\frac{t_1 - t_0}{2}$ était comparable à ce que j'ai appelé au paragraphe 2 le *temps de retour*.

§ 5. — Calcul complet dans un cas particulier.

Mais, avant d'aller plus loin, je vais chercher avec plus de détails ce que devient la distribution des vitesses après le processus que nous venons de décrire. A l'instant t_0, le nombre des molécules satisfaisant à certaines inégalités est représenté par l'intégrale :

$$\int \Omega dl d\omega,$$

étendue au domaine défini par ces inégalités, et Ω ne dépend que de ω.

A l'instant t_1, la longitude et la vitesse de la molécule (qui étaient l et ω à l'époque t_0) sont devenues l' et ω', et l'on a :

$$\omega^2 + \theta(l) = \omega'^2 + \theta(l').$$

La distribution se fait maintenant en raison inverse de la vitesse ω'; ainsi les $\Omega dl d\omega$ molécules, dont la longitude et la vitesse étaient à l'instant t_0 comprises entre l et $l + dl$ et entre ω et $\omega + d\omega$, sont maintenant réparties de façon qu'il y en ait

$$\frac{K}{\omega'} dl' dl d\omega$$

dont la longitude soit comprise entre l' et $l' + dl'$; K est une constante ne dépendant que de l et de ω, et l'on a par conséquent :

$$(1) \qquad K \int_0^{2\pi} \frac{dl'}{\omega'} = \Omega,$$

ce qui détermine K. Le nombre des molécules dont la longitude et la vitesse sont à l'instant t_1 comprises entre l' et $l' + dl'$ et entre ω' et $\omega' + d\omega'$ est alors :

$$\int \frac{K dl' dl d\omega}{\omega'} = \int \frac{K dl' dl d\omega'}{\omega}.$$

On doit intégrer par rapport à l seulement de 0 à 2π; si l'on veut le nombre des molécules dont la vitesse est comprise entre ω' et $\omega' + d\omega'$, on intégrera de 0 à 2π par rapport à l et à l'; le résultat de cette intégration devra s'appeler :

$$2\pi\Omega' d\omega',$$

d'où :

$$(2) \qquad 2\pi\Omega' = \iint \frac{dl dl'}{\omega},$$

et nous fera connaître la nouvelle répartition des vitesses.

Pour pouvoir pousser le calcul jusqu'au bout, nous allons supposer θ très petit ; nous écrirons θ et θ' au lieu de $\theta(l)$, $\theta(l')$, et nous

supposerons :

$$\int_0^{2\pi} \theta dl = 0, \qquad \int_0^{2\pi} \theta^2 dl = 2\pi A^2,$$

c'est-à-dire que A^2 sera la valeur moyenne de θ^2. Dans ces conditions, il vient :

$$\frac{1}{\omega'} = \frac{1}{\omega} - \frac{1}{2}\frac{\theta - \theta'}{\omega^3} + \frac{3}{8}\frac{(\theta - \theta')^2}{\omega^5},$$

et l'équation (1) donne par conséquent :

$$K\left[\frac{2\pi}{\omega} - \frac{\pi\theta}{\omega^3} + \frac{3\pi}{4}\frac{\theta^2 + A^2}{\omega^5}\right] = \Omega;$$

d'où :

$$K = \frac{\Omega\omega}{2\pi}\left[1 + \frac{\theta}{2\omega^2} + \frac{\theta^2}{4\omega^4} - \frac{3}{8}\frac{\theta^2 + A^2}{\omega^4}\right].$$

Mais il faut maintenant s'efforcer d'obtenir $\frac{K}{\omega}$ en fonction de ω', l et l'. Nous savons que Ω est fonction de ω seulement ; nous pouvons l'écrire $\Omega(\omega)$, et nous poserons alors :

$$\Omega(\omega') = \Omega_0, \qquad \frac{d\Omega(\omega')}{d\omega'} = \Omega_1, \qquad \frac{d^2\Omega(\omega')}{d\omega'^2} = \Omega_2.$$

Nous aurons alors avec le même degré d'approximation :

$$\Omega = \Omega_0 + \Omega_1\frac{\theta' - \theta}{2\omega'} - \frac{\Omega_1}{8}\frac{(\theta' - \theta)^2}{\omega'^3} + \frac{\Omega_2}{2}\frac{(\theta' - \theta)^2}{4\omega'^2},$$

et d'ailleurs avec un degré de moins :

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\omega'^2} - \frac{\theta' - \theta}{\omega'^4};$$

d'où finalement :

$$\frac{K}{\omega} = \frac{\Omega_0}{2\pi}\left[1 + \frac{\theta}{2\omega'^2} - \frac{\theta(\theta' - \theta)}{2\omega'^4} + \frac{\theta^2}{4\omega'^4} - \frac{3}{8}\frac{\theta^2 + A^2}{\omega'^4}\right] +$$
$$+ \frac{\Omega_1}{2\pi}\left[\frac{\theta' - \theta}{2\omega'} - \frac{(\theta' - \theta)^2}{8\omega'^3} + \frac{(\theta' - \theta)\theta}{4\omega'^3}\right] - \frac{\Omega_2}{2\pi}\frac{(\theta' - \theta)^2}{8\omega'^2},$$

d'où par l'équation (2) :

$$\Omega' = \Omega_0 - \frac{\Omega_1 A^2}{2\omega'^3} + \frac{\Omega_2 A^2}{4\omega'^2},$$

ou, ce qui revient au même :

$$\Omega' = \Omega_0 + A^2 \frac{d}{d\omega'} \frac{\Omega_1}{4\omega'^2}.$$

Je mets cette expression sous cette dernière forme afin de vérifier que, comme il convient, le nombre total des molécules n'a pas changé.

Soient V et V′ la force vive aux instants t_0 et t_1, de sorte que $V = 2\pi \int \Omega\omega^2 d\omega$ ou, en changeant ω en ω' et Ω en Ω_0, ce qui est un simple changement de notation :

$$V = 2\pi \int \Omega_0 \omega'^2 d\omega', \qquad V' = 2\pi \int \Omega' \omega'^2 d\omega' ;$$

il vient par intégrations par parties successives :

$$\frac{V' - V}{2\pi A^2} = \int \omega'^2 d \frac{\Omega_1}{4\omega'^2} = -\int \Omega_1 \frac{d\omega'}{2\omega'} = -\int \frac{\Omega_0 d\omega'}{2\omega'^2} < 0,$$

ce qui confirme le paradoxe signalé plus haut. *Observons toutefois que ce résultat* n'est vrai que si Ω est divisible par ω^2; sans cela l'intégrale précédente n'est plus finie à cause de la présence de ω'^2 au dénominateur. Plus généralement envisageons d'autres fonctions analogues à la force vive, et soit, en désignant par φ une fonction quelconque de ω' :

$$V = \int \Omega_0 \varphi(\omega') d\omega', \qquad V' = \int \Omega' \varphi(\omega') d\omega';$$

on aura :

$$\frac{V' - V}{A^2} = \int \varphi d \frac{\Omega_1}{4\omega'^2} = -\int \Omega_1 \frac{\varphi' d\omega'}{4\omega'^2} = \int \Omega_0 d\omega' \frac{d}{d\omega'} \frac{\varphi'}{4\omega'^2};$$

de sorte que $V' - V < 0$ si $\frac{d}{d\omega'} \frac{\varphi'}{4\omega'^2}$ est constamment négatif. Si par exemple :

$$\varphi = \omega'^K, \quad \varphi' = K\omega'^{K-1}, \quad \frac{\varphi'}{4\omega'^2} = \frac{K}{4} \omega'^{K-3}, \quad \frac{d}{d\omega'} \frac{\varphi'}{4\omega'^2} = \frac{K(K-3)}{4} \omega'^{K-4}.$$

Si K est pair et > 3, cette expression est constamment positive. Plus généralement construisons une courbe en prenant pour abscisses ω'^3 et pour ordonnées φ, tout dépendra si la convexité de la courbe est ou non tournée vers l'origine. Toutes ces fonctions, sans être l'entropie, jouissent donc dans ce cas particulier de propriétés analogues.

Faisons maintenant le calcul avec l'entropie :

$$\int P \log P d\tau = \int P \log P dl d\omega;$$

comme Ω est proportionnel à P et ne dépend pas de l, elle est liée par une relation linéaire à l'intégrale $\int \Omega \log \Omega d\omega$; mais celle-ci peut s'écrire

$$\int \Omega_0 \log \Omega_0 d\omega',$$

car on passe de l'une à l'autre en changeant ω en ω', c'est-à-dire par un simple changement de notation.

Son accroissement, en posant $\Omega = \Omega_0 + \delta\Omega$, sera :

$$\int (1 + \log \Omega_0) \delta\Omega d\omega' = A^2 \int (1 + \log \Omega_0) d \frac{\Omega_1}{4\omega'^2},$$

ou, en intégrant par parties :

$$- A^2 \int \frac{\Omega_1}{4\omega'^2} \frac{d\Omega_0}{\Omega_0} = - A^2 \int \left(\frac{\Omega_1}{2\omega'\Omega_0}\right)^2 \Omega_0 d\omega' < 0.$$

C. Q. F. D.

§ 6. — Étude de l'entropie.

Ainsi l'entropie va sans cesse en diminuant, de même que la force vive. Mais il importe de remarquer que le résultat relatif à l'entropie est beaucoup plus général que celui qui se rapporte à la force vive. Ce dernier n'est vrai, nous l'avons vu, que si on suppose les vitesses initiales assez grandes pour que l'on soit assuré que toutes les molécules iront d'une paroi à l'autre. Revenons au contraire à l'entropie, que nous définirons par l'intégrale :

$$\int\int P \log P dl d\omega,$$

étendue au vase entier, P étant choisi de telle façon que la probabilité pour qu'une molécule soit dans un domaine quelconque soit représentée par l'intégrale :

$$\int\int P dl d\omega = \int P d\tau,$$

étendue à ce domaine.

Je suppose que la fonction P soit une fonction quelconque assujettie à être positive et à la condition unique :

$$\int\int P dl d\omega = C^{te},$$

et je cherche quel est le minimum de l'intégrale

$$\int\int P \log P dl d\omega.$$

Les deux intégrales sont supposées étendues à un même domaine D. Il est aisé de voir que ce minimum sera atteint quand la fonction P sera constante ; et cela resterait vrai si, au lieu de P log P, nous avions une fonction quelconque de P dont la dérivée seconde soit positive.

Cela posé, supposons d'abord notre gaz soustrait à l'action du corps troublant ; s'il est ainsi abandonné à lui-même depuis assez longtemps, la fonction P, comme nous l'avons vu, ne dépend plus que de ω. Approchons maintenant le corps troublant : on aura, comme nous l'avons dit plus haut, $\omega^2 + \theta(l) = \omega_0^2$ (ω_0 étant une constante pour chaque molécule), et pour le nombre probable N de molécules contenues dans un domaine quelconque, après que le régime s'est établi, c'est-à-dire à l'instant appelé plus haut t_1 :

$$N = \int \frac{\Omega^{(0)}\omega_0}{\omega} dl d\omega_0 = \int \Omega^{(0)} dl d\omega,$$

$\Omega^{(0)}$ dépendant seulement de ω_0. On a donc, à l'instant t_1, $P = \frac{\Omega^{(0)}}{\nu}$, si ν est le nombre total des molécules, et P ne dépend plus que de ω_0.

Si donc nous appelons P la valeur de la fonction P avant qu'on approche le corps troublant, et P_0 ce que devient cette même fonction quand on a approché ce corps et qu'on a attendu l'établissement d'un régime stable, P dépendra seulement de ω et P_0 de :

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \theta(l)}.$$

Soit D le domaine tel que ω_0 soit compris entre deux valeurs infiniment voisines ω_0 et $\omega_0 + d\omega_0$, l'intégrale :

$$\int\int P dl d\omega,$$

qui représente la probabilité pour qu'une molécule soit contenue dans ce domaine, ne changera pas, puisque ω_0 est une constante pour chaque molécule. On a donc :

$$\int\int P dl d\omega = \int\int P_0 dl d\omega.$$

Mais P_0 ne dépendant que de ω_0 sera constant dans ce domaine; on aura donc:

$$\int\int P \log P dl d\omega > \int\int P_0 \log P_0 dl d\omega,$$

les intégrales étant étendues au domaine D. Et, comme le vase tout entier peut être décomposé en domaines tels que D, la même inégalité subsistera quand les intégrales seront étendues au vase entier, ce qui veut dire que l'entropie a diminué.

Éloignons maintenant le corps troublant, et soit P_1 ce que devient la fonction P quand le gaz a de nouveau atteint un état de régime stable; alors P_1, de même que la fonction primitive P, sera fonction de ω seulement (et non pas de ω_0 seulement, comme l'était P_0). Si D_1 est le domaine tel que ω soit compris entre deux valeurs infiniment voisines ω et $\omega + d\omega$, le nombre des molécules contenues dans ce domaine ne changera pas, de sorte qu'en raisonnant tout à fait comme nous venons de le faire, on verrait que

$$\int\int P_0 \log P_0 dl d\omega > \int\int P_1 \log P_1 dl d\omega,$$

les intégrales étant étendues soit au domaine D_1, soit au vase tout entier, ce qui veut dire que l'entropie a encore diminué. Ainsi le raisonnement général de Gibbs s'applique au cas particulier qui nous occupe; il n'y a pas d'exception, et l'entropie va toujours en diminuant.

§ 7. — Gaz a trois dimensions.

Il résulte de ce qui précède que l'entropie diminue dans tous les cas, tandis que la force vive diminue seulement si les fonctions Ω et θ satisfont à certaines conditions.

Avant d'aller plus loin, observons que l'on obtiendrait un gaz jouissant de toutes les propriétés du gaz à une dimension, si l'on enfermait des molécules dans un vase ayant exactement la forme d'un parallélipipède rectangle, et si ces molécules, ayant un rayon d'action infiniment petit, ne se choquaient jamais. Les projections de ces molécules sur un axe parallèle à l'une des arêtes du parallélipipède se comporteraient alors exactement comme les molécules d'un gaz à une dimension.

Revenons maintenant au gaz à trois dimensions; supposons par conséquent que le vase ait une forme quelconque et que les molécules puissent se choquer. Dans le cas précédent, chaque molécule (au moins tant qu'on n'approchait pas un corps troublant) conservait sa force vive (et même le carré de l'une quelconque des trois composantes de sa vitesse demeurait constant). Ici il n'en est plus de même; les chocs des molécules font varier leurs vitesses; la force vive de chacune d'elles est variable; c'est seulement la *somme* de toutes ces forces vives qui est constante. De là la différence essentielle qu'il y a entre les deux cas.

Supposons qu'on approche le corps troublant et que θ représente comme tout à l'heure le double de l'énergie potentielle due à l'attraction du corps troublant sur l'une des molécules.

L'équation des forces vives s'écrit alors :

$$\Sigma(\omega^2 + \theta) = C^{te},$$

la sommation étant étendue à toutes les molécules. Nous pouvons alors appeler $P\delta$ la probabilité pour qu'une molécule soit contenue dans un petit domaine δ, et nous avons les deux équations :

$$\Sigma P\delta = C^{te},$$
$$\Sigma P(\omega^2 + \theta)\delta = C^{te},$$

dont la seconde est l'équation des forces vives, tandis que la première exprime que le nombre des molécules est constant. Alors le régime

sera atteint quand l'entropie

$$\Sigma (P \log P) \delta$$

sera minimum, ce qui arrivera évidemment quand on fera :

$$P = ae^{-b(\omega^2+\theta)},$$

a et b étant deux constantes positives faciles à calculer quand on connaît la masse totale et l'énergie totale. C'est là l'équation de l'équilibre *isothermique* de notre gaz.

Supposons alors, comme plus haut, qu'on approche le corps troublant au temps t_0, puis qu'on l'éloigne au temps t_1; au temps t_0, la densité du gaz sera uniforme dans tout le vase; au temps t_1, on aura :

$$P = ae^{-b(\omega^2+\theta)},$$

et la densité du gaz sera proportionnelle à $e^{-b\theta}$; elle sera donc d'autant plus petite que θ sera plus grande; c'est-à-dire que, dans le cas de la pesanteur, elle sera plus petite en haut qu'en bas. C'est le contraire de la conclusion paradoxale où nous avait conduits l'étude des gaz à une dimension. Et il en résulte encore que le travail dépensé pour éloigner notre corps troublant au temps t_1 est plus grand que le travail gagné quand on l'avait approché au temps t_0. Le gaz s'est échauffé et nous avons perdu du travail, ce qui est conforme au principe de Carnot.

§ 8. — Cas des variations rapides.

Mais, dans tout ce qui précède, nous avons toujours supposé que, quand on avait approché le corps troublant, on laissait au régime le temps de s'établir avant de l'éloigner de nouveau. Les résultats subsisteraient-ils si on n'attendait pas pour l'écarter l'établissement d'un nouveau régime stable? Le raisonnement de Gibbs, c'est-à-dire celui du paragraphe 6, ne permet pas de l'affirmer.

Revenons au gaz à une dimension; nous avons vu que, quand le régime stable s'établit de nouveau, après l'approche du corps troublant, la force vive avait diminué; l'effet final du corps troublant est donc de diminuer la force vive si on attend suffisamment longtemps; il est aisé de voir au contraire que, dans les premiers moments, l'effet est opposé et tend à augmenter la force vive. Reprenons en

effet l'équation différentielle du paragraphe 3 que je puis écrire :

$$\frac{d^2l}{dt^2} = \frac{d^2\eta}{dl^2},$$

en rappelant que nous avons posé plus haut :

$$\theta = -2\frac{d\eta}{dl};$$

à l'instant initial t_0 (je puis supposer qu'il ait été pris pour origine de façon que $t_0 = 0$), la valeur de l sera l_0 et la valeur de $\frac{dl}{dt}$ est ω; à l'instant t, si t est petit, on aura :

$$l = l_0 + \omega t + \frac{1}{2}\frac{d^2l}{dt^2}t^2 + \frac{1}{6}\frac{d^3l}{dt^3}t^3;$$
$$\frac{dl}{dt} = \omega + \delta\omega = \omega + \frac{d^2l}{dt^2}t + \frac{1}{2}\frac{d^3l}{dt^3}t^2.$$

En différentiant l'équation différentielle, je trouve :

$$\frac{d^3l}{dt^3} = \frac{d^3\eta}{dl^3}\frac{dl}{dt},$$

ou, en faisant $t = 0$:

$$\frac{d^2l}{dt^2} = \eta_0'', \qquad \frac{d^3l}{dt^3} = \eta_0'''\omega.$$

Nous désignons par η_0'', η_0''' les valeurs de $\frac{d^2\eta}{dl^2}$, $\frac{d^3\eta}{dl^3}$ pour $l = l_0$. On trouve donc :

$$\omega + \delta\omega = \omega + \eta_0''t + \frac{1}{2}\eta_0'''\omega t^2,$$

et avec la même approximation :

$$(\omega + \delta\omega)^2 = \omega^2 + 2\omega\eta_0''t + \eta_0''^2t^2 + \eta_0'''\omega^2t^2.$$

Le nombre des molécules satisfaisant à des conditions quelconques à l'instant t_0 est représenté par l'intégrale :

$$\int\int \Omega d\omega dl_0,$$

où Ω dépend seulement de ω; la force vive totale au temps t_0 est alors :

$$\int\int \Omega\omega^2 d\omega dl_0,$$

et la force vive au temps t est :

$$\int\int \Omega(\omega + \delta\omega)^2 \, d\omega dl_0,$$

c'est-à-dire :

$$\int \Omega\omega^2 d\omega dl_0 + \int 2\Omega\omega\eta_0'' t d\omega dl_0 + \int \Omega\eta_0''^2 t^2 d\omega dl_0 + \int \Omega\omega^2\eta_0''' t^2 d\omega dl_0.$$

La deuxième et la quatrième intégrale sont nulles parce que η_0'' et η_0''' sont les dérivées des fonctions η_0' et η_0'' qui sont périodiques par rapport à l_0; et alors l'intégrale étendue à une période entière est nulle. L'accroissement total de la force vive est donc :

$$\int \Omega\eta_0'^2 t^2 d\omega dl_0 = t^2 \int \Omega d\omega \int \eta_0''^2 dl_0,$$

et il est essentiellement positif.

C. Q. F. D.

Pour voir comment on passe d'un cas à l'autre, nous supposerons la fonction perturbatrice η' très petite. Nous désignerons par l_0 et ω les valeurs de l et $\frac{dl}{dt}$ à l'instant initial t_0, et par $l_0 + \omega t + \delta l$, $\omega + \delta\omega$ les valeurs de ces mêmes quantités à l'instant t. Nous aurons donc l'équation différentielle :

$$\frac{d^2\delta l}{dt^2} = \frac{d\delta\omega}{dt} = \eta'(l_0 + \omega t + \delta l).$$

La fonction η est une fonction périodique de l, et, comme elle n'est définie que par ses dérivées, nous pourrons supposer que sa valeur moyenne est nulle ; il en sera de même, bien entendu, pour ses dérivées successives η', η'', etc. Pour simplifier l'écriture, nous représenterons par η, η', η'', ..., les valeurs de $\eta(l)$, $\frac{d\eta}{dl}$ $\frac{d^2\eta}{dl^2}$ pour $l = l_0 + \omega t$, et par η_0, η_0', η_0'', ..., les valeurs de ces mêmes fonctions pour $l = l_0$.

Comme η'' est très petit, nous pouvons, en négligeant les termes d'ordre supérieur, écrire notre équation différentielle sous la forme :

$$\frac{d^2\delta l}{dt^2} = \eta' + \eta''\delta l.$$

En première approximation, nous négligerons δl dans le second membre, et alors deux intégrations successives nous donneront :

$$\omega\delta\omega = \eta' - \eta_0',$$
$$\omega^2\delta l = \eta - \eta_0 - \omega t\eta_0',$$

si nous observons que $\delta\omega$ et δl doivent s'annuler pour $t = t_0$, c'est-à-dire pour $t = 0$ si nous prenons l'instant t_0 pour origine.

En seconde approximation, nous aurons donc :

$$\frac{d\delta\omega}{dt} = \eta'' + \frac{\eta''}{\omega^2}(\eta - \eta_0 - \omega t\eta_0'),$$

ou en intégrant :

$$\delta\omega = \frac{\eta' - \eta_0'}{\omega} + \frac{1}{\omega^3}\left[\eta\eta'' - \frac{\eta'^2}{2} - \eta_0\eta'' - \omega t\eta''\eta_0' + \eta'\eta_0' - \frac{\eta_0'^2}{2}\right].$$

Et en effet on vérifie aisément que la dérivée de $\delta\omega$ a bien la valeur voulue, et que $\delta\omega$ s'annule pour $t = 0$.

On en déduit avec la même approximation :

$$(\omega + \delta\omega)^2 = \omega^2 + 2(\eta' - \eta_0') + \frac{2\eta''}{\omega^2}[\eta - \eta_0 - \omega t\eta_0'].$$

L'accroissement total de force vive est donc :

$$2\int \Omega(\eta' - \eta_0')\,d\omega dl_0 + 2\int \frac{\Omega}{\omega^2}\eta''[\eta - \eta_0 - \omega t\eta_0']\,d\omega dl_0.$$

La première intégrale est nulle, puisque la valeur moyenne de η' est nulle. Nous n'avons donc à nous occuper que de la seconde. Si t est très petit, on aura sensiblement :

$$\eta'' = \eta_0'', \qquad \eta - \eta_0 - \omega t\eta_0' = \frac{\omega^2 t^2\eta_0''}{2}.$$

L'accroissement de force vive sera donc :

$$\int \Omega\eta_0''^2 t^2 d\omega dl_0,$$

ce qui confirme le résultat trouvé plus haut.

Supposons au contraire t très grand ; je dis alors que des intégrales telles que

$$\int \frac{\Omega}{\omega^2}\eta''\eta_0 d\omega dl_0$$

tendront vers zéro. Ce qui les caractérise, c'est la présence sous le signe $\int$ de deux facteurs.

Le premier, tel que η'', est une fonction périodique de $l_0 + \omega t$, dont la valeur moyenne est nulle.

Le second, tel que η_0, est une fonction périodique de l_0 dont la valeur moyenne est nulle.

Alors le terme général de η'' sera par exemple proportionnel à :

$$\cos m(l_0 + \omega t + h),$$

et celui de η_0 à :

$$\cos m'(l_0 + h').$$

Le produit de ces deux termes donnera une somme de deux cosinus de la forme :

$$\cos(pl_0 + n\omega t + h''),$$

où p et n seront entiers et où n ne sera pas nul. Le terme correspondant de l'intégrale sera :

$$\int \frac{\Omega}{\omega^2} \cos(pl_0 + n\omega t + h'')\, d\omega dl_0,$$

et, en lui appliquant les principes du paragraphe 2, on voit qu'il tend vers zéro quand t croît. Il restera donc pour l'accroissement de force vive :

$$2\int \frac{\Omega}{\omega^2} \eta''\eta d\omega dl_0;$$

ou, comme la valeur moyenne de

$$\eta''\eta + \eta'^2 = \frac{d}{dl_0}\eta\eta'$$

est nulle, il viendra :

$$-2\int \frac{\Omega}{\omega^2} \eta'^2 d\omega dl_0.$$

Mais η' n'est autre chose que ce que nous avons appelé plus haut $-\frac{\theta}{2}$, de sorte que la valeur moyenne de η'^2 est ce que nous

avons désigné par $\frac{A^2}{4}$ au paragraphe 5 ; l'accroissement de la force vive se réduit donc à :

$$-2\pi\int\frac{\Omega A^2 d\omega}{2\omega^2},$$

ce qui confirme le résultat du paragraphe 5.

Seulement ce résultat n'a de sens que si Ω est divisible par ω^2, et, pour mieux le faire comprendre, nous achèverons le calcul dans un cas particulier, en supposant

$$\Omega = e^{-b\omega^2}, \qquad \eta = \cos Kl.$$

Calculons l'accroissement de force vive :

$$U = 2\int\frac{\Omega}{\omega^2}\eta'(\eta - \eta_0 - \omega\eta_0' t)\,d\omega dl_0,$$

en fonction de t ; les intégrales sont prises depuis $-\infty$ jusqu'à $+\infty$ par rapport à ω et depuis 0 jusqu'à 2π par rapport à l_0.

On a alors :

$$\eta\eta' = -K^2\cos K(l_0 + \omega t), \quad \eta'\eta_0 = -K^2\cos Kl_0\cos K(l_0 + \omega t),$$
$$\eta'\eta_0' = +K^3\sin Kl_0\cos K(l_0 + \omega t),$$

et les valeurs moyennes de ces trois fonctions périodiques de l_0 seront respectivement :

$$-\frac{K^2}{2}, \qquad -\frac{K^2}{2}\cos K\omega t, \qquad -\frac{K^3}{2}\sin K\omega t,$$

ce qui donne :

$$U = -2\pi K^2\int\frac{e^{-b\omega^2}}{\omega^2}(1 - \cos K\omega t - K\omega t\sin K\omega t)\,d\omega.$$

Différentions par rapport à t, il vient :

$$\frac{dU}{dt} = 2\pi K^4 t\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-b\omega^2}\cos K\omega t\,d\omega.$$

Cette intégrale est bien connue, elle est égale à une constante indépendante de t multipliée par l'exponentielle $e^{-\frac{K^2t^2}{4b}}$, de sorte que $\frac{dU}{dt}$

est proportionnel à :

$$te^{-\frac{K^2t^2}{4b}};$$

comme, d'autre part, U doit s'annuler pour $t = 0$, il vient :

$$U = + C\left(1 - e^{-\frac{K^2t^2}{4b}}\right),$$

C étant une constante positive.

Cela montre que, dans ce cas, la force vive va constamment en croissant.

On arriverait encore au même résultat si, supposant toujours $\Omega = e^{-b\omega^2}$, on prenait pour η une fonction périodique quelconque de l (que l'on continuerait, bien entendu, à supposer très petite). Soit en effet :

$$\eta = \Sigma A \cos(Kl + h).$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
\eta\eta'' &= -\Sigma AA'K^2 \cos(Kl_0 + K\omega t + h) \cos(K'l_0 + K'\omega t + h'),\\
\eta''\eta_0 &= -\Sigma AA'K^2 \cos(Kl_0 + K\omega t + h) \cos(K'l_0 + h'),\\
\eta''\eta_0' &= \Sigma AA'K^2K' \cos(Kl_0 + K\omega t + h) \sin(K'l_0 + h'),
\end{aligned}$$

dont les valeurs moyennes sont respectivement :

$$-\sum \frac{A^2K^2}{2}, \qquad -\sum \frac{A^2K^2}{2} \cos K\omega t, \qquad \sum \frac{A^2K^3}{2} \sin K\omega t,$$

ce qui donne :

$$U = -2\pi\Sigma A^2K^2 \int \frac{e^{-b\omega^2}}{2\omega^2} (1 - \cos K\omega t - K\omega t \sin K\omega t)\, d\omega,$$

d'où, par le calcul précédent :

$$U = -2\pi\Sigma CA^2\left(1 - e^{-\frac{K^2t^2}{4b}}\right),$$

C étant essentiellement positif, ce qui prouve encore que la force vive va constamment en augmentant.

§ 9. — Conclusion.

Nous avons vu que, si les molécules d'un gaz ne se choquaient pas et si le vase avait la forme d'un parallélipipède rectangle, ce gaz se

comporterait comme un gaz à une dimension. Si nous supposions maintenant un gaz très raréfié, de façon que les chocs des molécules y soient assez rares, et un vase ayant d'une façon très approchée la forme d'un parallélipipède rectangle sans l'avoir exactement, nous aurions une sorte de *gaz mixte* qui tiendrait pour ainsi dire le milieu entre les gaz à une et à trois dimensions. Au bout d'un temps assez long pour que chaque molécule ait parcouru plusieurs fois la longueur du vase, mais assez court pour que les chocs n'aient pas été nombreux, ce gaz atteindra un état de régime qui satisfera aux conditions d'équilibre du gaz à une dimension. Mais cet équilibre ne sera pas définitif; les chocs tendront à le détruire, et, au bout d'un temps plus long encore, le gaz atteindra seulement son équilibre définitif, qui sera celui des gaz à trois dimensions. Un pareil gaz mixte n'est évidemment pas irréalisable.

J'appellerai alors *temps très grand du premier ordre* un temps suffisant pour que notre gaz mixte atteigne son équilibre provisoire, celui qui conviendrait aux gaz à une dimension, et *temps très grand du second ordre* le temps nécessaire pour qu'il atteigne son équilibre définitif, celui qui conviendrait aux gaz à trois dimensions.

Supposons alors qu'à l'époque t_0 on approche le corps troublant, puis qu'on l'éloigne à l'époque t_1. Au temps t_0, le gaz a atteint son équilibre définitif, et, comme il n'a été soumis jusqu'ici à aucune force extérieure, la fonction P ne dépend que de η et est proportionnelle à $e^{-b\omega^2}$, conformément à la loi de Maxwell. Si le temps $t_1 - t_0$ est très grand du second ordre, le gaz, à l'époque t_1, a atteint son nouvel équilibre définitif; il se comportera donc comme un gaz à trois dimensions. D'après ce que nous avons vu au paragraphe 7, sa force vive a augmenté et son entropie a diminué.

Mais, si le temps $t_1 - t_0$ est fini ou bien très grand du premier ordre, le gaz se sera comporté pendant ce temps comme un gaz à une dimension. Si, à l'époque t_1, la force vive se trouvait être plus petite qu'à l'époque t_0, on aurait un moyen de contrevenir au principe de Carnot. Il suffirait d'éloigner brusquement le corps troublant à l'époque t_1; et en effet, comme le gaz serait désormais soustrait à toute action extérieure, sa force vive totale ne pourrait plus varier, elle resterait donc moindre qu'à l'époque t_0, de sorte que, quand l'équilibre définitif serait de nouveau atteint, l'énergie interne serait plus petite, et l'entropie plus grande qu'à l'époque t_0.

Si la distribution des vitesses était quelconque à l'époque t_0, il pourrait très bien se faire qu'après un temps $t_1 - t_0$ très grand du premier ordre, la force vive ait diminué ; il suffirait pour cela, d'après les paragraphes 5 et 8, que Ω fût divisible par ω^2. Mais il n'en est pas ainsi, le gaz a atteint à l'époque t_0 son équilibre définitif, de sorte que Ω est proportionnel à $e^{-b\omega^2}$. Si alors la fonction P a pour valeur P_0 à l'instant t_0 et P_1 à l'instant t_1, on a :

$$P_0 = Ke^{-b\omega^2}, \qquad \int P_0 d\tau = \int P_1 d\tau ;$$

d'autre part :

$$\int P_0 \log P_0 d\tau > \int P_1 \log P_1 d\tau,$$

puisque l'on a laissé au régime, du moins au régime provisoire, le temps de s'établir et que par conséquent l'entropie a dû diminuer ; on en conclut aisément :

$$\int P_0 \omega^2 d\tau < \int P_1 \omega^2 d\tau.$$

En est-il encore de même si le temps $t_1 - t_0$ est fini? Cette fois, comme l'on ne laisse pas au régime le temps de s'établir, le raisonnement de Gibbs, c'est-à-dire celui du paragraphe 6, n'est plus applicable, et on ne saurait affirmer que l'entropie a diminué. Il résulte néanmoins de l'analyse de la fin du paragraphe 8 que la force vive va encore en augmentant, pourvu que la force perturbatrice η'' soit très petite.

Mais on pourrait se demander s'il en est encore de même quand cette force perturbatrice n'est pas très petite ; ce n'est pas tout : au paragraphe 8 nous avons regardé cette force comme constante, c'est-à-dire que le corps troublant ne bougeait pas entre l'instant t_0 où on l'approche brusquement et l'instant t_1 où on l'éloigne brusquement. Qu'arrive-t-il si cette force perturbatrice est variable, c'est-à-dire si, entre les instants t_0 et t_1, les longitudes l satisfont à l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 l}{dt^2} = f(l, t),$$

f étant une fonction non seulement de l, mais encore de t? Cela est évidemment réalisable ; il suffit de supposer que le ou les corps

troublants se déplacent dans cet intervalle de temps. Le résultat du paragraphe 8 subsiste-t-il encore dans ce cas? On pourrait en douter, puisque le raisonnement de Gibbs est inapplicable, et alors on pourrait craindre d'être conduit à des résultats contraires au principe de Carnot.

Voici comment on pourra raisonner dans ce cas. Nous savons que l'entropie grossière, celle des physiciens, va toujours en diminuant, mais cela n'est démontré que si les variations des conditions extérieures sont toujours assez lentes pour que le régime ait le temps de s'établir. Considérons au contraire l'*entropie fine*, telle qu'elle a été définie au paragraphe 1. Nous savons qu'elle est toujours constante, et *ce résultat n'est soumis à aucune restriction.*

Cela posé, soient P_0 et P_1 les valeurs des fonctions P aux instants t_0 et t_1, on aura :

$$P_0 = Ke^{-b\omega^2}, \qquad \int P_0 d\tau = \int P_1 d\tau = 1.$$

Les entropies seront :

$$S_0 = \int P_0 \log P_0 d\tau, \qquad S_1 = \int P_1 \log P_1 d\tau,$$

et les forces vives :

$$V_0 = \int \omega^2 P_0 d\tau, \qquad V_1 = \int \omega^2 P_1 d\tau.$$

Le théorème de Taylor, en arrêtant la série au second terme, nous donne :

$$P_1 \log P_1 - P_0 \log P_0 = (P_1 - P_0)(\log P_0 + 1) + \frac{(P_1 - P_0)^2}{2P_2},$$

P_2 étant compris entre P_0 et P_1 ; mais nous avons :

$$\log P_0 + 1 = \log K + 1 - b\omega^2,$$

ce qui me permet d'écrire :

$$S_1 - S_0 = (\log K + 1)\int (P_1 - P_0)\, d\tau - b\int \omega^2 (P_1 - P_0)\, d\tau + \int \frac{(P_1 - P_0)^2\, d\tau}{2P_2}.$$

La première intégrale du second membre est nulle; la seconde est égale à $V_1 - V_0$, la troisième est positive, puisque P_2 est essentiellement positif; il vient donc :

$$(S_1 - S_0) + b(V_1 - V_0) > 0.$$

Ici il s'agit de l'entropie fine, donc $S_1 = S_0$, d'où :

$$V_1 - V_0 > 0.$$

Ce qui montre que la force vive a augmenté. — C. Q. F. D.

La même conclusion subsisterait *a fortiori* si l'entropie avait diminué, c'est-à-dire si

$$S_1 < S_0.$$

La même analyse s'appliquerait donc à l'entropie grossière, mais à la condition que les variations du corps troublant soient assez lentes pour que l'équilibre statique ait le temps de s'établir, parce que c'est seulement dans ce cas que nous pouvons affirmer que cette entropie grossière diminue. Elle s'applique au contraire *sans restriction* à l'entropie fine, qui reste constante dans tous les cas.

Le même raisonnement peut être appliqué aux gaz ordinaires, et on fait ainsi disparaître une des difficultés qui subsistaient encore dans la théorie cinétique des gaz.

Sur les franges de réflexion des lames argentées ;

Par M. Maurice Hamy [1].

J'ai été amené à m'occuper des franges de réflexion des lames argentées à l'occasion d'un travail qui m'a été proposé autrefois par Tisserand à l'Observatoire. Il s'agissait d'étudier, avec un degré de précision dépassant ce que l'on avait fait antérieurement, le micromètre d'un instrument destiné à la détermination de la variation des latitudes. J'adoptai, pour faire cette étude, l'idée de mesurer, par voie interférentielle, les déplacements d'un petit miroir argenté fixé au chariot du micromètre, en appliquant la méthode des excédents fractionnaires, imaginée par M. Michelson, pour trouver le numéro d'ordre des franges sans avoir besoin de les compter une à une.

Mes recherches sont déjà anciennes, puisqu'elles sont contemporaines des premiers travaux de MM. Pérot et Fabry sur les franges de transmission des lames argentées. Le retard que j'ai apporté à les exposer, en dehors de quelques brèves communications dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, est imputable à diverses circonstances indépendantes de ma volonté. Je ne m'occuperai d'ailleurs, dans le présent travail, que de la description de ces franges et de leur théorie, laissant de côté, pour le moment, les applications que j'ai été conduit à en faire.

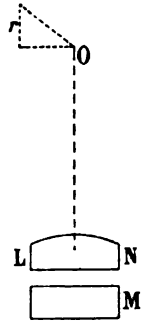


Fig. 1.

1. Les franges dont je veux parler s'obtiennent au moyen du dispositif suivant (*fig.* 1), qui rappelle celui de Fizeau.

[1] Séance du 2 mars 1906.

On considère un système optique composé de deux surfaces planes M et N, dont la seconde appartient à une lentille convergente L ayant un foyer en O, sur l'arête réfléchissante d'un prisme à réflexion totale *r*. Le plan M est argenté à fond et le plan N recouvert d'une couche d'argent transparente, plus ou moins faible suivant les cas. Ce système permet d'obtenir diverses catégories de franges.

Si l'on éclaire les surfaces réfléchissantes, en projetant une source monochromatique sur le prisme *r*, et que l'on limite son étendue en plaçant, près de O, un écran percé d'une ouverture plus petite que la pupille, on aperçoit des franges qui sillonnent la lentille L, en plaçant l'œil devant l'image de cette ouverture, fournie par autocollimation, près du point O. Ces franges, qui prennent naissance en inclinant un peu les plans M et N l'un sur l'autre, ne sont localisées dans aucun plan. J'en ai fait usage, dans diverses recherches, en donnant à l'ouverture, percée dans le diaphragme, la forme d'un demi-cercle centré en O et limité à l'arête réfléchissante du prisme *r*. Dans ces conditions, l'image réfléchie de l'ouverture est un demi-cercle composant avec le premier un cercle entier. J'ai choisi cette forme de diaphragme parce qu'elle permet de discuter complètement l'expression analytique de l'intensité des franges, quelle que soit la différence de marche, lorsque l'orientation des franges est perpendiculaire à l'arête réfléchissante du prisme *r*.

On obtient une seconde catégorie de franges en éclairant convenablement les faces du prisme *r* [1], sans interposer de diaphragme, et en amenant les surfaces réfléchissantes au parallélisme. Elles affectent, comme celles des surfaces vitreuses, la forme de demi-circonférences et sont localisées dans le plan focal passant par O. Elles s'observent avec un oculaire.

Il est nécessaire, pour obtenir l'une ou l'autre espèce de franges, d'avoir la faculté soit de donner une petite inclinaison aux plans M et N, soit de les amener au parallélisme rigoureux. Il faut aussi, pour les applications, faire varier la différence de marche. J'ai réalisé ces desiderata de la manière suivante :

Le miroir M est monté sur un chariot à coulisse qui permet de le déplacer parallèlement à lui-même, à l'aide d'une vis micrométrique. Le barillet de ce miroir porte trois vis calantes dont les

---

[1] Pratiquement, on obtient ce résultat en projetant l'image de la source sur la lentille L, au moyen d'un objectif placé contre le prisme *r*.

pointes sont pressées, par des ressorts, dans des crapaudines disposées sur le chariot. Ces vis servent à amener les surfaces M et N au parallélisme approché. Pour parachever le réglage, on agit sur un organe à flexion qui supporte la lentille L et qui est disposé comme je vais le dire.

Cet organe se compose de deux triangles équilatéraux égaux, découpés dans du laiton laminé et solidement réunis par des vis v (*fig.* 2) serrant trois cales c glissées entre leurs sommets.

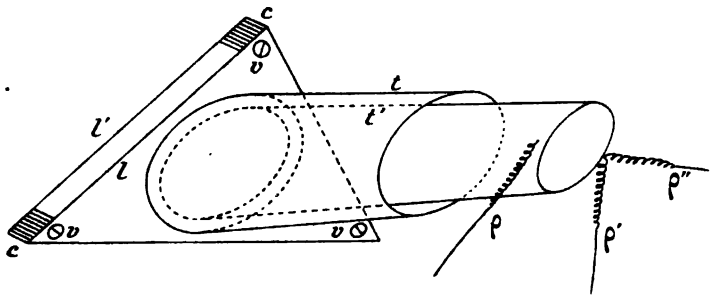


Fig. 2.

Au centre de la lame l est vissé un tube large et épais t, qui est lui-même pincé dans une mâchoire fixe très solide. Au centre de la lame l' est vissé un autre tube t', libre à l'intérieur du premier et le dépassant un peu. C'est à l'une des extrémités de ce tube t', au niveau du triangle l', qu'est montée la lentille plan convexe L du système optique qui donne naissance aux franges. La face courbe de cette lentille est tournée vers l'intérieur du tube, qui est traversé par la lumière dans toute sa longueur. La seconde extrémité du tube t' est munie de deux ressorts ρ et ρ', agissant l'un horizontalement, l'autre verticalement. Ces ressorts sont attachés à des fils qui s'enroulent sur des petits treuils mobiles au moyen de vis tangentes. On peut, de la sorte, modifier leur tension, sans temps perdu, avec une extrême délicatesse, et faire ainsi varier, grâce à la fixité du tube t, l'orientation du tube t' et celle de la surface N, de quantités d'autant plus petites que la pièce formée par l'ensemble des deux triangles est moins flexible.

Il est important, dans les applications, de pouvoir déplacer les franges de quantités très faibles sans modifier l'orientation des plans réfléchissants. Ce résultat s'obtient en entraînant légèrement

la lentille L, parallèlement à elle-même, au moyen d'un troisième ressort ρ'', à tension variable comme les deux premiers, disposé de façon telle que la direction de la force, résultant de son action, passe par le centre du triangle l'. Cette force, transportée en ce point, peut effectivement être décomposée en deux : l'une dans le plan du triangle, qui ne joue aucun rôle, la seconde qui s'exerce normalement à ce plan et a pour effet, par raison de symétrie, de provoquer la translation que l'on veut réaliser. Pratiquement, il faut recourir à l'expérience pour donner exactement au ressort ρ'' l'orientation qu'il doit avoir (1).

L'addition d'un tambour divisé sur la vis tangente du système tenseur du ressort ρ'', pour mesurer ses allongements, transforme ce troisième réglage en un compensateur des plus délicats et d'une extrême commodité.

2. Au début de mes recherches, je m'étais fait l'idée, *a priori*, que la surface N devait être recouverte d'une couche d'argenture très faible, pour obtenir de belles franges. J'obtins, du reste, en procédant de la sorte, des franges magnifiques ressemblant, à l'éclat près, à celles des surfaces vitreuses. Je pensais alors que les argentures, déposées sur les plans réfléchissants, renvoyaient beaucoup de lumière à l'observateur, sans exercer d'autre action ; aussi les franges de réflexion des lames argentées me semblaient-elles, à cette époque, une manifestation interférentielle aussi simple que les franges engendrées par les réflexions vitreuses.

Mes idées, sous ce rapport, se modifièrent dans la suite, en songeant aux expériences de Kundt sur les dépôts métalliques très minces. Je fus conduit à faire varier l'épaisseur de la couche d'argent déposée sur la lentille L et à étudier théoriquement les effets qui en résultent. Ces effets présentent une variété et une complexité absolument inattendues.

Kundt a montré que les dépôts métalliques transparents laissent passer la lumière, non pas comme le feraient des grillages très serrés, mais en lui faisant subir de véritables réfractions. Ces milieux sont même doués de dispersion anomale très prononcée. Dans le cas de l'argent, l'indice de réfraction est sensiblement égal à 0,27 pour la lumière blanche, en sorte que la lumière traverse ce métal quatre fois plus vite que le vide.

(1) Lorsque l'orientation du ressort est réglée, les franges de la première catégorie conservent une distance et une direction constantes, quand on le tend plus ou moins.

Or, pour en revenir à nos franges, il est à remarquer que les faisceaux interférents sont de deux sortes. La lumière incidente donne lieu : 1° à un premier faisceau qui se réfléchit, dans le verre, sur la couche d'argent N, sans la traverser; 2° à un faisceau qui subit des réflexions multiples partielles, dans l'air, sur les plans argentés, et qui traverse deux fois la couche d'argent, déposée sur le plan N, avant de revenir à l'observateur. C'est ce passage de l'un des faisceaux seulement, à travers l'argent, qui complique singulièrement les phénomènes.

J'ai calculé l'expression de l'intensité lumineuse des franges, en tenant compte de ces remarques et en faisant intervenir les réflexions multiples sur les plans argentés. Je vais exposer les résultats auxquels je suis arrivé, en me plaçant, d'ailleurs, à un point de vue purement qualitatif.

3. *Étude des franges localisées.* — Je considérerai d'abord le cas des franges localisées dans le plan focal de la lentille L (*fig.* 1), passant par O, qui s'observent lorsque les surfaces réfléchissantes sont rigoureusement parallèles.

Désignons par γ le facteur inférieur à 1 par lequel il faut multiplier l'amplitude de la vitesse vibratoire d'une onde pour obtenir celle de cette même onde, lorsqu'elle s'est réfléchie une fois, dans l'air, sur chacun des plans M et N.

Considérons, d'autre part, une onde incidente. Une partie de cette onde se réfléchit, dans le verre, sur la surface N; la seconde partie traverse cette surface.

Appelons β le facteur par lequel il faut multiplier l'amplitude de la vitesse vibratoire de la première onde partielle, prise pour unité, pour obtenir ce que devient l'amplitude de la vitesse de la seconde onde partielle, après avoir traversé le plan N dans les deux sens et s'être réfléchie une fois sur le plan M.

Appelons enfin : h, le retard que subit une onde en se réfléchissant, dans le verre, sur la surface N; h_1, le retard que subit une onde du fait de son passage, dans les deux sens, à travers la surface N; h_2, le retard que subit une onde en se réfléchissant, dans l'air, sur la surface N; h_3, le retard que subit une onde en se réfléchissant, dans l'air, sur le plan M.

Considérons un point P de la face de sortie du prisme r (*fig.* 3), placée dans le plan focal de la lentille L, et soit i l'angle que fait, avec l'axe principal de cette lentille, la droite joignant ce point P au

centre optique S. Désignons par e la distance des surfaces M et N et posons :

$$(1)\quad h_2 + h_3 = k, \qquad h_1 - h_2 - h = l, \qquad \Delta = 2e \cos i + k.$$

Les ondes qui émanent du point P viennent converger, après autocollimation, au point P′ symétrique de P par rapport au foyer O. Cherchons l'intensité du mouvement lumineux au point P′.

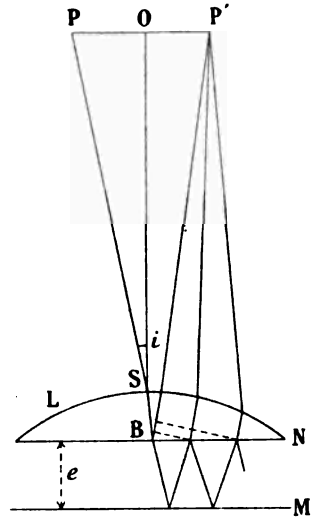


Fig. 3.

Toute onde qui émane de P se décompose en deux parties : l'une qui se réfléchit directement sur le plan N, dans le verre ; la seconde, qui pénètre entre le plan M et N, se décompose elle-même en plusieurs autres, à cause des réflexions multiples. Evaluons les différences de marche de ces dernières ondes par rapport à l'onde réfléchie directement dans le verre, sur la surface N.

La considération de la *fig.* 3 permet de voir facilement que les différences de marche, mesurées dans l'air, sont les suivantes :

Pour l'onde partielle qui arrive en P′ après s'être réfléchie une seule fois sur le plan M :

$$\Delta_1 = \Delta + l\,;$$

pour l'onde qui s'est réfléchie deux fois sur le plan M :

$$\Delta_2 = 2\Delta + l\,;$$

pour l'onde qui s'est réfléchie trois fois sur le plan M :

$$\Delta_3 = 3\Delta + l, \text{ etc.}$$

Il en résulte que, si l'on appelle

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

la vitesse vibratoire de l'onde réfléchie directement par la surface N dans le verre, les vitesses vibratoires des ondes partielles qui se sont réfléchies une, deux, trois, etc., fois sur le plan M, ont pour expressions :

$$v_1 = \beta \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\Delta_1}{\lambda}\right).$$
$$v_2 = \beta\gamma \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\Delta_2}{\lambda}\right).$$
$$v_p = \beta\gamma^{p-1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\Delta_p}{\lambda}\right).$$

La vitesse V du mouvement vibratoire résultant a donc pour valeur :

$$V = \sin 2\pi \frac{t}{T} + \frac{\beta}{\gamma} \sum_1^\infty \gamma^q \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} - \frac{q\Delta}{\lambda}\right]$$

ou

$$V = \sin 2\pi \frac{t}{T} + \frac{\beta}{1 - 2\gamma \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + \gamma^2} \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda} - \frac{\Delta}{\lambda}\right) - \gamma \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l}{\lambda}\right)\right].$$

L'intensité de ce mouvement vibratoire est :

$$(2) \quad I = F(\Delta) = 1 + 2\beta \frac{\cos 2\pi \left(\frac{l}{\lambda} + \frac{\Delta}{\lambda}\right) - \gamma \cos 2\pi \frac{l}{\lambda}}{1 - 2\gamma \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + \gamma^2} + \frac{\beta^2}{1 - 2\gamma \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + \gamma^2}.$$

On en tire :

$$\frac{\lambda}{4\pi\beta}\left(1 - 2\gamma \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + \gamma^2\right)^2 \frac{\partial I}{\partial \Delta}$$
$$= -\left[(1 - \gamma^2) \cos 2\pi \frac{l}{\lambda} + \beta\gamma\right] \sin 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} - (1 + \gamma^2) \sin 2\pi \frac{l}{\lambda} \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + 2\gamma \sin 2\pi \frac{l}{\lambda},$$

et pour les valeurs de Δ qui vérifient l'équation $\frac{\partial I}{\partial \Delta} = 0$:

$$\frac{\lambda^2}{8\pi^2\beta}\left(1 - 2\gamma \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + \gamma^2\right)^2 \frac{\partial^2 I}{\partial \Delta^2}$$
$$= -\left[(1 - \gamma^2) \cos 2\pi \frac{l}{\lambda} + \beta\gamma\right] \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + (1 + \gamma^2) \sin 2\pi \frac{l}{\lambda} \sin 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}.$$

L'équation $\frac{\partial I}{\partial \Delta} = 0$ est de la forme :

$$m \sin 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + n \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = p.$$

En posant :

$$\frac{n}{m} = \operatorname{tang} \varphi, \qquad \alpha = \operatorname{arc\,sin} \frac{p \cos \varphi}{m},$$

α étant compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$, on sait que toutes les solutions de cette équation sont données par les formules suivantes :

$$2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + \varphi = 2N\pi + \alpha,$$
$$2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + \varphi = (2N + 1)\pi - \alpha,$$

N désignant un entier quelconque.

On voit aisément que ces deux séries de racines sont entrecroisées, mais non équidistantes en général. On tire de ces formules :

$$\Delta = 2e \cos i + k = 2N \frac{\lambda}{2} + a,$$
$$\Delta = 2e \cos i + k = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} + b,$$

a et b étant des quantités de l'ordre de λ, dépendant de β, l, γ, λ.

A l'une des séries de racines correspondent les maxima, à l'autre les minima. Comme Δ ne change pas, pour une même valeur de e, tant que i reste constant, il s'ensuit que les franges affectent, ainsi que nous l'avons dit en commençant, la forme d'arcs de cercle centrés sur l'axe principal de la lentille L.

Les deux séries de racines n'étant pas équidistantes en général, les franges doivent ordinairement être dissymétriques. C'est bien ce que l'expérience vérifie, quand l'argenture déposée sur le plan N est faite sans précautions particulières.

Mais il y a plusieurs cas particuliers très intéressants à considérer.

Les deux séries de racines se confondent lorsque

$$m^2 + n^2 = p^2.$$

Cette égalité exige, pour avoir lieu, que l soit un multiple impair de $\frac{\lambda}{2}$ et que $\beta = \frac{1 - \gamma^2}{\gamma}$.

Comme il n'y a aucune raison pour que ces deux conditions se trouvent satisfaites simultanément, on ne peut compter réaliser expérimentalement le cas particulier qui nous occupe. Mais, s'il arrive, pour certaines argentures, que $m^2 + n^2$ s'approche notablement de p^2, les maxima et minima pourront devenir très voisins deux à deux. Cette circonstance se présente notamment si les conditions expérimentales sont telles que le coefficient de $\sin 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$, dans l'équation $\frac{\partial \Delta}{\partial I} = 0$, s'annule pour une valeur de γ voisine de 1. En effet, l'équation dérivée se réduit alors à :

$$\cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\gamma}{1 + \gamma^2},$$

et, comme le second membre est voisin de 1, les deux séries de racines sont très rapprochées. Ces franges ont un aspect très caractéristique, car il y a condensation de lumière auprès des maxima et condensation d'ombre autour des minima. Il est facile de s'en rendre compte comme il suit :

L'expression de I devient, en y remplaçant $\cos 2\pi \frac{l}{\lambda}$ par sa valeur tirée de l'équation de condition $m = 0$:

$$I = 1 + \frac{\beta^2}{1 - \gamma^2} - 2\beta \sin 2\pi \frac{l}{\lambda} \frac{\sin 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}}{1 - 2\gamma \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + \gamma^2}.$$

Les variations de I dépendant uniquement d'une fonction impaire de Δ, il s'ensuit immédiatement que les maxima sont symétriques des minima et inversement.

Les maxima de la fonction

$$\varphi\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right) = \frac{\sin 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}}{1 - 2\gamma \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} + \gamma^2},$$

pour lesquels :

$$\operatorname{tang} \pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma},$$

sont égaux à $\frac{1}{1 - \gamma}$. En cherchant les valeurs de $\frac{\Delta}{\lambda}$ pour lesquelles

cette fonction prend la valeur $\frac{a}{1-\gamma^2}$, a étant une fraction plus petite que 1, on obtient une équation du second degré en tang $\pi \frac{\Delta}{\lambda}$, qui a pour racines :

$$\operatorname{tang} \pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \frac{1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}.$$

L'une de ces racines est comprise entre zéro et $\frac{1-\gamma}{1+\gamma}$, l'autre est supérieure à $\frac{1-\gamma}{1+\gamma}$, mais reste du même ordre de grandeur que ce rapport tant que a n'est pas une fraction trop petite. Par exemple, pour $a = \frac{1}{2}$, cette seconde racine est égale à 3,7 fois la valeur de tang $\pi \frac{\Delta}{\lambda}$ qui correspond aux maxima. De là il résulte que la variation de la fonction $\varphi\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right)$ est rapide dans le voisinage des maxima, du moment que $1 - \gamma$ est une petite quantité.

L'intensité lumineuse subit donc une condensation auprès des maxima et, à cause de la symétrie dont il a été question, une condensation d'ombre auprès des minima.

L'expérience vérifie ces prévisions théoriques.

On observe, en effet, en déposant sur la surface N de la lentille L une argenture de pouvoir réflecteur voisin de 0,8 (ce qui correspond à une valeur de γ égale à 0,9 environ), que les maxima et les minima sont alors absolument collés l'un à l'autre, deux à deux. Il y a, du reste, comme le montre le calcul, une condensation très nette de lumière auprès des maxima et une condensation d'ombre auprès des minima.

Voici un autre cas, particulièrement intéressant à considérer au point de vue des applications.

Les franges, avons-nous dit, sont ordinairement dissymétriques. Les conditions expérimentales peuvent-elles devenir telles que la symétrie soit réalisée ?

Au point de vue analytique, il faut que les deux séries de racines de l'équation $\frac{\partial I}{\partial \Delta} = 0$ deviennent équidistantes, et il est aisé de se rendre compte que cette circonstance se produit quand le terme constant de

l'équation $\frac{\partial I}{\partial \Delta} = 0$ se réduit à zéro, c'est-à-dire lorsque l est un multiple entier de $\frac{\lambda}{2}$.

La discussion de l'expression de l'intensité conduit à faire deux hypothèses, l pouvant être un multiple pair ou impair de $\frac{\lambda}{2}$.

Dans la première, la largeur des maxima des franges est moindre que celle des minima :

Les maxima correspondent à ... $\Delta = 2e \cos i + k = 2N \frac{\lambda}{2}$

Et les minima à..... $\Delta = 2e \cos i + k = (2N + 1) \frac{\lambda}{2}$

N désignant un entier.

Dans la seconde hypothèse, la largeur des minima est moindre que celle des maxima :

Les minima correspondent à... $\Delta = 2e \cos i + k = 2N \frac{\lambda}{2}$

Et les maxima à..... $\Delta = 2e \cos i + k = (2N + 1) \frac{\lambda}{2}$

Les maxima dans la première hypothèse, les minima dans la seconde, sont d'ailleurs d'autant plus déliés que l'argenture de la surface N est plus réfléchissante. Cette propriété résulte de ce que, si l'on considère une valeur de Δ différant, d'une très petite quantité ε, d'une racine de $\frac{\partial I}{\partial \Delta} = 0$ correspondant à un maximum, et une valeur de Δ différant, également de ε, d'une racine voisine de la première, correspondant à un minimum, le rapport :

$$\frac{\text{Variation de I dans le voisinage du maximum}}{\text{Variation de I dans le voisinage du minimum}},$$

que l'on calcule en partant de la valeur de $\frac{\partial^2 I}{\partial \Delta^2}$ donnée ci-dessus, est égal à $\left(\frac{1+\gamma}{1-\gamma}\right)^4$ lorsque l est un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$, et à $\left(\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\right)^4$ dans l'hypothèse contraire.

Ces prévisions théoriques se vérifient toutes par l'expérience.

On obtient notamment des franges symétriques, dont les maxima ont à peu près les deux tiers de la largeur des minima, en donnant

à l'argenture de la lentille L un pouvoir réflecteur égal à 0,3 environ. C'est sur ces franges que je suis tombé, du premier coup, au début de mes recherches.

En donnant à l'argenture de la lentille un pouvoir réflecteur voisin de 0,5, les franges sont encore symétriques, mais les maxima n'ont plus qu'une largeur égale au dixième environ de celle des minima. Ces franges ont l'aspect de celles de MM. Pérot et Fabry et jouissent de leurs propriétés séparatrices. Etant, du reste, incomparablement plus lumineuses, elles se prêtent à l'analyse interférentielle des sources de peu d'intensité. Le dispositif qui leur donne naissance permet d'obtenir les franges sombres des raies d'absorption, comme les appareils de MM. Pérot et Fabry, ainsi que des franges de superposition.

En déposant sur la lentille L une couche d'argent de pouvoir réflecteur voisin de 0,9, on obtient encore des franges symétriques, mais à minima extrêmement déliés, ressemblant aux raies solaires fournies par un réseau de Rowland.

Ces franges ont des propriétés séparatrices encore plus accusées que celles dont nous venons de parler ; elles peuvent servir aux mêmes applications, sauf en ce qui concerne les raies d'absorption.

4. *Remarques relatives aux conditions de formation des franges.* — L'argenture du plan M doit être opaque et d'épaisseur bien uniforme ; pour l'obtenir, le procédé classique d'argenture des miroirs remplit très bien le but.

L'argenture de la face plane N de la lentille L doit avoir juste l'épaisseur voulue pour réaliser les phénomènes qui viennent d'être décrits. On y arrive avec des bains dilués ; mais il est malheureusement difficile d'indiquer d'une manière précise leur teneur en argent, leur degré de concentration changeant beaucoup avec la température [1].

---

[1] Voici quelques indications à cet égard :

1° *Argenture pour obtenir les franges symétriques ressemblant aux franges des surfaces vitreuses.* — Bain d'argenture des miroirs (sucre interverti, azotate d'argent, potasse, azotate d'ammoniaque) étendu de deux fois son volume d'eau à 18°. Suivre les progrès de l'argenture en examinant un fragment de papier blanc, en plein jour, par réflexion à travers le verre, pendant l'opération. On arrête au moment où l'image est sur le point de passer du blanc bleuâtre au blanc franc. Lorsque l'argenture est sèche, elle présente, par réflexion à travers le verre, un aspect blanc tirant un peu sur le bleu.

2° *Argenture pour obtenir les autres franges.* — On prend les trois solutions classiques d'azotate d'argent, de sucre interverti et de potasse, qui servent pour

Les sources lumineuses qui donnent les plus belles franges doivent être assez faibles, et il y a lieu en général de diminuer leur intensité. Cette réduction s'impose absolument, dans le rapport de 95/100 au moins, pour des sources aussi brillantes que l'arc au mercure, surtout quand on fait usage des franges à maxima brillants.

Enfin, l'oculaire employé doit avoir un grossissement suffisamment faible, les franges se pointant avec moins de précision quand on les agrandit au delà d'une certaine limite.

L'argenture du plan M n'exerce aucune action sur le changement d'aspect des franges. Cette surface peut donc être remplacée par un miroir taillé dans une matière quelconque, pourvu qu'il réfléchisse pratiquement la presque totalité de la lumière incidente. Cette propriété ne peut manquer de recevoir des applications dans les expériences réclamant des mesures très précises de variations de niveau de mercure. Il conviendrait, du reste, pour de semblables recherches, d'opérer loin des centres habités, afin de n'avoir pas à compter avec les trépidations du sol qui constitueraient un obstacle insurmontable à la formation des franges.

Aucune radiation connue n'étant tout à fait simple, les franges changent d'aspect au delà d'une certaine différence de marche. Elles

---

les miroirs, et on en prélève 3 volumes égaux. On mélange le sucre et la potasse et l'on verse goutte à goutte, dans la solution d'argent, une solution étendue d'ammoniaque, en s'arrêtant au moment où le précipité se redissout. On étend ensuite la solution ammoniacale d'argent de la quantité d'eau voulue pour que le bain d'argenture final soit convenablement dilué, puis on verse, en agitant rapidement, le mélange de sucre et de potasse dans le verre contenant l'argent. On transvase rapidement dans la cuvette à argenture; on y place, sans perdre de temps, la pièce à argenter préalablement nettoyée successivement au blanc d'Espagne, à l'acide azotique et à l'eau distillée. Il convient de la déplacer horizontalement à la surface du liquide, de temps en temps, durant quelques instants, pour mélanger le bain. Elle doit plonger de 5 millimètres au moins dans le liquide, face en dessous.

Le bain est épuisé quand l'argent réduit flotte à la surface.

On obtient les franges à maxima fins symétriques en prenant 11 centimètres cubes des trois solutions et en donnant au bain un volume de 90 centimètres cubes par addition d'eau, en opérant à 20°,5. A la température de 14°,5, il ne faut plus que 6 centimètres cubes de chacune des solutions, le bain étant étendu à 90 centimètres cubes.

On obtient les franges à minima déliés symétriques en prenant 16 centimètres cubes de chacune des trois solutions et en étendant le bain à 90 centimètres cubes, en opérant à 15°,5. A la température de 18°,7, on obtient de bons résultats en prenant 20 centimètres cubes de chacune des trois solutions et en étendant à 90 centimètres cubes.

En prenant un bain de concentration intermédiaire, on obtient les franges à maxima et minima collés l'un à l'autre.

s'élargissent, se troublent, puis s'évanouissent d'autant plus vite, quand on accroît la distance des plans argentés, qu'elles sont plus déliées au début. Ce fait est dû aux réflexions multiples. Il arrive, en effet, un moment où certaines ondes partielles, qui se sont plusieurs fois réfléchies, acquièrent, par rapport à l'onde renvoyée directement dans le verre par la surface N, une différence de marche qui dépasse la limite d'interférence de la radiation employée. Ces ondes cessent alors d'interférer et n'interviennent plus que pour noyer de lumière le phénomène produit par les ondes partielles susceptibles de réagir encore l'une sur l'autre. L'effet perturbateur est d'autant plus accusé que les ondes réfléchies accessibles à l'expérience sont en plus grand nombre, c'est-à-dire que les franges sont plus fines.

Nous avons dit que la condition nécessaire et suffisante, pour que les franges soient symétriques, est que le paramètre l soit un multiple entier de $\frac{\lambda}{2}$. Or, l est égal au retard qu'éprouve une onde en traversant, une fois dans chaque sens, l'argenture de la surface N, diminué des retards qui s'introduisent dans la réflexion sur les deux faces de cette argenture. C'est, par conséquent, une quantité qui varie avec la longueur d'onde. Si donc la symétrie des franges existe pour une radiation, elle devrait ne plus se produire pour une autre radiation. L'expérience montre que cet effet est excessivement faible. Il faut en conclure que la variation de l est très petite et ce fait constitue une propriété curieuse de l'argent, en tant que milieu réfringent.

5. *Étude des franges non localisées.* — La théorie des franges non localisées qui s'observent en prenant comme source lumineuse un demi-cercle uniformément éclairé, de rayon R inférieur à celui de la pupille, centré sur le foyer de la lentille L, et en plaçant l'œil près du foyer de cette lentille, les surfaces réfléchissantes étant d'ailleurs légèrement inclinées, cette théorie, dis-je, est intimement liée à l'étude des variations d'intensité lumineuse qui se produisent quand, ces surfaces étant amenées au parallélisme, on fait varier leur distance e.

Pour traiter cette question, il convient de chercher quelle est l'intensité lumineuse qui paraît émaner d'un point quelconque Q (*fig.* 4), pour un observateur dont l'œil est placé comme on l'a dit ci-dessus.

L'expression de cette intensité, à un facteur constant près, est la suivante :

$$I = \int_0^{R^2} F(D)\, dt, \tag{3}$$

en faisant :

$$F(D) = 1 + 2\beta \frac{\cos 2\pi\left(\frac{l}{\lambda} + \frac{D}{\lambda}\right) - \gamma \cos 2\pi \frac{l}{\lambda}}{1 - 2\gamma \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} + \gamma^2} + \frac{\beta^2}{1 - 2\gamma \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} + \gamma^2},$$

et :

$$D = 2e\left(1 - \frac{t}{2f^2}\right) + k,$$

f étant la longueur focale de la lentille L, et β, γ, k des paramètres déjà définis.

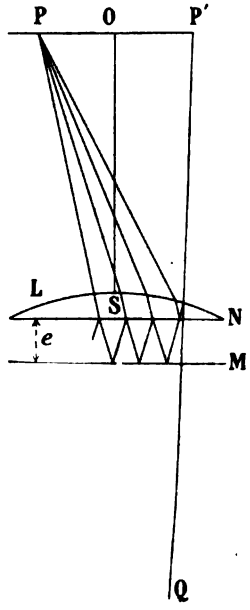


Fig. 4.

On arrive à cette expression de I en considérant les rayons émanant d'un élément de surface P de la source (*fig.* 4) et qui arrivent au point P', symétrique de P par rapport au foyer de la lentille L, dans la direction P'Q. L'intensité lumineuse élémentaire qui en résulte en P' s'obtient par des calculs analogues à ceux développés au paragraphe 3 [1]. Comme les rayons qui émanent de points de l'ouverture

[1] Dans le cas actuel, on considère plusieurs rayons émanant du point P et qui aboutissent finalement par le même chemin en P', tandis qu'au numéro 3 on a considéré un rayon unique partant de P et se subdivisant en plusieurs avant d'arriver en P'. Il n'en résulte aucun changement dans le calcul.

circulaire placés à la distance ρ de l'axe de la lentille L ont même incidence, les calculs se simplifient en choisissant comme élément de surface lumineuse, dans le demi-cercle éclairé, la surface comprise entre les circonférences de rayons ρ et $\rho + d\rho$, qui est proportionnelle à $d\rho^2$. En remplaçant, dans l'expression (1) de Δ donnée au paragraphe 3, $\cos i$ par $1 - \frac{\rho^2}{2f^2}$, appelant D ce que devient Δ quand on y fait $\rho^2 = t$, et faisant la somme des intensités élémentaires, en l'étendant à la demi-ouverture circulaire de rayon R, on tombe sur l'expression de I donnée ci-dessus, à un facteur constant près.

Le fait que I est indépendant de la position du point Q dans l'espace montre que le phénomène d'interférence que nous considérons n'est localisé dans aucun plan. Il est donc indépendant de la distance pour laquelle l'œil est accommodé.

Il convient, pour étudier les variations de I, de former l'équation $\frac{\partial I}{\partial e} = o$. Cette équation peut s'écrire :

$$o = \int_0^{R^2} \frac{\partial F(D)}{\partial \frac{2\pi D}{\lambda}} \left(1 - \frac{t}{2f^2}\right) dt$$

ou

$$o = \int_0^{R^2} \frac{\partial F(D)}{\partial \frac{2\pi D}{\lambda}} dt - \frac{R^4}{4f^2} A,$$

en représentant par A une valeur convenable de $\frac{\partial F(D)}{\partial \frac{2\pi D}{\lambda}}$ choisie dans le champ de l'intégration.

L'équation $\frac{\partial I}{\partial e}$ peut encore se mettre sous la forme :

$$o = \int_{D=\Delta_0}^{D=\Delta_1} \frac{\partial F(D)}{\partial 2\pi \frac{D}{\lambda}} d\,\frac{2\pi D}{\lambda} - \frac{\pi e}{\lambda}\frac{R^2}{f^2} \times \frac{R^2}{2f^2} A$$

ou

$$o = F(\Delta_1) - F(\Delta_0) - \frac{\pi e}{\lambda}\frac{R^2}{f^2}\frac{R^2}{2f^2} A,$$

en faisant :

$$\Delta_1 = 2e\left(1 - \frac{R^2}{2f^2}\right) + k,$$

$$\Delta_0 = 2e + k. \tag{4}$$

Or A étant une quantité finie et $\frac{R^2}{f^2}$ une quantité très petite, par

hypothèse, si l'on considère des valeurs de e pour lesquelles le produit $\pi \frac{e}{\lambda} \frac{R^2}{f^2}$ ne devient pas grand, on voit que l'équation $\frac{\partial I}{\partial e} = 0$ se réduit à :

$$F(\Delta_1) - F(\Delta_0) = 0,$$

à condition de négliger des quantités de l'ordre de $\frac{R^2}{f^2}$ sur les valeurs de $\frac{2\pi e}{\lambda}$ satisfaisant à cette relation.

Cette équation se décompose en deux, savoir :

$$\sin \pi \frac{\Delta_1 - \Delta_0}{\lambda} = 0;$$

$$(5) \quad \left[(1 - \gamma^2) \cos \frac{2\pi l}{\lambda} + \gamma\beta\right] \sin \pi \frac{\Delta_0 + \Delta_1'}{\lambda}$$
$$+ (1 + \gamma^2) \sin 2\pi \frac{l}{\lambda} \cos \pi \frac{\Delta_0 + \Delta_1}{\lambda} - 2\gamma \sin 2\pi \frac{l}{\lambda} \cos \pi \frac{\Delta_1 - \Delta_0}{\lambda} = 0$$

La première est vérifiée lorsque :

$$\frac{\Delta_1 - \Delta_0}{\lambda} = \frac{eR^2}{\lambda f^2} = N,$$

N étant un entier.

Une discussion approfondie montre que ces racines de $\frac{\partial I}{\partial e}$ donnent des valeurs de e pour lesquelles les variations d'intensité qui correspondent aux racines de la seconde équation disparaissent. Je n'insisterai pas sur ce point, les variations dont il s'agit n'ayant de l'intérêt, au point de vue des applications, que lorsque $\frac{eR^2}{\lambda f^2} < 1$. Je me placerai donc dans cette hypothèse dans ce qui va suivre.

Examinons d'abord le cas où $\frac{eR^2}{\lambda f^2}$ est une très petite fraction. L'expression (3) de I :

$$I = \int_0^{R^2} F(D)\, dt,$$

peut alors s'écrire :

$$I = R^2 F(D'),$$

D' étant une valeur convenable de D, choisie dans le champ de l'intégration. Or D' ne diffère pas de la valeur (4) de Δ_0, puisque $\frac{eR^2}{\lambda f^2}$ est négligeable. Il en résulte que, dans le cas particulier que nous examinons, I peut s'écrire en laissant de côté le facteur constant R^2, qui

n'intervient pas dans les variations,

$$I = F(\Delta_0).$$

Si l'on remarque que Δ_0 est la valeur (1) de Δ quand on y fait $i = 0$, on voit que cette expression de l'intensité est identique à celle qui correspond au centre des franges localisées étudiées au paragraphe 3. Or on a vu, à propos de ces franges, que les variations d'intensité, de part et d'autre des maxima et minima, quand e varie, sont en général dissymétriques, sauf lorsque l'argenture transparente du plan N a certaines épaisseurs, telles que le rapport $\frac{2l}{\lambda}$ soit un nombre entier. Il en sera donc de même dans le problème qui nous occupe. De plus lorsque $\frac{2l}{\lambda}$ est un entier pair, I varie plus rapidement dans le voisinage des maxima que dans celui des minima, et le contraire se produit si $\frac{2l}{\lambda}$ est un nombre impair.

L'équation (5) se simplifie considérablement lorsque $\frac{2l}{\lambda}$ est un nombre entier, et il est aisé, dans ce cas, d'obtenir les valeurs de e correspondant aux maxima et minima de I, sans qu'il soit nécessaire de supposer, comme ci-dessus, que le rapport $\frac{e}{\lambda}\frac{R^2}{f^2}$ est une petite fraction. On a, pour toutes les valeurs de e telles que $\frac{e}{\lambda}\frac{R^2}{f^2} < 1$:

Pour les maxima... $\quad 2e + k = 2N\frac{\lambda}{2}\left(1 + \frac{R^2}{4f^2}\right)$

Pour les minima... $\quad 2e + k = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}\left(1 + \frac{R^2}{4f^2}\right)$

si $\frac{2l}{\lambda}$ est un entier pair. C'est la première formule qui convient aux minima et la seconde aux maxima, si ce rapport est un entier impair.

Il convient de remarquer, d'après ce que l'on a dit pour établir l'équation (5), que ces formules donnent e avec une approximation de l'ordre de $\lambda\frac{R^2}{f^2}$, même si le nombre entier N est considérable.

Lorsque l n'est pas un multiple de $\frac{\lambda}{2}$, les formules

$$2e + k = 2N\frac{\lambda}{2} + a,$$

$$2e + k = (2N + 1)\frac{\lambda}{2} + b,$$

où a et b sont des quantités de l'ordre de λ dépendant de β, γ, l, λ, qui donnent les maxima et les minima au centre des franges localisées (Voir au paragraphe 3), conviennent au problème qui nous occupe, lorsque $\frac{e}{\lambda}\frac{R^2}{f^2}$ est une très petite quantité. Mais, lorsque ce rapport prend une valeur sensible, la succession des maxima et des minima se fait d'après des lois très compliquées. Ce sont alors les moyennes arithmétiques des racines consécutives de $\frac{\partial I}{\partial e}$, prises deux à deux, qui suivent une loi simple. En appelant e' une racine de la dérivée, e'' la racine qui la suit immédiatement, on a :

$$e' + e'' = N\frac{\lambda}{2}\left(1 + \frac{R^2}{4f^2}\right) + h,$$

N désignant un entier, et h une fonction, de l'ordre de λ, dépendant de tous les paramètres qui figurent dans l'expression de I, à l'exception de e.

On établit cette propriété en écrivant que l'équation (5) est vérifiée par $e = e'$ et par $e = e''$. En retranchant les deux identités obtenues membre à membre, on constate qu'il existe dans la différence un terme en $\sin \pi \frac{e' - e''}{2\lambda}\frac{R^2}{f^2}$, de l'ordre de $\frac{R^2}{f^2}$, puisque $e' - e''$ est voisin de $\frac{\lambda}{4}$. En négligeant ce terme, on obtient immédiatement la formule écrite ci-dessus, l'erreur commise sur la valeur du rapport $\frac{e' + e''}{\lambda}$ étant de l'ordre de $\frac{R^2}{f^2}$.

L'étude des franges qui prennent naissance en inclinant faiblement les surfaces argentées l'une sur l'autre résulte facilement de la théorie qui précède.

Considérons un point Q de la surface argentée N et faisons tourner ce plan, d'un angle ω de quelques secondes d'arc, autour d'une droite tracée par Q, sur sa surface, dans une direction perpendiculaire au diamètre qui limite l'ouverture demi-circulaire par laquelle passe la lumière. Des franges rectilignes apparaissent dans une direction perpendiculaire à ce diamètre. L'intensité du mouvement lumineux qui émane de Q, même pour de grandes différences de marche, est pratiquement la même, avant et après la petite rotation du plan N. En effet, après la rotation, l'intensité devient une fonction de ω nécessairement paire, par raison de symétrie, puisque la rotation

peut se faire dans un sens ou dans l'autre sans que le mouvement lumineux perçu par l'observateur soit modifié. Or l'angle ω s'introduit, dans le calcul des différences de phases, sous des signes trigonométriques qui sont multipliés par $\frac{e}{\lambda}$, e étant l'écartement des plans réfléchissants. L'erreur relative commise sur l'intensité, en négligeant $\frac{\omega^2 e}{\lambda}$, est de l'ordre de 10^{-4}, pour

$$\omega < 5'', \qquad e < 50^{mm}, \qquad \lambda = 0^{\mu},5,$$

et il en est de même pour les valeurs de $\frac{e}{\lambda}$ qui correspondent aux maxima et aux minima. Les formules fournissant les valeurs de e pour lesquelles l'intensité passe par un maximum ou un minimum, dans le cas où les plans M et N sont parallèles, conviennent donc avec un degré d'approximation de l'ordre du millième de la longueur d'onde [1], au cas des franges rectilignes qui prennent naissance en inclinant légèrement les surfaces réfléchissantes dans le sens qui a été défini ci-dessus.

Ces formules sont donc pratiquement aussi précises que celles qui ont été données pour les franges localisées.

Aspect des franges. — L'aspect des franges est le même que celui des franges localisées quand $\frac{eR^2}{\lambda f^2}$ est petit, mais il varie lorsque cette fraction prend une valeur sensible. Le seul résultat simple que l'on puisse énoncer, au sujet de ces variations, concerne les franges symétriques, pour les petites valeurs de $\frac{eR^2}{\lambda f^2}$, lesquelles conservent leur symétrie, quelle que soit la valeur de e. Cette propriété résulte simplement du fait que l est alors un multiple de $\frac{\lambda}{2}$.

---

[1] Il convient de rappeler que l'on néglige aussi des quantités de l'ordre de $\frac{R^2}{f^2}$ dans les valeurs de $\frac{e}{\lambda}$ correspondant aux maxima et aux minima, mais on peut toujours s'arranger de telle sorte qu'elles soient encore plus petites.

Les détecteurs électrolytiques et leur emploi dans les mesures électriques;

Par M. H. Armagnat [1].

I. Dans une étude d'ensemble sur les cohéreurs, présentée au Congrès d'Électricité de 1900, le capitaine Ferrié faisait remarquer [2] qu'en plaçant dans le circuit d'une pile une sorte de voltamètre formé par un fil métallique très fin, affleurant à peine à la surface d'un électrolyte dans lequel plongeait une seconde électrode plus large, on constatait le passage d'un faible courant, qui se trouvait augmenté lorsqu'on produisait des oscillations électriques dans le voisinage; c'est là l'origine des détecteurs électrolytiques. Depuis cette époque ces instruments sont entrés dans la pratique courante de la télégraphie sans fil; les postes qui les emploient reçoivent au son au moyen d'un téléphone, car les courants reçus ont une trop faible intensité pour être enregistrés par les relais ordinaires.

Dans l'état actuel, un détecteur électrolytique se compose essentiellement d'un fil de platine très fin, soudé dans un tube de verre et débordant à peine de ce tube, de façon à présenter une surface libre aussi petite que possible. Ce fil est plongé dans un électrolyte très conducteur, et une seconde électrode, également en fil de platine, plonge dans l'électrolyte. La seconde électrode peut avoir une surface quelconque, on la fait souvent assez grande afin de réduire la résistance du détecteur. Dans le modèle du capitaine Ferrié, les électrodes sont soudées chacune dans un tube de verre, et le tout est enfermé dans une petite ampoule scellée qui contient l'électrolyte (*fig.* 1).

Le phénomène qui se produit dans les détecteurs est encore inconnu. M. Schlœmilch [3] l'attribue à une capacité ou à une résistance ohmique, et M. de Forrest [4] dit que la polarisation est nécessaire, car, si les électrodes sont attaquées par le liquide, l'effet cesse.

---

(1) Séance du 6 avril 1906.

(2) *Congrès d'Électricité*, Paris, 1900, volume annexe, p. 289.

(3) *Elektrotechnische Zeitschrift*, 19 novembre 1903, p. 959; — *Revue électrique*, 15 avril 1904, p. 207.

(4) Congrès d'Électricité de Saint-Louis, 1904 (*Revue électrique*, 15 janvier 1905, p. 21).

M. Ferrié donne l'explication suivante [1] : un détecteur électrolytique, intercalé dans le circuit d'un galvanomètre et soumis à l'action des oscillations électriques, laisse passer un courant qui va, à l'intérieur du détecteur, de la grande électrode à la petite. Le détecteur agit là comme un véritable *clapet* qui laisse passer le courant dans un sens et lui fait obstacle dans l'autre sens. Dans les conditions ci-dessus, le phénomène n'est pas net, la déviation du galvanomètre est incertaine et la sensibilité du système est faible.

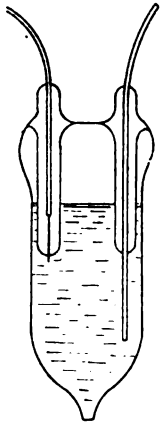


Fig. 1.

Le phénomène se régularise et devient beaucoup plus sensible si l'on met en circuit avec le détecteur une pile de force électromotrice comprise entre 1 et 2 volts, le pôle positif étant relié à la petite électrode. On voit alors le galvanomètre indiquer une faible déviation, qui augmente aussitôt que les ondes électriques agissent sur le système. M. Ferrié pense que la pile polarise le détecteur et que le galvanomètre indique le courant de dépolarisation. Le condensateur électrolytique ainsi formé étant chargé au potentiel de la pile, les oscillations électriques déchirent la couche du diélectrique formé au contact de l'anode, et une conductibilité momentanée se produit, le galvanomètre dévie plus fortement.

II. On peut, abstraction faite de toute théorie, chercher quels

---

[1] *Comptes Rendus*, t. CXLI, 31 juillet 1905, p. 315 ; — *Revue électrique*, 15 septembre 1905, p. 144.

sont les facteurs qui interviennent dans le problème, afin de leur donner la valeur la plus favorable ; c'est à ce point de vue que nous avons fait les expériences que nous allons résumer ci-dessous.

Cherchons d'abord si ce que l'on a appelé la tension critique du détecteur correspond à une grandeur définissable.

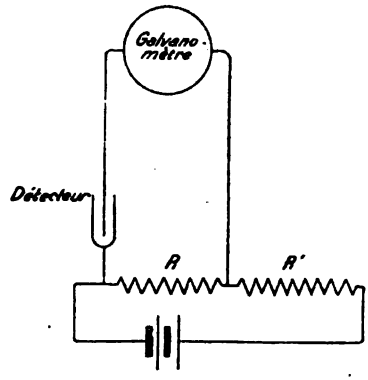


Fig. 2.

Mettons un détecteur et un galvanomètre en série et plaçons le tout aux bornes d'une résistance R parcourue par le courant fourni par une pile ; une résistance R′ nous permettra de faire varier l'intensité I et, par conséquent, la différence de potentiel $e = RI$ appliquée au système (*fig.* 2). A chaque valeur de e correspond une valeur du courant I et, si l'on trace la courbe de I en fonction de e, on constate que l'intensité I est pratiquement nulle jusqu'à une certaine valeur de e, puis elle augmente de plus en plus rapidement, et enfin on voit la courbe devenir asymptotique à une droite inclinée (*fig.* 3).

En prolongeant l'asymptote jusqu'à l'axe des x, on trouve une valeur e_0 qui est variable avec le sens du courant, la nature de l'électrolyte et des électrodes, et en résumé, dans la branche asymptotique de la courbe, tout se passe comme si le détecteur avait une force électromotrice de polarisation e_0 (tension critique) et une résistance constante exprimée par le rapport $\frac{\Delta e}{\Delta I}$. Le phénomène réel est certainement plus complexe, car la résistance apparente du détecteur, exprimée par le rapport ci-dessus, augmente quand la résistance de la partie métallique du circuit augmente et elle est toujours

beaucoup plus élevée que la résistance que l'on mesure à l'aide du pont décrit plus loin.

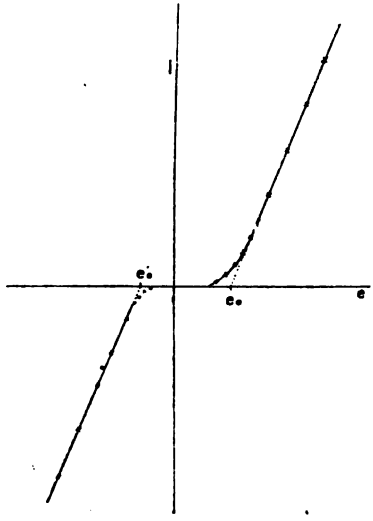


Fig. 3.

Dans la *fig.* 4 sont résumés les résultats obtenus avec un détec-

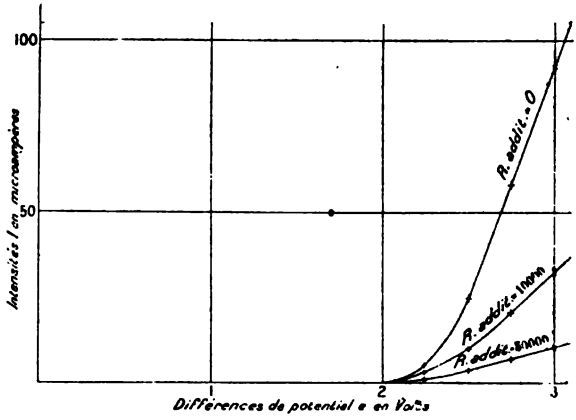


Fig. 4.

teur symétrique formé par deux pointes en fil de platine de $0^{mm},1$ de diamètre plongées dans l'eau acidulée sulfurique. Les mesures ont

été faites en ajoutant, au circuit formé par le détecteur et le galvanomètre, des résistances de 0, 10.000 et 50.000 ohms. On voit que la valeur de e_0 semble diminuer quand la résistance du circuit augmente et que les résistances apparentes du détecteur sont de 7.300, 11.300 et 2.300 ohms, tandis que la mesure directe au pont donne

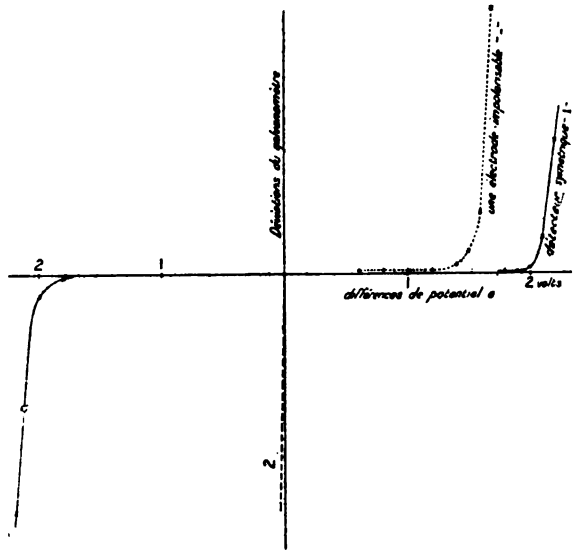


Fig. 5.

480 ohms à 5 0/0 près. Il est nécessaire d'ajouter que les valeurs de I notées ici sont celles que l'on observe au bout de quelques secondes, lorsque le régime est devenu stable ; au début, lorsqu'on vient de fermer le circuit, la déviation est plus grande, mais on la voit décroître rapidement et arriver à la valeur stable ou, mieux, à une valeur où la décroissance est négligeable.

Quand le détecteur est *dissymétrique*, c'est-à-dire quand les deux électrodes ont des surfaces très inégales, les deux branches de la courbe, obtenues par renversement du courant, ne sont pas semblables, le phénomène reste le même, mais il diffère un peu quant à la grandeur de e_0 et même de la résistance apparente $\frac{\Delta e}{\Delta I}$ (*fig.* 3). La différence entre les deux branches de la courbe devient complète quand on prend une électrode en métal soluble dans l'électrolyte,

par exemple un fil de cuivre; dans ces conditions, l'anode étant formée par un fil très fin de platine, on obtient une courbe absolument semblable aux précédentes (*fig.* 5); mais, si l'on renverse le sens du courant, l'intensité croît presque proportionnellement à *e*, il n'y a pas de force électromotrice de polarisation. On voit sur la fi-

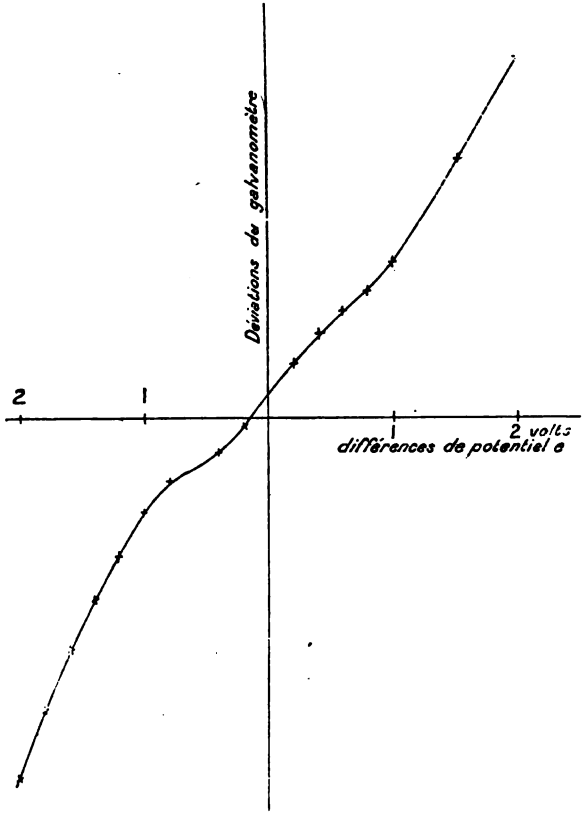


Fig. 6.

gure que des électrodes *symétriques* donnent deux branches de courbe aussi semblables qu'il est possible de les obtenir avec un phénomène irrégulier.

Quand les électrodes sont *symétriques* et de *large surface*, le courant de polarisation devient considérable et variable ; il faut

attendre un temps très long pour obtenir un équilibre à peu près satisfaisant du galvanomètre, et la courbe prend l'aspect indiqué par la *fig.* 6.

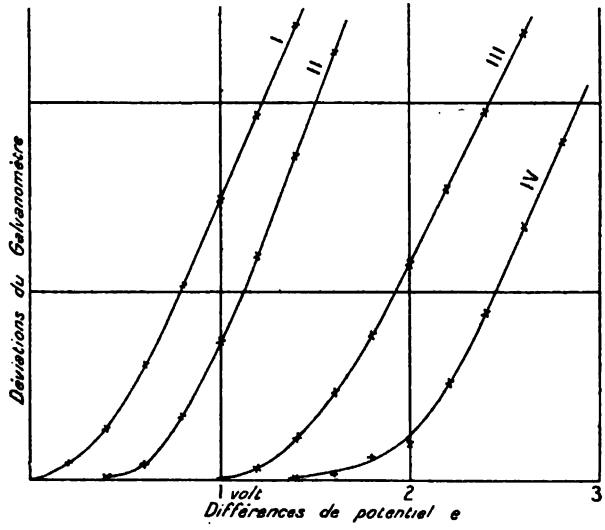


Fig. 7.

La *fig.* 7 résume les résultats obtenus avec quelques détecteurs; elle montre les différences assez considérables qui résultent de la dimension des électrodes. La première courbe I est relative à un détecteur dissymétrique formé par une anode de petite surface en fil de platine de $0^{mm},5$ et une large cathode en platine ; l'électrolyte est un mélange de bichromate de potasse et d'acide sulfurique étendu. Lorsqu'on remplace l'anode en fil de $0^{mm},5$ par une autre en fil de $0^{mm},1$, la tension critique s'élève. Un autre détecteur à anode en fil de platine de $0^{mm},1$ et à cathode large, avec, comme électrolyte, une solution d'acide sulfurique de densité 1,25 environ, donne la courbe III, et enfin un détecteur symétrique ayant deux électrodes en fil de $0^{mm},1$ donne, avec le même électrolyte, la courbe IV. Ces quatre courbes ont été relevées avec le même galvanomètre, elles sont donc comparables ; une grande résistance, 300.000 ohms, était ajoutée dans le circuit, condition importante pour obtenir des résultats concordants.

Comment se comportent les détecteurs vis-à-vis des courants alter-

natifs industriels, c'est-à-dire à fréquence relativement basse? C'est ce que nous allons chercher maintenant, et les conclusions que nous allons tirer de ces observations pourront peut-être apporter un peu de clarté sur le rôle des détecteurs vis-à-vis des oscillations électriques, mais sans qu'on puisse affirmer que les choses se passent de la même façon dans les deux cas limites : fréquence industrielle et très grande fréquence.

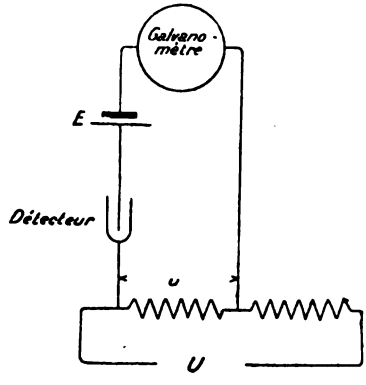


Fig. 8.

L'expérience montre que, si nous formons un circuit composé d'une pile de force électromotrice E, voisine de la tension critique, reliée à un détecteur et à un galvanomètre à courant continu, et si nous faisons agir sur ce système une différence de potentiel alternative u prise sur un réseau d'éclairage (*fig.* 8), l'intensité du courant accusée par le galvanomètre croît d'abord lentement avec u, puis plus vite, et finalement l'accroissement se ralentit et l'intensité tend vers une limite. La courbe de la *fig.* 9 montre l'action d'un courant alternatif, à 42 périodes par seconde, sur un détecteur électrolytique dissymétrique, la pile E ayant environ 2 volts.

III. Si nous supposons la loi qui relie le courant I à la force électromotrice e réduite à la partie asymptotique des courbes (*fig.* 10), nous voyons que l'intensité est nulle tant que e est plus petit que e_0.

Si donc nous faisons, comme dans la *fig.* 8, agir sur le système un courant alternatif sinusoïdal donnant une différence de potentiel

$$u_0 \sin \omega t,$$

le courant ne passera pas avant que l'on ait

$$u_0 \sin \omega\theta + E = e_0$$

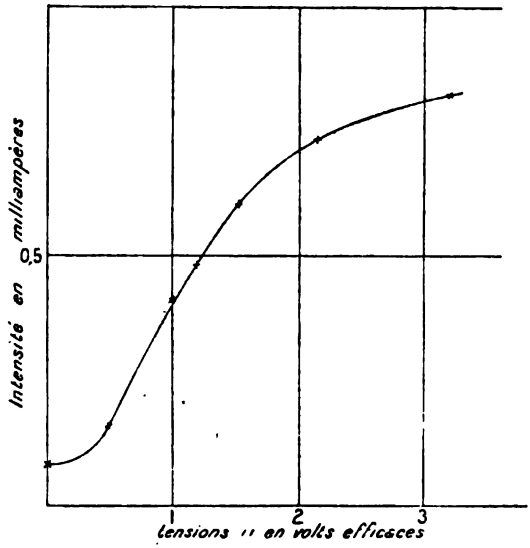


FIG. 9.

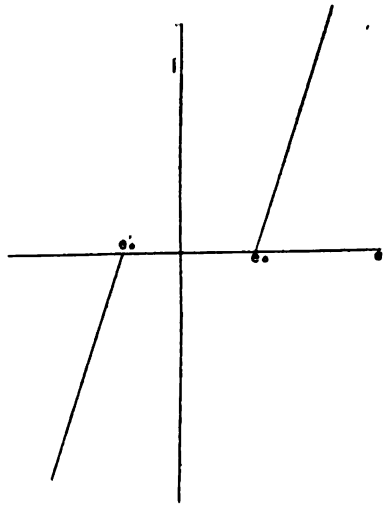


FIG. 10.

dans la phase où les forces électromotrices s'ajoutent, et

$$u_0 \sin \omega\theta' - E = e'_0$$

dans la phase opposée, θ et θ' étant comptés à partir de l'origine de chaque phase. La force électromotrice alternative étant supposée sinusoïdale, le courant cessera de passer pour un temps θ_1 tel que

$$\theta_1 = \frac{T}{2} - \theta,$$

T étant la durée de la période complète.

Les quantités d'électricité qui traversent le galvanomètre dans chaque phase sont :

$$Q_+ = \frac{1}{R}\int_0^{\theta_1} (u_0 \sin \omega t + E - e_0)\, dt,$$

$$Q_- = \frac{1}{R}\int_0^{\theta_1} (u_0 \sin \omega t - E - e'_0)\, dt;$$

le galvanomètre à courant continu ne peut enregistrer que les différences de ces deux quantités :

$$I = \frac{Q_+ - Q_-}{T}$$

$$= \frac{1}{R}\left\{\left(E + \frac{e'_0 - e_0}{2}\right) - \frac{2}{T}[\theta(E - e_0) + \theta'(E - e'_0)] + \frac{2u_0}{\omega}(\cos \omega\theta - \cos \omega\theta')\right\}.$$

Cette relation nous montre, ce que nous savions déjà par l'expérience, que, si u_0 est très grand vis-à-vis de E, e_0 et e'_0, les temps θ et θ' s'annulent et, par conséquent, I devient :

$$I = \frac{E}{R} + \frac{e' - e_0}{2R},$$

c'est-à-dire tend vers une limite.

Au contraire, lorsque u_0 est très petit et si E est du même ordre de grandeur que e_0 et e'_0, le courant est toujours nul dans la phase négative, θ est très petit et positif si $E < e_0$, très petit et négatif si $E > e_0$, et l'intensité I devient :

$$I = \frac{u_0}{\pi R} + \frac{E - e_0}{2R}.$$

Dans ces conditions, si $E < e_0$, l'intensité sera nulle jusqu'à ce que

$$-u_0 = \pi\,\frac{E - e_0}{2},$$

et, si $E > e_0$, pour $u_0 = o$, le galvanomètre indiquera un courant

$$I_0 = \frac{E - e_0}{R}.$$

On ne constatera pas de variation de ce courant avant que l'on ait encore

$$u_0 = \pi \frac{E - e_0}{2}.$$

Graphiquement, ces résultats pourront être représentés par la *fig.* 11.

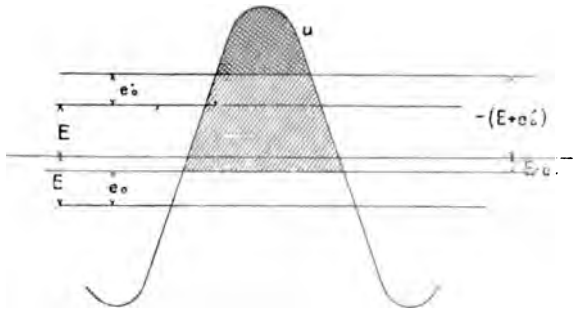


Fig. 11.

Pour la phase positive, le courant passe pendant tout le temps qui correspond à la partie hachurée de la courbe; pour la phase négative, pendant le temps correspondant à la partie doublement hachurée, et la quantité enregistrée par le galvanomètre à chaque période est représentée par l'aire de la région où les hachures sont simples.

Cette démonstration nous conduit à conclure que la sensibilité maximum sera atteinte quand nous aurons $E = e_0$; l'expérience montre qu'en réalité il faut dépasser e_0, et ceci tient évidemment à l'incertitude de définition de e_0, à la courbure de la fonction $I = f(e)$ au voisinage de l'axe de x. C'est évidemment pour la même raison que les résultats obtenus sont si incertains quand on supprime la force électromotrice E.

Les essais faits avec le pont de Wheatstone, dont nous parlerons plus bas, confirment ce que nous venons de dire de l'intérêt qu'il y a à faire $E > e_0$. Lorsque, dans un pont de Wheatstone, on dérègle l'équilibre d'une petite quantité ΔR, on crée, entre les sommets op-

posés du losange schématique, une différence de potentiel sensiblement proportionnelle au déréglage $\frac{\Delta R}{R}$. La *fig.* 12 indique les ré-

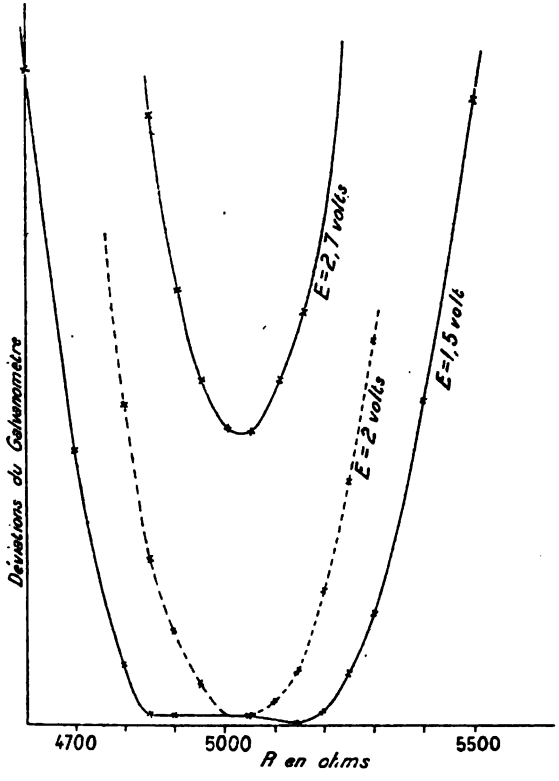


Fig. 12.

sultats obtenus dans la mesure d'une résistance de 5.000 ohms environ, avec des bras de proportion égaux et ayant 1.000 ohms chacun. Au sommet du pont était appliquée une différence de potentiel de 110 volts, 42 périodes par seconde. Le détecteur était symétrique, formé de deux électrodes en fil de platine de $0^{mm},1$; il était en série avec un galvanomètre sensible et une pile. Les déviations du galvanomètre sont portées en abscisses et les résistances en ordonnées. On voit qu'avec une pile de $1^{volt},5$, la déviation ne change pas sensiblement tant que la résistance R du rhéostat varie entre 4.850 ohms et 5.200 ohms. Quand la force électromotrice E est por-

tée à 2 volts, la courbe devient plus aiguë, le minimum se précise, et enfin, avec $2^{\text{volts}},7$, le galvanomètre accuse toujours un courant, mais la courbe fait un coude plus aigu. La précision de la mesure a donc augmenté avec E, puisque la même variation d'intensité dans le galvanomètre correspond à une plus petite variation de R.

Pratiquement, dès que la force électromotrice E est telle que le galvanomètre employé dévie franchement avant que l'on fasse agir le courant alternatif, il n'y a aucun avantage à augmenter cette valeur.

Le détecteur électrolytique fournit donc un moyen très commode pour déceler de très petites différences de potentiel alternatives, et MM. Ferrié et Carpentier ont pensé à l'appliquer dans toutes les *méthodes de réduction à zéro* où l'emploi des courants alternatifs ou périodiques est imposé : résistances polarisables, petites self-inductions, petites capacités, etc.

IV. La boîte pour la mesure de la résistance des électrolytes, représentée par la *fig.* 13, est une première application des principes ci-dessus.

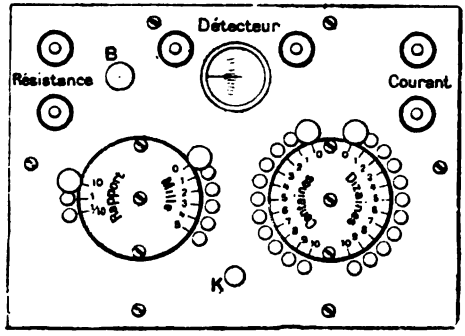


Fig. 13.

La boîte est à contacts glissants, elle est montée suivant le schéma du pont de Wheatstone. Un des bras de proportion est formé par une résistance de 1.000 ohms et l'autre par trois résistances de 100, 1.000 et 10.000 ohms, que l'on peut mettre en circuit à l'aide de la manette gauche de l'appareil. La simple manœuvre de cette manette permet ainsi d'obtenir les rapports $\frac{1}{10}$, 1 et 10. Étant donnée l'application particulière de cette boîte, il n'est pas utile de donner à la troisième branche du pont des résistances très faibles ni très élevées ; c'est

pourquoi celles-ci ont été réduites à 10 bobines de 10 ohms, 10 de 100 et 5 de 1.000 ohms. Ainsi constituée, cette boîte permet donc de mesurer des résistances comprises entre $\frac{1}{10}$ de 10 ohms ou 1 ohm et 10 fois 5.000 ohms ou 50.000.

Le galvanomètre est contenu dans la boîte : c'est un galvanomètre à cadre mobile, monté sur pivots, semblable, comme construction, aux ampèremètres et voltmètres industriels, mais plus sensible, puisqu'un degré de déviation correspond seulement à 10 microampères. Ce galvanomètre permet d'apprécier des variations d'intensité de 2 à 3 microampères. Un bouton de réglage permet de faire varier le zéro du galvanomètre.

Le détecteur et la pile auxiliaire sont réunis dans une petite boîte séparée, munie de deux bornes destinées à être reliées aux bornes « détecteur » de la boîte de résistance. Le détecteur lui-même est semblable à ceux que le capitaine Ferrié emploie pour la télégraphie sans fil, mais les électrodes sont en fil plus gros, afin d'éviter qu'un courant un peu trop intense vienne à les brûler. En effet, lorsqu'on applique à ces instruments un voltage un peu élevé, ils agissent comme des interrupteurs Wehnelt, et l'anode peut fondre. La pile auxiliaire est formée par deux petits éléments secs.

Cette boîte peut être employée comme un pont ordinaire, en reliant les bornes « courant » à une pile et en mettant les bornes « détecteur » en court-circuit.

Pour la mesure des électrolytes, il faut employer un courant alternatif fourni par une bobine d'induction ou pris sur un réseau d'éclairage. L'emploi des courants alternatifs industriels est très recommandable, car ils possèdent une régularité et une symétrie que l'on ne peut pas espérer obtenir avec une bobine d'induction.

La fermeture du courant sur le pont se fait à l'aide d'une clef à deux contacts successifs manœuvrée par le petit bouton d'ivoire placé entre les deux cadrans. En appuyant légèrement sur ce bouton, on ferme le circuit sur une résistance de 10.000 ohms placée en série avec le pont de Wheatstone et, lorsqu'on est arrivé à connaître l'ordre de grandeur de la résistance à mesurer, on appuie plus fortement, la résistance de 10.000 ohms est mise en court-circuit et l'on obtient plus de sensibilité.

La manœuvre est exactement la même qu'avec les boîtes ordinaires, sauf cette différence que l'on observe un minimum de dévia-

tion et non un zéro. Lorsqu'on est arrivé à ce minimum, on cherche les valeurs des résistances pour lesquelles la déviation augmente nettement et la moyenne donne la valeur vraie. En *encadrant* ainsi le minimum, on obtient des résultats concordants à moins de 1 0/0 près dans toute l'étendue des mesures.

Avec cet appareil, comme avec la méthode de Kohlrausch, la certitude d'avoir atteint la valeur d'équilibre réelle repose sur la perception d'une petite variation de minimum; mais, tandis que, dans le pont de Kohlrausch, cette perception *auditive* est rendue difficile par la présence des harmoniques du courant principal, qui font que la hauteur du son change lorsqu'on passe d'une valeur trop faible à une valeur trop forte, on obtient, par l'emploi des détecteurs, une observation *visuelle* qui permet de se rendre compte plus aisément de la grandeur des déviations.

Recherches sur la direction d'aimantation des roches volcaniques;

Par M. Bernard Brunhes (1).

I. *Introduction. Historique.* — Nous avons, depuis 1901, poursuivi, M. David et moi, une série de recherches systématiques sur la direction d'aimantation des roches volcaniques en place.

Le fait même de l'aimantation de ces roches est connu depuis longtemps. L'intensité de cette aimantation et son degré de stabilité ont donné lieu à plusieurs travaux, notamment de Giuseppe Folgheraiter en Italie (2), de Abt (3) et de Pockels (4) en Allemagne. Abt a reconnu

---

(1) Conférence faite le samedi 21 avril 1906.

(2) Giuseppe Folgheraiter, *Origine del magnetismo nelle roccie vulcaniche del Lazio* (*Atti della Reale Accademia dei Lincei*, vol. III, 2e semestre 1894, série 5a, p. 53); — *Distribuzione del magnetismo nelle roccie vulcaniche del Lazio* (même volume, p. 117); — *Orientazione ed intensità del magnetismo permanente nelle roccie vulcaniche del Lazio* (même volume, p. 165); — *L'induzione terrestre ed il magnetismo delle roccie vulcaniche* (*Atti della R. Accad. dei Lincei*, vol. IV, 1er sem. 1895, p. 203); — *L'azione chimica nella magnetizzazione delle roccie vulcaniche* (vol. IV, 2e semestre 1895, p. 78).

(3) Abt, *Ueber das magnetische Verhalten des Moraviczaer Magnetits* (*Wied. Ann.*, t. XLV, p. 80). — Cf. aussi t. LII, p. 749.

(4) Pockels, *Ueber das magnetischen Verhalten einiger basaltischen Gesteine* (*Wied. Ann.*, t. LXIII, p. 195).

que la magnétite de Moravie a un magnétisme permanent considérable. Folgheraiter a établi une distinction entre les *pépérines*, ou roches formées de poussières agglomérées, et les basaltes ou andésites, provenant de véritables coulées de lave. Dans ces derniers cas, des baguettes taillées dans la roche et examinées au laboratoire n'ont perdu, au bout de quelques mois ou d'un an, qu'une très petite fraction $\left(\text{au plus } \frac{1}{20} \text{ ou } \frac{1}{15}\right)$ de leur aimantation primitive. Dans le cas des *pépérines*, l'aimantation rémanente est au contraire très faible par rapport à l'aimantation induite par le champ terrestre actuel. Folgheraiter, cherchant la raison chimique de ces différences, croit avoir démontré que la transformation du sesquioxyde de fer en magnétite, dans les sels de fer que contiennent les roches, rend l'aimantation plus stable. Ce sont ces remarques qui l'ont conduit à l'étude systématique de l'aimantation rémanente de la brique ; il a montré que l'argile ferrugineuse conserve, après la cuisson, la direction de l'aimantation du champ magnétique dans lequel on l'a cuite (1). On connaît les beaux travaux par lesquels il en a conclu à la variation de l'inclinaison magnétique depuis le VIIe siècle avant notre ère jusqu'à nos jours. Il a étudié des vases d'argile cuite, allant depuis la période de la céramique étrusque jusqu'à celle de l'industrie pompéienne, et a déduit de leur forme et de la distribution de l'aimantation à leur surface l'angle que devait faire avec la verticale la direction du champ terrestre à l'époque de leur cuisson.

Il a été ainsi amené à penser que les vases les plus anciens ont été fabriqués à une époque où l'inclinaison, dans l'Italie centrale, était en sens inverse de ce qu'elle est aujourd'hui, où le pôle Nord de l'aiguille aimantée se dirigeait vers le haut (2). C'est ce résultat surprenant qui n'a pas été admis en général par les physiciens qui s'occupent de magnétisme terrestre et qu'a contesté le physicien suédois Carlheim-Gyllenskjöld en particulier (3).

---

(1) Divers auteurs avaient bien remarqué que la brique peut être aimantée, légèrement d'ailleurs, mais d'une façon très stable ; Boyle, notamment, l'a indiqué au XVIIe siècle; mais Folgheraiter est le premier qui ait cuit de l'argile dans un champ magnétique donné, et vérifié que la direction du champ est celle de l'aimantation que conserve l'argile cuite.

(2) G. Folgheraiter, *J. de Phys.*, [3], VIII, 660. — On trouvera, à cet article du *Journal de Physique*, la bibliographie des communications aux *Lincei* de Folgheraiter sur *les propriétés de la brique* et sur *l'inclinaison magnétique dans l'antiquité*.

(3) *Terrestrial Magnetism*, t. II, p. 117.

Certaines singularités du magnétisme terrestre dans les régions volcaniques ont donné lieu également à un certain nombre de travaux en Allemagne et en Italie. Filippo Keller, parcourant la Campagne romaine, y a reconnu un certain nombre de points isolés, « punti distinti », où l'aiguille aimantée devient folle et change brusquement de direction entre deux points très voisins. Ces points ont été étudiés par G. Folgheraiter (1); il les a attribués, pour la plupart des cas, à l'action de la foudre, qui, tombant sur une roche magnétique, a déterminé au voisinage du point de chute un champ magnétique intense créant une aimantation permanente. Tœpler a étudié, en Allemagne, un grand nombre de ces points, et s'est préoccupé du sens de distribution du champ circulaire autour des points de chute; si ce sens est connu, on en déduit immédiatement le sens dans lequel le courant a passé (2); on a reconnu ainsi que, dans la grande majorité des cas, le courant électrique a passé de bas en haut, c'est-à-dire que de l'électricité négative a dû tomber du nuage sur le sol. Tœpler a même cherché à évaluer, par l'étude de l'aimantation des roches au voisinage des points frappés de la foudre, l'intensité du courant aimantant, et est arrivé à des valeurs de l'ordre de 10.000 ampères. Pockels a fondé sur ce principe un petit appareil ingénieux à installer sur un paratonnerre pour mesurer le courant de la foudre.

Un certain nombre d'observations de *points isolés* dans la chaîne des Puys ont confirmé pour nous les conclusions de Tœpler sur le sens dans lequel l'électricité est tombée. Mais des observations ultérieures dans le Cantal et le Velay nous ont amené à penser, avec Folgheraiter, que, si certains des « points distincts » s'expliquent très bien par des chutes de foudre, il y en a d'autres pour lesquels cette explication ne paraît pas du tout suffisante (3).

Nous aurons à revenir sur cette importante question, que je signa-

(1) G. Folgheraiter, *I punti distinti delle roccie magnetiche et le fulminazione* (*Frammenti concernenti la geofisica dei pressi di Roma*, n° 5).

(2) Max Tœpler, *Ueber die Richtung der elektrischen Strömung in Blitzen* (*Meteorologische Zeitschrift*; année 1901, p. 481).

(3) Nous avons observé en un point sur le sommet du puy Mary un pôle Nord isolé qui, à l'intérieur d'un cercle de 40 centimètres de rayon ayant ce pôle pour centre, attire le pôle Sud de la boussole et repousse le pôle Nord, au point de donner à l'aiguille une direction absolument dirigée vers le centre. Dans tout cet espace, les lignes d'aimantation *sont rigoureusement rectilignes et divergentes d'un centre*. A un pôle Nord aussi bien défini correspond évidemment un pôle Sud équivalent en quantité, mais répandu à la surface ou diffus dans la profondeur de la roche. Mais on ne voit pas comment un pareil pôle aurait pu être produit par un courant électrique. Et cet exemple n'est pas unique.

lerai seulement ici pour montrer avec quelle prudence il faudra tirer des conclusions de quelques mesures isolées. Ces singularités sont une complication souvent très gênante dans l'étude de la direction normale ou vraie d'aimantation de la roche ; mais elles ne sont point la cause générale de l'aimantation rémanente de la roche.

Melloni a le premier, selon Folgheraiter, émis l'idée que les laves du Vésuve, en se refroidissant, ont dû prendre et garder la direction d'aimantation du champ terrestre dans lequel elles se solidifient, mais il n'a pas fait de mesures quantitatives [1]. Folgheraiter est porté à admettre cette hypothèse de Melloni, au moins pour les laves, et d'une façon générale pour les roches provenant de coulées solidifiées ; mais il pense qu'en général il faut attribuer un effet plus ou moins intense à l'action lente et prolongée de l'induction terrestre sur les roches déjà solidifiées et refroidies. Cette dernière action serait même prépondérante dans le cas des tufs et des roches formées de poussières agglomérées.

Pour avoir une idée de cette action, Folgheraiter s'est borné à chercher, non pas l'orientation réelle de l'aimantation dans une couche, mais seulement le *sens de la composante verticale de cette aimantation*. Il a opéré par deux procédés qui se contrôlent : il a taillé des échantillons de roches en forme de baguettes allongées verticales et a constaté que, dans tous les cas étudiés, le pôle Sud était en haut et le pôle Nord en bas. Il a examiné un certain nombre de bancs horizontaux de lave solidifiée sur plusieurs mètres d'épaisseur, coupés par des tranchées de route, et a cherché, en se plaçant loin de tout *point distinct*, ce qu'indiquait la boussole sur le sens de l'aimantation de la base supérieure et de la base inférieure ; la base inférieure a toujours présenté une aimantation Nord, sans aucune exception ; la base supérieure, une aimantation Sud avec une seule exception.

Mais, pas plus que personne jusqu'ici, il n'avait fait de mesure d'orientation de l'aimantation dans une coulée volcanique, et n'avait cherché jusqu'à quel point cette direction peut être constante et définie.

---

(1) Folgheraiter, *Atti della R. Accad. dei Lincei*, sér. 5, vol. III, p. 204 (2e semestre 1894).

II. *La brique naturelle.* — C'est ce problème que nous avons abordé. Nous avons commencé par étudier la direction d'aimantation dans un type de roches assez rare et dont les propriétés magnétiques n'avaient jamais été signalées : il s'agit de la *brique naturelle*, de l'argile métamorphisée et cuite sur place par des coulées de lave qui l'ont recouverte (1).

Nous avons examiné plusieurs de ces gisements d'argiles métamorphiques, d'abord près du village de Beaumont, où l'argile est sous la lave du volcan de Montjoli, et près du village de Boisséjour, où l'argile a été cuite par la lave du volcan de Gravenoire (2) ; puis à Royat, où se trouve une carrière étendue de brique naturelle reposant sur une coulée de lave antérieure et cuite par une coulée qui vient du petit puy de Dôme ; enfin, en différents points du département du Cantal, et notamment à Pontfarein (commune de Cezens), où une carrière de brique naturelle, mise au jour par une tranchée de route, suit la route sur plus de 100 mètres de long, au-dessous d'une couche de basalte des plateaux miocène (3).

La brique présente un intérêt exceptionnel, car, des nombreuses expériences de Folgheraiter sur les poteries et de ses observations sur des fragments de vases antiques, il résulte que l'aimantation rémanente de l'argile cuite présente une stabilité absolue. Si l'on a, dans les bancs d'argile naturelle, une direction d'aimantation bien définie et qui diffère de la direction du champ terrestre actuel, on est donc fondé à admettre que la direction d'aimantation est bien celle du champ terrestre à l'époque où la coulée volcanique a transformé en brique l'argile.

Or nous avons reconnu que, dans des bancs voisins, situés sous la même coulée, mais de couleur et d'allure différentes, parce que la composition de l'argile, et notamment sa teneur en fer, est différente, il arrive que l'intensité de l'aimantation rémanente varie dans de larges proportions (de 1 à 5 et plus), tandis que la *direction* reste le même, et cette direction, définie, est, en général, différente de la direction actuelle du champ terrestre.

(1) Brunhes et David, *Sur la direction d'aimantation dans des couches d'argile transformées en brique par des coulées de lave* (*C. R.*, t. CXXXIII, p. 155, 15 juillet 1901).

(2) Cette argile métamorphique nous fut signalée au cours d'une promenade par M. le professeur Glangeaud, qui a fait une monographie géologique détaillée du volcan de Gravenoire.

(3) Cette carrière nous a été indiquée par M. Vinay, ingénieur des Ponts et Chaussées à Saint-Flour.

Pour étudier cette direction, nous détachons du banc, et de la roche en général, des *échantillons cubiques orientés sur place.*

On commence par dresser, au niveau, une face horizontale supérieure. Sur cette face horizontale on place une petite boussole de déclinaison, et l'on trace sur la roche une flèche parallèle à la direction actuelle de l'aiguille de déclinaison, la pointe de la flèche étant dirigée vers le Nord magnétique. On découpera dans la face horizontale un carré, dont les côtés sont respectivement parallèles et perpendiculaires à la direction de cette flèche. Avant de détacher l'échantillon de la roche, on dresse une des faces verticales, par exemple la face Nord ou la face Sud, suivant la disposition de la carrière. On détache ensuite un bloc plus gros que l'échantillon à conserver, et on en achève la taille à l'atelier ou au laboratoire en s'astreignant absolument à ne retoucher, dans aucun cas, la face horizontale supérieure où est tracée la flèche.

Parfois il n'est pas commode de tailler des faces verticales exactement perpendiculaires et parallèles au méridien magnétique actuel. On peut, soit tailler quatre faces verticales orientées NW.-SW., SE.-NE., soit encore tailler quatre faces verticales satisfaisant simplement à la condition de découper un carré sur la face horizontale supérieure, la flèche ayant par rapport aux côtés de ce carré une orientation quelconque.

La détermination des trois composantes du moment magnétique suivant les trois arêtes rectangulaires du cube donne l'orientation du vecteur qui représente son aimantation par rapport à la verticale et au méridien magnétique actuel, c'est-à-dire l'inclinaison et la déclinaison de la roche en place.

La mesure des trois composantes du moment magnétique se fait en portant les échantillons cubiques (qui ont, suivant les cas, de 5 à 10 centimètres d'arête, généralement 8 à 9 centimètres) à côté d'un déclinomètre Mascart, dans la première position de Gauss, et observant la déviation par la méthode subjective. On place l'échantillon dans une position AB, puis à la même place dans la position BA, en échangeant les faces A et B. Cela donne la composante du moment magnétique suivant AB (*fig.* 1).

Pour chaque face de cube tournée vers le déclinomètre, il y a quatre positions possibles du cube : on lui donnera en général ces quatre positions successives, qui doivent donner la même déviation si le cube est disposé d'une façon bien symétrique par rapport au barreau

du déclinomètre (le centre du cube sur une horizontale perpendiculaire au barreau en équilibre et passant par le centre du barreau) et s'il est formé d'une matière homogène, uniformément aimantée. Si un échantillon bien centré donne, entre les quatre lectures faites pour une même face tournée vers le barreau, des écarts trop grands, il est inutilisable. Si les écarts sont faibles, on prend une moyenne des quatre lectures.

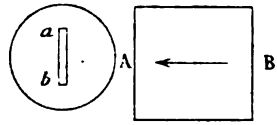


Fig. 1.

La force démagnétisante est négligeable dans toutes ces mesures, et on en a une contre-épreuve dans ce fait que des échantillons voisins, taillés l'un N.-S., l'autre avec faces verticales à 45°, c'est-à-dire NE.-SW. et NW.-SE., donnent exactement la même direction de déclinaison dans la roche.

La méthode de fixation de l'orientation de la roche est sujette à une objection assez grave. La boussole de déclinaison peut être affectée par la roche elle-même et ne pas donner des directions parallèles en deux points, pourtant voisins, du même banc, au cas où l'intensité de l'aimantation de la roche serait très variable, ou bien où l'on serait inégalement éloigné d'un pôle. Ce procédé est appliqué toutefois à cause de sa rapidité et de sa commodité, et parce que, quand on prend les précautions nécessaires, il est suffisant, étant donné l'approximation à attendre de ces mesures. Toutefois il est à noter qu'en général les déclinaisons dans un même banc présentent entre elles des écarts plus notables que les inclinaisons, et, de plus, que, dans le cas où les échantillons ont été taillés par nous-mêmes ou tout au moins sous nos yeux, les écarts entre les orientations obtenues sont notablement moindres que lorsqu'il est arrivé de recevoir des échantillons taillés, d'ailleurs, suivant notre méthode et par des collaborateurs qui nous avaient vus opérer, mais qui ne se mettaient pas au même degré à l'abri des erreurs possibles.

Nous avons pu prendre plusieurs échantillons à quatre principales carrières de brique.

A. Carrière de la route de Boisséjour (coulée de Gravenoire).

Premier échantillon (13 mai 1901) :

Déclinaison = déclinaison actuelle + 42° W.,
Inclinaison = inclinaison » 56° ;

Deuxième échantillon :

$$\delta = \Delta + 36° \text{ W.},$$
$$I = 57° 30' ;$$

Troisième échantillon (n° 8, Soc. Phys., 1902) :

$$\delta = \Delta + 46° \text{ W.},$$
$$I = 63°.$$

B. Carrières de la route de Beaumont (coulée du volcan de Montjoli).

Il y a ici plusieurs carrières d'argile métamorphique sous la même coulée, notamment une carrière notée n° 5 et une n° 7 dans notre carnet d'observations.

Carrière n° 5. — Échantillon n° 2 (B. 9 de notre collection actuelle) :

$$\delta = \Delta + 7° 30' \text{ Est},$$
$$I = 57° 40' ;$$

Carrière n° 7. — Échantillon n° 1 :

$$\delta = \Delta + 9° 30' \text{ Est},$$
$$I = 58° 30' ;$$

Échantillon n° 3 :

$$\delta = \Delta + 2° 10' \text{ Est},$$
$$I = 58° 15' ;$$

Échantillon n° 4 :

$$\delta = \Delta + 8° 35' \text{ Est},$$
$$I = 58° 30' ;$$

Échantillon n° 5 :

$$\delta = \Delta + 6° 30' \text{ Est},$$
$$I = 56° 30'.$$

Tous ces échantillons ont été taillés par M. David lui-même. A part peut-être l'échantillon 3 pour la déclinaison, ils montrent une concordance excellente.

Les carrières n° 5 et n° 7 sont distantes de 30 mètres, et surtout

elles ne sont pas formées de la même argile. Les échantillons de la carrière n° 7 sont beaucoup plus aimantés.

Nous allons donner pour deux échantillons, le numéro 2 et le numéro 5 par exemple, les valeurs des nombres lus directement au déclinomètre.

Échantillon (2), carrière n° 5 (cube de 9 centimètres d'arête):

$$HB = -5,9$$

(composante verticale du moment magnétique, dirigée vers le haut),

$$NS = +3,7,$$
$$EW = +0,5.$$

Nous comptons la composante verticale du moment magnétique HB positivement vers le haut, la composante horizontale N.-S. positivement vers le Nord, et la composante E.-W. positivement vers l'Est.

L'unité est la petite division de l'échelle divisée lue dans la lunette. Le dixième de petite division ne s'apprécie pas exactement : chacun de ces nombres résulte de la moyenne *de 4 lectures*.

On en tire :

$$\operatorname{tang}(\delta - \Delta) = \frac{EW}{NS} = 7^\circ 30' \text{ (à 1/2 degré près)}$$

et

$$\cos I = \frac{NS}{\cos\delta \,.\, HB} = 57^\circ 40'.$$

Voici maintenant les lectures dans l'échantillon (5), carrière (7) (échantillon de même dimension, mis à la même place) :

$$HB = -22,7,$$
$$NS = +14,9,$$
$$EW = +1,75,$$
$$\operatorname{tang}(\delta - \Delta) = \frac{EW}{NS} = 6^\circ 30',$$
$$\cos I = 56^\circ 30'.$$

Un tel accord est, hâtons-nous de le déclarer, tout à fait fortuit. En effet, nous avons, pour l'échantillon n° 2, une composante E.-W. égale à 0,5. Ce nombre 0,5 est obtenu par une différence de lectures, différence du nombre de divisions lu dans la lunette lorsque c'est la face E. et lorsque c'est la face W. du cube qui sont en regard du décli-

nomètre. C'est la différence de deux nombres sur chacun desquels il n'est pas inadmissible de commettre une erreur de 0,25, ou 1/2 de petite division. En réalité, nous pouvons penser que l'aimantation E.-W. du numéro 2 est comprise entre 0 et + 1. Mais cet écart entre 0 et + 1 pour la composante E.-W. donnerait un écart pour la déclinaison entre 0° et 15°.

Il en sera de même toutes les fois qu'on aura des roches très peu aimantées. L'aimantation de cet échantillon a été trouvée d'environ 0,00045 C. G. S. Il faudra donc se garder de tirer des conséquences imprudentes de l'examen de deux ou trois cubes, et surtout de vouloir déduire, à quelques degrés près, la direction d'aimantation dans une roche de l'examen de quelques échantillons. Et, par contre, il ne faudra pas conclure de différences un peu grandes présentées entre les échantillons d'une carrière donnée à la non-existence d'une direction définie, bien que difficile à déterminer avec certitude, pour l'aimantation de la roche.

Ici nous avons rapproché précisément les échantillons n° 2 (carrière 5) et n° 5 (carrière 7) de la route de Beaumont. Le second présente une aimantation sensiblement quadruple de celle du premier. Et cependant la direction d'aimantation est remarquablement identique dans les deux.

Nous avons repris récemment, en 1906, l'examen de l'échantillon n° 2, et nous avons vérifié les résultats obtenus en 1901. Dans cet intervalle de temps, l'échantillon a été placé au laboratoire et a occupé des positions quelconques. Il n'a donc pas changé depuis cinq ans.

Les échantillons précédents sont tous taillés exactement N.-S. et E.-W., sauf l'échantillon n° 3 qui est taillé NE.-SW. et NW.-SE.

C. Carrière de Royat. Coulée du petit puy de Dôme. — Premier échantillon taillé en 1901 :

$$\delta = \Delta + 56^\circ 30' \text{ W.},$$
$$I = 73^\circ.$$

Échantillons taillés en 1903 (David) :

N° 1 :

$$\delta = \Delta + 52^\circ,$$
$$I = 70^\circ 30';$$

N° 2 :

$$\delta = \Delta + 54^\circ,$$
$$I = 73^\circ :$$

N° 3 :

$$\delta = \Delta + 44^\circ 40',$$
$$I = 72^\circ.$$

Échantillons taillés en 1905 : n° 1 (R. B. 1) :

$$\delta = \Delta + 57^\circ,$$
$$I = 73^\circ ;$$

N° 2 (R. B. 2) :

$$\delta = \Delta + 44^\circ,$$
$$I = 71^\circ ;$$

N° 3 (R. B. 3) :

$$\delta = \Delta + 58^\circ 30',$$
$$I = 79^\circ.$$

Échantillons de 1906 :

N° 1 (R′ 1) :

$$\delta = \Delta + 45^\circ,$$
$$I = 76^\circ ;$$

N° 2 (R′ 2) :

$$\delta = \Delta + 35^\circ 30',$$
$$I = 73^\circ 30'.$$

On trouve ici des écarts très notables, surtout entre les diverses valeurs de la déclinaison. Les échantillons de 1905 et 1906 n'ont pas été taillés par nous-mêmes, et, en outre, il faut observer que l'aimantation est en général très faible, et la grandeur des composantes horizontales mal déterminée.

Si nous trouvons que, malgré tout, dans ces échantillons qui sont d'aspect, de couleur et de gisement différents (quoique toujours sous la même coulée), comme c'est le cas pour Royat, existe une composante horizontale dirigée vers l'Ouest magnétique, du même ordre de grandeur que la composante dirigée vers le Nord magnétique ; si, dans des briques de la carrière taillées à 45° du méridien, nous trouvons que la composante NE.-SW. est, pratiquement, nulle, la composante horizontale perpendiculaire étant notable, nous serons en droit de conclure que la déclinaison occidentale révélée par la brique est supérieure d'environ 45° à la déclinaison actuelle, sans toutefois que nous soyons scandalisés s'il arrive de trouver, pour cet angle, des valeurs variant de 40° à 60°.

D. Carrière de Pontfarein, commune de Cezens (Cantal). — Il s'agit ici d'une carrière d'argile grasse, qui est restée assez molle à la cuisson, et qui est extrêmement friable ; les échantillons ont dû être conservés dans des boîtes cubiques en bois.

Cette carrière a été mise à jour par la construction d'un chemin vicinal : elle s'étend sur 100 mètres de long, sous une couche de 4 à 5 mètres d'épaisseur de basalte miocène, dit des *plateaux*, à 1.050 mètres d'altitude moyenne.

Le premier échantillon (orienté N.-S.), examiné, a donné les résultats suivants :

$$HB = +7{,}0,$$
$$NS = -2{,}0,$$
$$EW = -0{,}2;$$

d'où l'on conclut :

$$\delta = \Delta + 174^\circ \text{ W.},$$
$$I = -74^\circ.$$

Deuxième échantillon :

$$HB = +3{,}5,$$
$$NS = -0{,}5,$$
$$EW = -0{,}5;$$

ce qui donnerait :

$$\delta = \Delta + 135^\circ \text{ W.},$$
$$I = -78^\circ.$$

Troisième échantillon (morceau γ) :

$$HB = +5{,}5,$$
$$NS = -1{,}5,$$
$$EW = -1{,}5,$$
$$\delta = \Delta + 135^\circ \text{ W.},$$
$$I = -69^\circ.$$

Les mêmes remarques que nous avons faites pour la brique de Royat s'appliquent ici, et la détermination exacte de la déclinaison notamment est très difficile, vu la faiblesse de l'aimantation horizontale. Plusieurs autres échantillons donnent des résultats compris entre ces valeurs extrêmes.

Mais ce qui ressort de ces nombres, c'est d'abord que le pôle Nord est, dans ces échantillons, tourné vers le Sud ; c'est surtout que ce pôle Nord est ici en haut au lieu d'être en bas. L'inclinaison est négative.

Donc, si la direction d'aimantation de l'argile métamorphisée nous donne la direction du champ terrestre à l'époque de la coulée, nous savons qu'en un moment de l'époque miocène, aux environs de Saint-Flour, le pôle Nord était dirigé vers le haut ; c'est le pôle Sud de la terre qui était le plus voisin de la France centrale.

Cette conclusion me semble s'imposer. En effet il n'est pas possible d'admettre un retournement sens dessus dessous de cette longue couche horizontale d'argile métamorphique, sans quoi la lave qui l'a cuite serait trouvée au-dessous et non au-dessus (1). Cette lave, comme nous allons voir, a la même direction d'aimantation que l'argile qu'elle recouvre.

De nombreux échantillons, échelonnés sur une longueur de 100 mètres, donnent constamment ce même résultat, ce qui exclut absolument l'hypothèse d'un pôle purement local. Si certaines roches ont une force coercitive assez faible — ce qui ne paraît nullement être le cas de la brique — pour que, comme l'indique Folgheraiter, l'action prolongée du champ terrestre leur ait communiqué à froid une certaine aimantation qui ait pu altérer l'aimantation primitive, cette action de la terre depuis plusieurs siècles n'aurait pu agir que pour transformer des roches ayant leur pôle Nord en haut en roches ayant leur pôle Nord en bas, et nullement pour opérer la transformation inverse. Il nous semble donc que la conséquence que nous en avons tirée sur l'inclinaison négative dans la France centrale, à un moment de l'époque miocène, a désormais en sa faveur un argument très solide, quelque paradoxale qu'elle ait paru aux physiciens occupés de magnétisme terrestre, habitués à regarder l'équateur magnétique comme une ligne sinueuse qui ne s'est jamais écartée en aucun point de plus d'une vingtaine de degrés de l'équateur géographique.

M. Carlheim-Gyllenskjöld notamment, qui a entre les mains un échantillon de notre brique de Pontfarein, s'est rallié à notre manière de voir.

Ajoutons que, lors de nos premières recherches en 1901, il nous est arrivé de rencontrer, sur la route de Boisséjour, une toute petite carrière d'argile métamorphique, paraissant cuite par une coulée distincte de celle qui a donné la carrière n° 1, et dont nous n'avions pu extraire que deux échantillons, l'argile étant extrêmement friable et très peu étendue. Aussi notre cahier d'observations n'indique les nombres relevés qu'à titre de renseignement, avec la mention « pas de contrôle possible ». Or ces deux échantillons, d'ailleurs assez peu concordants entre eux, présentent le pôle Nord en haut.

III. *Identité des directions d'aimantation dans la brique naturelle et*

(1) Les premiers échantillons ont été taillés sur place par moi-même.

dans la lave supérieure. — La comparaison de la direction d'aimantation dans des échantillons cubiques pris dans la couche de brique naturelle et dans la lave supérieure présente un intérêt particulier.

Pour la brique, nous avons lieu de penser que la direction d'aimantation représente celle du champ magnétique terrestre au lieu et à l'époque de la cuisson.

Si la direction d'aimantation est la même dans la couche de basalte qui a cuit l'argile, ce sera une vérification expérimentale précieuse de l'hypothèse suivant laquelle c'est en se refroidissant et se solidifiant que la lave s'est aimantée, pour ne plus se modifier une fois refroidie.

Nous avons particulièrement examiné la carrière de Royat, et prélevé des échantillons cubiques, de composition et de texture variées, dans la coulée de basalte qui a cuit l'argile; cette coulée a été un véritable fleuve charriant des scories, des cendres, ayant constitué des roches diverses, qui ont donné des résultats assez concordants.

Voici les résultats de l'examen de quatre échantillons de lave pris en divers endroits de la coulée par M. David en 1903 [1] :

N° 1 :

$$\delta = 52^\circ 30' + \Delta,$$
$$I = 69^\circ;$$

N° 2 :

$$\delta = 40^\circ 20' + \Delta,$$
$$I = 68^\circ;$$

N° 3 :

$$\delta = 50^\circ,$$
$$I = 68^\circ 30';$$

N° 4 :

$$\delta = 42^\circ 20',$$
$$I = 68^\circ 50'.$$

Voici des échantillons récemment taillés en 1904 et examinés de même :

R'_2 :

$$\delta = \Delta + 45^\circ 30',$$
$$I = 77^\circ 30';$$

R'_3 :

$$\delta = \Delta + 34^\circ 30' \text{ W.},$$
$$I = 71^\circ;$$

R'_4 :

$$\delta = \Delta + 49^\circ \text{ W.},$$
$$I = 72^\circ.$$

---

[1] *C. R.*, t. CXXXVII, p. 975 ; 7 décembre 1903.

La déclinaison est supérieure à la déclinaison actuelle de 40° à 50° (dans un cas, un peu moins). L'inclinaison est voisine de 70° (dans un cas, un peu plus).

L'argile avait, dans l'ensemble, la même direction d'aimantation. La lave est, en général, plus aimantée que l'argile.

Nous avons en tous les cas, ici, une contre-épreuve caractéristique. Dans une cave très voisine de la carrière de briques, on atteint la partie inférieure de la couche d'argile, et l'on reconnaît qu'elle repose elle-même sur une coulée de basalte. Cette coulée est évidemment antérieure à l'autre; entre les deux s'est écoulée la période nécessaire pour le dépôt de la couche d'argile. Or un échantillon cubique découpé dans ce basalte nous a donné une direction d'aimantation très différente des échantillons de la lave supérieure, une déclinaison de 1° à l'Ouest de la déclinaison actuelle et une inclinaison de 59° 40'. Il nous semble que ce seul fait suffirait pour affirmer que cette première coulée n'est pas contemporaine de l'autre, et que cette autre est contemporaine de la cuisson de l'argile.

A Pontfarein, nous n'avons pu avoir que deux échantillons cubiques de basalte; si l'on songe que cette coulée est dans un pays perdu, à 20 kilomètres de Saint-Flour, et que les burins se brisent contre ce basalte très dur, que les échantillons eux-mêmes éclatent sous l'outil, on ne sera pas surpris de ce maigre résultat. Les deux échantillons, examinés, ont présenté leur pôle Nord en haut. Voici les résultats fournis par l'un d'eux (1) :

$$HB = +19,$$
$$NS = -4,1,$$
$$EW = -2,0;$$

ce qui donne :

$$\delta = \Delta + 154° \text{ W.},$$
$$I = -76°.$$

Au degré de précision des mesures, nous avons là la même direction que dans les argiles cuites de Pontfarein (2).

(1) L'autre échantillon avait une aimantation verticale du même ordre que l'autre et une aimantation horizontale énorme, surtout dans la direction E.-W. (environ 20 fois l'aimantation verticale). Il s'agissait d'un bloc voisin d'*un point distinct*. Nous avons voulu étudier la distribution de l'aimantation à l'intérieur et nous avons tenté de le faire débiter, à la taillerie de Royat, en 27 petits cubes. Il s'est brisé en mille débris sous la scie.

(2) Cet échantillon a été pris en un point situé à 15 mètres environ de distance horizontale de l'échantillon d'argile n° 1 pris à Pontfarein, et à 3 mètres de distance verticale.

IV. *Applications. — Explication d'anomalies du champ terrestre actuel.* — Il est clair que l'on peut fonder sur l'étude de la direction d'aimantation des roches en place une méthode d'appréciation des concordances ou des discordances entre diverses couches géologiques. Mais il serait prématuré d'aller plus loin, et de parler, en l'état actuel de la question, de tentatives de chronologie géologique.

Quelques problèmes géologiques mieux définis paraissent susceptibles de trouver dans ces études magnétiques les éléments de leur solution.

C'est ainsi que la domite du puy de Dôme présente, en divers points de la montagne, les directions d'aimantation les plus variées, depuis des aimantations presque horizontales jusqu'à une aimantation presque verticale. Il est probable que le mécanisme de la formation de cette montagne est le même que M. Lacroix a vu et décrit dans son bel ouvrage sur la montagne Pelée ; une aiguille centrale, surgissant sous la poussée intérieure, s'élève progressivement, et se sépare en morceaux qui tombent à droite et à gauche chaque fois que la hauteur est devenue suffisante pour rendre la colonne instable.

La distinction entre l'aiguille centrale et les morceaux qui en sont de simples éclats paraît rendue possible par l'étude de la direction d'aimantation en divers points.

L'aimantation de la domite en place doit satisfaire à la condition d'expliquer, par le magnétisme de la masse de la montagne, la perturbation du champ terrestre qui a été précédemment étudiée par nous [1].

Considérons, dans une première approximation, la montagne comme formée d'un cône d'axe vertical terminé par une calotte sphérique tangente au cône suivant le parallèle de 45°. Une aimantation de la masse, dans une direction verticale de haut en bas, produira une perturbation du champ horizontal au voisinage du sommet, qui sera suffisamment représentée par un vecteur centripète atteignant son intensité maximum sur le parallèle de 45°. Or c'est bien la distribution à laquelle nos études antérieures nous ont conduits. Nous trouvons le maximum de déclinaison à l'Est, le minimum à l'Ouest, le maximum de composante horizontale au Nord, et le minimum au Sud, sensiblement sur le parallèle de raccordement de la calotte terminale et du cône à arêtes à 45°, et nos mesures fixant à $0^{\text{gauss}},015$ la

(1) *J. de Phys.*, 4e série, t. II, p. 202 ; 1903.

valeur maximum de la composante horizontale de ce vecteur perturbateur.

Or, si nous considérons un hémisphère reposant par son grand cercle sur un plan horizontal et aimanté dans le sens vertical, nous trouvons : 1° que le maximum du champ horizontal dû à l'aimantation est bien sur le parallèle de 45° ; 2° qu'il a pour intensité $2\pi Z$, Z étant l'intensité d'aimantation verticale. De plus — et c'est là une contre-épreuve intéressante — la composante verticale sur le sommet de l'hémisphère doit dépasser de $\frac{8}{3}\pi Z$ la valeur de la composante verticale en un point soustrait à l'influence de l'hémisphère aimanté.

Si $2\pi Z = 15$ milligauss, on en déduit $Z = 0{,}0024$ C. G. S. et $\frac{8}{3}\pi Z = 0{,}020$; c'est-à-dire que le champ vertical au sommet doit être d'environ $\frac{1}{20}$ supérieur au champ vertical terrestre dans nos régions, lequel est d'environ $0^{\text{gauss}},4$. Nous avons reconnu, en effet, dans une exploration préliminaire, que la composante verticale sur le sommet du puy de Dôme dépasse d'environ 5 0/0 la valeur de la composante verticale en bas.

Une aimantation générale de la montagne, de direction verticale (pôle Nord en bas) et d'intensité égale à 0,0024 C. G. S., expliquerait donc parfaitement, dans ses grandes lignes, l'anomalie que nous avons découverte et dont nous avons fait l'étude (1).

Or le résultat général de nos mesures d'aimantation sur des échantillons cubiques de domite du puy de Dôme est : 1° que l'intensité d'aimantation est d'environ 0,0027 C. G. S., et 2° que, dans les échantillons qui *paraissent* provenir de l'aiguille centrale, l'inclinaison est assez grande pour permettre de se borner, dans une première approximation, à l'effet de la composante verticale (2).

---

(1) Cette cause générale suffit très bien à expliquer l'ensemble de l'anomalie. Pour en expliquer les détails, il faudrait d'une part tenir compte du relief topographique exact, d'autre part faire appel à des causes secondaires. C'est ainsi que, le long de la voie nouvellement tracée pour le tramway, nous avons trouvé une anomalie restreinte, mais nettement délimitée, au N.-W. du puy de Dôme, au point de la route qui passe au-dessus du rebord du bourrelet qui limite l'un des anciens cratères du petit puy de Dôme. Il faudrait des légions de travailleurs pour mener à bonne fin l'étude magnétique de la région.

(2) Les travaux du tramway du puy de Dôme, qui se sont poursuivis cet été, ont provoqué, depuis lors, de grandes tranchées où l'on a prélevé de nouveaux échantillons qui paraissent bien appartenir à l'aiguille centrale. Le résultat

V. *Étude de M. David sur l'origine des dalles du temple de Mercure.* — En 1902, des fouilles archéologiques au sommet du puy de Dôme ayant mis au jour la découverte d'un mur romain en petit appareil, M. David reconnut que les moellons de basalte et de scories présentaient des aimantations de direction tout à fait variable de l'un à l'autre. Folgheraiter avait fait une constatation analogue pour des murs romains en briques. Donc, depuis deux mille ans, l'action terrestre, s'exerçant de la même façon sur les moellons voisins, n'a pas réussi à uniformiser leur aimantation.

Mais la forme irrégulière des moellons, la difficulté de les orienter en place, rendaient les mesures très peu précises.

M. David porta alors son attention sur un dallage horizontal, très bien conservé, du temple de Mercure, qui se trouve au sommet du puy de Dôme, et date des premiers siècles avant notre ère. Ces pierres sont en domite, mais non en domite du puy de Dôme, ainsi qu'on le verra. Elles forment de grands rectangles parfaitement homogènes de 1 mètre de large sur $1^m,50$ à $1^m,80$ de long (et $0^m,40$ de hauteur).

Il a reconnu (1) :

1° Que la direction d'aimantation en deux échantillons d'une même dalle est bien la même ;

2° Que les déclinaisons de plusieurs dalles en place, juxtaposées, sont très variables de l'une à l'autre ;

3° Que l'inclinaison est la même dans toutes les quatre, *au signe près.*

Voici ces mesures :

Dalle n° 1. — Premier échantillon :

Déclinaison.....	144° E.
Inclinaison	— 55°

Deuxième échantillon :

δ.....	143° E.
I.....	— 58°

général que j'ai indiqué dans ma conférence, sur l'explication de l'anomalie magnétique du sommet, est confirmé par les mesures préliminaires qu'on a pu faire. Mais, en ce qui concerne la direction d'aimantation de l'aiguille centrale, il reste des mesures de comparaison à faire avant de publier des résultats définitifs.

(1) *Comptes Rendus*, t. CXXXVIII, p. 41 (4 janvier 1904).

Dalle n° 2. — Premier échantillon :

δ..... 86° E.
I..... — 52°

Deuxième échantillon :

δ..... 85°
I..... — 54°

Dalle n° 3. — Premier échantillon :

δ..... 74° W.
I..... + 53°

Deuxième échantillon :

δ..... 71° W.
I..... + 53°

Dalle n° 4. — Premier échantillon :

δ..... 141° E.
I..... — 56° 30′

On voit que l'on a des résultats plus concordants (pour l'inclinaison) que pour la brique de Royat ou de Pontfarein. Cela tient : 1° à ce que l'intensité d'aimantation est beaucoup plus forte (20 fois plus grande que celle de nos échantillons de brique de Pontfarein); 2° à ce que l'observateur a pu tailler à loisir, sur place, des pierres qui se prêtent admirablement à la taille.

Les différences de déclinaison, et le fait que deux dalles voisines peuvent avoir conservé des inclinaisons opposées, prouvent que l'action terrestre n'a pu modifier les aimantations depuis deux mille ans au moins que les dalles sont en place.

Ces dalles ont dû être taillées dans des bancs parallèles, très probablement horizontaux. La taille de rectangles dans ces bancs a pu donner des pierres orientées, en déclinaison, d'une façon quelconque, l'inclinaison restant la même pour toutes; mais, à la pose, l'une d'elles a été retournée sens dessus dessous; de là l'explication du changement de signe de l'inclinaison.

Ce résultat acquis, M. David a voulu l'appliquer à la recherche de l'origine de ces énormes blocs.

Des cubes taillés dans la domite même du puy de Dôme donnent,

on l'a vu, des résultats discordants sur le sommet, parce qu'il s'agit de blocs détachés, d'éboulis qui se sont séparés de l'aiguille centrale. Des cubes taillés dans ce qui paraît être cette aiguille centrale ont des inclinaisons supérieures à 70°. Ajoutons que la domite du puy de Dôme n'a pas la composition de celle des dalles du temple.

Au nord du puy de Dôme, à 4 kilomètres environ, est une montagne domitique, le puy de Clierzou, où se trouvent des grottes qui ont été jadis des carrières. On a, dans deux grottes différentes du Clierzou, taillé des échantillons cubiques, qui ont donné les résultats suivants :

Carrière n° 1 :

$$\delta = \Delta + 6^\circ 30' \text{ E.},$$
$$I = 54^\circ 30' ;$$

Carrière n° 2 :

$$\delta = \Delta + 6^\circ 15' \text{ E.},$$
$$I = 55^\circ 30'.$$

On retrouve donc dans les carrières de cette montagne la même inclinaison que dans les dalles du temple.

Toutefois une difficulté subsiste. L'intensité d'aimantation dans la domite du Clierzou est un peu inférieure à celle de la domite du temple.

Voici quelle paraît être l'explication la plus naturelle. La teneur en mica ou en amphibole, dont les cristaux sont englobés dans la pâte de la roche, varie visiblement d'un point à l'autre de la montagne, ainsi que le prouve un simple examen à l'œil nu. Il est naturel qu'il en soit de même de la magnétite, et qu'on trouve dans la même montagne des échantillons plus ou moins riches en magnétite, par suite plus ou moins aimantés, tout en conservant la même direction d'aimantation, comme nous l'avons reconnu nous-mêmes pour les couches de brique de Beaumont ou de Royat.

Le résultat obtenu ne dispense donc pas de la recherche exacte de la carrière où se trouvent des pierres identiques à celles des dalles du temple. Mais l'identité de l'inclinaison magnétique conduit à penser que les dalles viennent de quelque carrière du Clierzou ou d'une montagne voisine, exactement contemporaine, — et cela dans un cas où la simple étude chimique ou minéralogique des roches aurait fait apparaître des différences.

La connaissance exacte de la carrière où ont été prises les dalles

du temple serait d'un grand intérêt archéologique, car elle pourrait permettre d'aborder avec des éléments nouveaux cet autre problème, encore sans solution : par quel chemin les Gallo-Romains accédaient-ils au sommet du puy de Dôme? Il serait curieux que l'on fût « mis sur la voie » par des études de magnétisme terrestre.

Discontinuité des chaleurs spécifiques à saturation et application aux chaleurs spécifiques de la loi des états correspondants ;

Par M. E.-H. Amagat [1].

1. Le réseau des variations des chaleurs spécifiques des fluides, que j'avais entrepris il y a quelques années pour l'acide carbonique et que je n'ai pu terminer faute de données expérimentales suffisantes, présente de grandes difficultés; l'une d'elles est le calcul de la variation brusque que subissent les chaleurs spécifiques lorsque, parcourant une même isotherme, on passe de l'état de liquide saturé à celui de vapeur saturée. Le calcul de ces variations $(C - C')$ et $(c - c')$ (la lettre primée se rapportant dans la suite à l'état de vapeur) exige, entre autres, la connaissance des coefficients de pression $\left(\frac{dp}{dt}\right)_v$ et des valeurs de $\left(\frac{dv}{dt}\right)_p$ aux points où l'isotherme vient rencontrer la courbe de saturation; le calcul de ces dérivés exigerait au voisinage de la courbe en question la détermination d'un très grand nombre de points très rapprochés ; cette étude délicate rentrait dans le programme que je m'étais tracé autrefois, et que la privation depuis de longues années de toute ressource expérimentale ne m'a pas permis d'accomplir; ce serait du reste se faire illusion que de chercher la solution de cette difficulté dans l'application de l'une quelconque des formes d'équation d'état données jusqu'ici, alors même qu'on en déterminerait spécialement les coefficients en vue de l'appliquer seulement au voisinage de la courbe de saturation.

2. J'ai donné [2] pour le calcul de $C - C'$ la formule suivante :

$$(1)\quad C - C' = AT\left[(u' - u)\frac{d^2p}{dt^2} + \frac{d(u - u')}{dt}\frac{dp}{dt} + \left(\frac{d(u - u')}{dt}\right)_p \frac{dp}{dt}\right];$$

---

[1] Séances des 18 mai et 15 juin 1906.

[2] *Bulletin des Séances de la Soc. de Phys.*, p. 173 : 1900 ; — et *J. de Phys.*, 3e série, t. IX, p. 417 ; 1900.

un calcul analogue pour $(c - c')$, mais en partant des relations

$$(2) \qquad m = c + l\frac{du}{dt}, \qquad m' = c' + l'\frac{du'}{dt},$$

conduit à :

$$(3) \quad c - c' = \mathrm{AT}\left[(u-u')\frac{d^2p}{dt^2} + \frac{d(u-u')}{dt}\frac{dp}{dt} - \left\{\frac{du}{dt}\left(\frac{dp}{dt}\right)_v - \frac{du'}{dt}\left(\frac{dp'}{dt}\right)_v\right\}\right].$$

D'autre part, on a adopté jusqu'ici la formule suivante :

$$(4) \qquad c - c' = \mathrm{AT}\,(u - u')\frac{d^2p}{dt^2},$$

à laquelle se réduirait la relation (3) si on avait :

$$(5) \qquad \left(\frac{dp}{dt}\right)_v = \frac{dp}{dt} = \left(\frac{dp'}{dt}\right)_v.$$

La relation (4) qu'on obtiendrait en intégrant directement la suivante :

$$(6) \qquad \frac{dc}{dv} = \mathrm{AT}\frac{d^2p}{dt^2},$$

si on avait le droit de ne pas tenir compte de la discontinuité du phénomène, peut être obtenue au moyen d'une relation établie par J. Bertrand dans son traité de *Thermodynamique* (p. 114), et qui peut facilement conduire à une regrettable confusion.

J. Bertrand applique la relation (6) au cas d'un mélange de liquide et de vapeur enfermé dans un espace clos de volume invariable ; désignant par K la chaleur spécifique de l'ensemble, il peut, remarquant que p est ici la tension maxima fonction de t seulement, faire l'intégration qui conduit à :

$$(7) \qquad \mathrm{K} = \mathrm{AT}\frac{d^2p}{dt^2}\,v + \mathrm{F}\,(\mathrm{T}),$$

et, comme la formule est valable pour toute valeur de v comprise entre u et u', il obtient en faisant v égal à u :

$$(8) \qquad c_1 = \mathrm{AT}\frac{d^2p}{dt^2}\,u + \mathrm{F}\,(\mathrm{T}),$$

c_1 étant, si on s'en tient au sens du texte, la chaleur spécifique du liquide à volume constant, puisqu'il n'y a plus de vapeur.

Or il est bien évident qu'on pourrait de même écrire en faisant $v = u'$:

$$c'_1 = AT \frac{d^2p}{dt^2} u' + F(T). \tag{9}$$

On voit de suite qu'en retranchant (9) de (8) on obtiendrait (aux indices près que j'ai ajoutés pour éviter toute confusion) précisément la relation (4). Dès lors, d'où provient le désaccord entre les relations (3) et (4)? Il faut, ou que les relations (5) soient satisfaites ou que c_1 et c'_1 soient différents de c et c'.

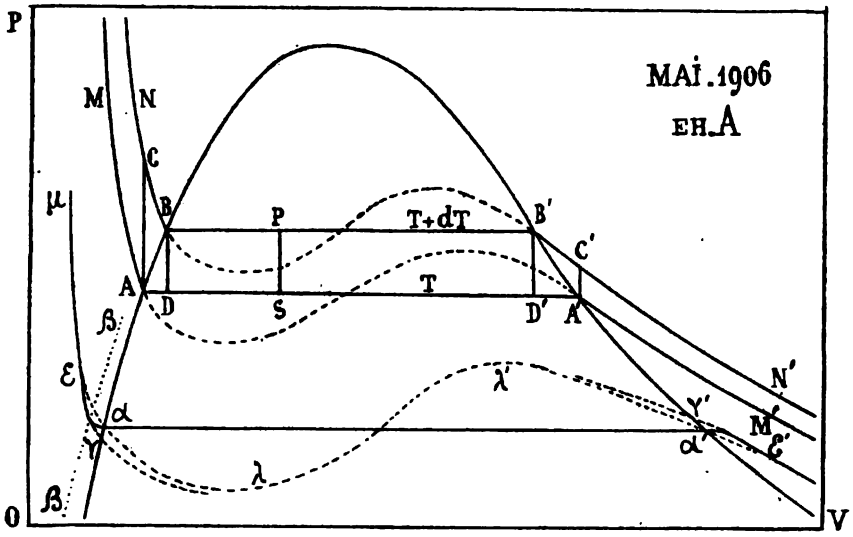


Fig. 1.

Or K, comme le fait remarquer J. Bertrand, n'est ni la chaleur spécifique du liquide ni celle de la vapeur ; il dépend des deux ; on doit même ajouter qu'il dépend aussi de la chaleur latente de vaporisation, car, en passant à volume égal d'un point S de l'isotherme T au point P de l'isotherme T + dT (Voir *fig.* 1), on fait varier la proportion du liquide et de la vapeur. Est-il permis de dire que la limite de K, quand on arrive par exemple en A (pour $v = u$) en suivant la partie rectiligne de l'isotherme intérieure à la courbe de saturation, soit la même que la limite vers laquelle tend c, quand on arrive également en A en suivant la partie MA de la même isotherme

extérieure à la courbe de saturation ; et ceci alors même qu'en arrivant en A, dans le premier cas, il n'y a plus ni vapeur ni changement d'état ?

3. Pour examiner de près la question, je supposerai d'abord que les isothermes aient bien la forme MAN que reproduit la *fig.* 1 conformément aux idées acceptées aujourd'hui par les physiciens.

Voyons d'abord si les égalités (5) peuvent exister ; la figure montre de suite qu'on a :

$$\left(\frac{dp}{dt}\right) = \lim \frac{CA}{\Delta T}, \qquad \frac{dp}{dt} = \lim \frac{SP}{\Delta T}, \qquad {}_v\left(\frac{dp'}{dt}\right)_v = \lim \frac{C'A'}{\Delta T}.$$

Il est facile de voir, d'après la forme des courbes, qu'on aura :

$$(10) \qquad \left(\frac{dp}{dt}\right)_v > \frac{dp}{dt} > \left(\frac{dp'}{dt}\right)_v ;$$

par suite, c et c' diffèrent de c_1 et c'_1.

Pour nous rendre compte de ce résultat, reprenons l'une des relations (2), la première, par exemple ; écrivons-la sous la forme :

$$(11) \quad mdt = cdt + l\frac{du}{dt}dt, \qquad \text{soit} \qquad mdt = cdt + AT\frac{dp}{dt}\frac{du}{dt}dt.$$

Comme m est la chaleur spécifique de vapeur saturée, mdt est la quantité de chaleur correspondant à la transformation élémentaire AB.

La relation (11) substitue à cette transformation les deux transformations AC et CD, négligeant des quantités de second ordre, dont l'aire BAC.

Les deux transformations ont lieu en dehors de la courbe de saturation, par suite $\left(\frac{dp}{dt}\right)$ est ici le coefficient de pression, et on doit écrire :

$$(12) \qquad mdt = cdt + AT\left(\frac{dp}{dt}\right)_v \frac{du}{dt}dt.$$

Mais on pourrait, négligeant de même des quantités de second ordre, aller de A en B, en effectuant les transformations BD et DA intérieures à la courbe de saturation ; il est facile de voir qu'on aurait alors :

$$(13) \qquad mdt = c_1dt + AT\frac{dp}{dt}\frac{du}{dt}dt,$$

c_1 étant défini absolument comme dans la formule de J. Bertrand.

Des relations (12) et (13) on tire :

$$(14) \qquad c_1 - c = \mathrm{AT}\,\frac{du}{dt}\left[\left(\frac{dp}{dt}\right)_v - \frac{dp}{dt}\right].$$

On aurait de même en A' :

$$(15) \qquad c'_1 - c' = \mathrm{AT}\,\frac{du'}{dt}\left[\left(\frac{dp'}{dt}\right)_v - \frac{dp}{dt}\right],$$

et par suite, d'après (10) :

$$c < c_1, \qquad c' < c'_1.$$

D'après ce qui précède, la relation (4) doit donc s'écrire :

$$(16) \qquad c_1 - c'_1 = \mathrm{AT}\,(u - u')\,\frac{d^2p}{dt^2}.$$

Si on y remplace c_1 et c'_1 par leurs valeurs tirées de (14) et (15), on retrouve précisément la relation (3). Par suite, on peut arriver directement à la relation (16) sans passer par la formule de J. Bertrand, en éliminant $(c - c')$ entre les relations (3), (14) et (15).

Ainsi donc : il y a lieu de distinguer en chaque point de la courbe de saturation deux chaleurs spécifiques à volume constant.

La relation (4) devient maintenant exacte, à la condition de l'appliquer aux secondes chaleurs spécifiques c_1, c'_1, qu'on n'avait pas distinguées des premières.

De même, si, au moyen des relations (2), on déduit la valeur des chaleurs spécifiques à volume constant de la connaissance des chaleurs spécifiques de liquide ou de vapeur saturés m, m', en remplaçant l par $\left(\frac{\mathrm{L}}{u - u'}\right)$, ainsi que l'a fait M. Mathias dans un mémoire important et bien connu, les chaleurs spécifiques ainsi obtenues sont celles de seconde espèce, car la substitution revient à remplacer l par $\mathrm{AT}\left(\frac{dp}{dt}\right)$ et non par $\mathrm{AT}\left(\frac{dp}{dt}\right)_v$.

4. Examinons maintenant de plus près la signification des secondes chaleurs spécifiques c_1 et c'_1. Sont-elles des chaleurs spécifiques proprement dites, ainsi que cela résulterait de l'application des relations (2) et (4) dont il vient d'être question ? S'il en était ainsi, nous aurions en A par exemple, de part et d'autre de la courbe de saturation, un liquide qui, dans des états évidemment identiques, aurait deux chaleurs spécifiques à volume constant et, par suite, des

propriétés physiques différentes, ce qu'il ne paraît pas possible d'admettre ; à la vérité cette difficulté disparaîtrait si, comme l'hypothèse en a déjà été faite en se plaçant à un tout autre point de vue, les parties MA, M'A' de l'isotherme se raccordaient en A et A' avec la partie rectiligne [1] ; dans ces conditions, en effet, les discontinuités $(c - c_1)$, $(c' - c'_1)$, provenant des points anguleux, disparaîtraient et les relations (3) et (4) deviendraient identiques ; mais il est facile de voir que c_1 et c'_1, qu'on pourra continuer à appeler chaleur spécifique de seconde espèce à volume constant, pour rappeler qu'elles sont les limites de quantités de chaleurs fournies à volume constant, ne sont point des chaleurs spécifiques proprement dites ou normales ; et, en effet, la quantité de chaleur fournie pour la transformation élémentaire SP peut s'écrire :

$$dq = (cdt + ldv)(1 - \pi) + (c'dt + l'dv)\,\pi \pm \mathrm{L}d\pi,$$

L étant la chaleur latente de vaporisation, π le poids de vapeur dans le mélange et $\mathrm{L}d\pi$ étant positif ou négatif suivant qu'il y a vaporisation ou condensation.

En D suivant DB, il y a condensation d'un poids de vapeurs cor-

---

(1) Cette question a déjà été soulevée au sujet de considérations toutes différentes. M. A. Perot en particulier, dans un excellent travail sur la densité de vapeur saturée, a montré que les résultats de Herwig relatifs à l'alcool à 57°,8 permettent la construction d'une courbe qui, sans que cela s'impose du reste, peut être raccordée avec la partie rectiligne.

S'il en était réellement ainsi, au lieu d'une discontinuité en A ou A', on aurait seulement une variation très rapide de c dans une région comprise entre la courbe de saturation et une courbe telle que $\beta\beta$ se rapprochant de plus en plus de la première et se raccordant probablement avec elle au point critique. D'après les calculs que j'ai faits et les diagrammes que j'ai construits avec les données dont je dispose, ces deux courbes seraient extrêmement voisines ; l'espace compris entre ces deux courbes serait pour ainsi dire une zone de changement d'état extrêmement resserrée, les points anguleux n'étant que plus ou moins émoussés ; il y aurait alors lieu de considérer encore deux séries de chaleurs spécifiques, celle de première espèce c, c' sur les courbes $\beta\beta$, et celle de seconde espèce c_1, c_1' sur la courbe de saturation proprement dite.

On pourrait du reste, ici encore, prolonger l'isotherme normale par des courbes de Thomson raccordées correspondant aux retards des changements d'état ; on conçoit même ce raccordement comme possible de plusieurs façons ; il peut être fait, par exemple, en ε ou en γ, comme l'indique la figure ; peut-être même pourrait-il exister sous ces deux formes, qui correspondraient aux deux sens dans lesquels le point figuratif des phénomènes peut parcourir l'isotherme. Dans le cas du raccordement en ε, le cycle complet formerait quatre boucles dont la somme des aires devrait être nulle conformément à la théorie.

On voit dans tous les cas, par ce qui précède, tout l'intérêt qu'il y aurait à entreprendre une étude particulière des isothermes dans le voisinage immédiat de la courbe de saturation.

respondant au segment AD, et on voit qu'à la limite, en A, on peut écrire, puisque π' devient nul :

$$\frac{dq}{dt} = c + \mathrm{AT}\left(\frac{dp}{dt}\right)_v \frac{du}{dt} - \mathrm{L}\frac{d\pi}{dt},$$

soit

$$c_1 = c + \mathrm{AT}\left(\frac{dp}{dt}\right)_v \frac{du}{dt} - \mathrm{AT}\frac{dp}{dt}\frac{du}{dt}.$$

Cette relation, qui redonne l'expression de la discontinuité et qui, jointe à son analogue relative au point A', permettrait d'établir la relation (3), met en évidence, par la manière dont elle a été obtenue, que le dernier terme de la valeur de c_1, qui ne s'annule point à la limite, correspond à une condensation de vapeur, et que le second terme, qui ne s'annule pas davantage, correspond à une dilatation à température constante ; il n'est donc pas permis de considérer c_1 comme une chaleur spécifique sous volume constant, suivant la définition normale ; au fond, cela revient à dire que la seule chaleur spécifique normale serait ici c, si la transformation à laquelle elle correspond par sa définition était possible ; mais il est facile de voir qu'à l'intérieur de la courbe de saturation cette transformation ne saurait être réalisée ; en effet : en A on ne peut passer de T à T + ΔT sous volume constant que suivant AC, c'est-à-dire extérieurement, et la transformation correspond à c ; si, au contraire, on refroidissait sous volume constant, il arriverait, comme en partant de B, qu'une certaine quantité de vapeur se formerait, la transformation correspondrait à c_1.

Il est facile de voir de même que : en A il ne peut y avoir qu'une chaleur spécifique sous pression constante C ; elle correspond à la transformation extérieure EB (*fig.* 2) ; il ne saurait y avoir de chaleur spécifique correspondante de seconde espèce, et il était facile de le prévoir à la seule inspection de la relation (1), car le coefficient de pression n'entrant pas dans cette relation, il ne pouvait y avoir de discontinuité comme avec la chaleur spécifique sous volume constant.

On peut résumer ce qui précède en disant qu'au point A il ne peut y avoir que quatre chaleurs spécifiques M, C, c et c_1, correspondant aux quatre chemins AB, AEB, ACB et ADB, par lesquels on peut aller du point A au point B ; il en est de même, bien entendu, au point A'.

5. Il peut être intéressant de voir comment les discontinuités $(c_1 - c)$, $(c'_1 - c)$ varient avec la température, notamment quand on s'approche du point critique. Il paraît tout d'abord naturel que ces dis-

continuités disparaissent graduellement avec les inégalités (10) provenant des points anguleux et, par suite, s'annulent au point critique (quoique, en arrivant en ce point, les dérivées du et du' devenant infinies en même temps que les parenthèses qu'elles multiplient s'annulent, on se trouve conduit à une indétermination); nous allons voir qu'il n'en est rien.

On peut d'abord se proposer de calculer numériquement ces discontinuités, on aura ainsi l'erreur commise en faisant usage de la relation (4) au lieu de la relation (3) (*loc. cit.*); toute difficulté est dans l'obtention des coefficients de pression; ceux-ci, déduits de courbes expérimentales tracées, pour les raisons que j'ai dites, avec un nombre insuffisant de points, supposent qu'il n'y a pas, en arrivant à la courbe de saturation, la variation brusque que j'ai supposée dans le cas où il y aurait raccordement; leurs valeurs sont donc par suite celles qu'il faudrait prendre, dans tous les cas, pour le calcul des discontinuités; quoique seulement approximatives, je crois les valeurs expérimentales de ces coefficients suffisantes pour montrer la loi de variation de ces discontinuités, les autres données étant du reste beaucoup mieux déterminées, puisque, pour l'acide carbonique, j'ai construit la courbe de saturation et celle des tensions maxima.

Le tableau suivant contient l'ensemble des données expérimentales et les valeurs correspondantes des discontinuités $(c_1 - c)$, $(c_1' - c)$:

TEMPÉRATURES	$\left(\frac{dp}{dt}\right)_v$ Liquide 1	$\frac{dp}{dt}$ 2	$\left(\frac{dp'}{dt}\right)_v$ Vapeur 3	$\left(\frac{dp}{dt}\right)_v - \frac{dp}{dt}$ Liquide 4	$\left(\frac{dp'}{dt}\right)_v - \frac{dp}{dt}$ Vapeur 5
0°	7,15	0,870	0,235	6,280	— 0,635
5°	6,56	0,985	0,285	5,575	— 0,700
10°	5,91	1,100	0,348	4,810	— 0,752
15°	5,12	1,215	0,422	3,905	— 0,793
20°	4,40	1,330	0,540	3,070	— 0,790
25°	3,70	1,445	0,735	2,255	— 0,710
30°	2,64	1,560	1,100	1,080	— 0,560

TEMPÉRATURES	$\frac{du}{dt}$ Liquide 6	$\frac{du'}{dt}$ Vapeur 7	$c_1 - c$ Liquide 8	$c_1' - c'$ Vapeur 9	DIFFÉRENCE 10
	0,0000	— 0,000			
0°	1135	716	0,24	1,52	1,18
5°	1468	567	0,28	1,36	1,08
10°	1985	481	0,33	1,26	0,93
15°	2695	439	0,37	1,23	0,86
20°	3710	423	0,41	1,20	0,79
25°	5760	423	0,48	1,13	0,65
30°	2,2300	655	0,91	1,36	0,45

On voit d'abord que, conformément aux formules, la chaleur spécifique normale est toujours plus petite que celle de seconde espèce. La discontinuité relative à l'état de vapeur diminue quand la température augmente; c'est le contraire pour l'état liquide, contrairement à ce que j'avais d'abord supposé; de telle sorte que si, partant de l'état gazeux à zéro, on suit la courbe de saturation, la discontinuité va toujours en diminuant, mais sans s'annuler en passant par le point critique.

A la vérité, le tableau ci-dessus contient des irrégularités évidentes; le dernier chiffre de la colonne 9 est évidemment trop fort, les chiffres de la colonne 5 paraissent former une série peu régulière, due peut-être à la présence du point d'inflexion de la courbe de saturation. Les déterminations à partir de 20° deviennent de plus en plus difficiles, et assez grossièrement approximatives à partir de 25°; malgré ces incertitudes, la loi de l'ensemble des variations ne paraît pas douteuse.

6. Pour le point critique en particulier, le fait de savoir si la discontinuité y conserve une valeur finie revient à résoudre l'indétermination relative à ce point. Voici la solution qui m'a été adressée

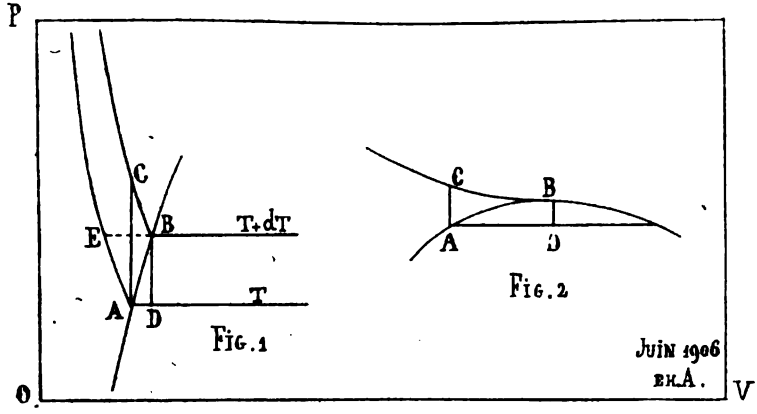


Fig. 2.

par M. Raveau immédiatement après la publication de ma première Note à l'Académie des Sciences :

« Si l'on considère le cycle BCAD de la *fig.* 2 ci-contre, l'application à ce cycle du principe de l'équivalence donne pour une tempé-

rature T (en posant AD $= dv$) :

$$\text{(A)} \qquad A\left[T\left(\frac{dp}{dt}\right)_v - T\frac{dp}{dt}\right]dv + (c - c_1)\,dt = 0.$$

Cette relation, dans laquelle chaque terme est du premier ordre comme dv et dt, exprime que l'aire BCAD est du second.

Lorsque le point B devient le point critique (*fig.* 2 de la *fig.* 2), l'isotherme étant tangente en B, si AD est toujours du premier ordre, dt sera du second et l'aire BCAD du troisième ; par suite, dans la relation (A), on ne peut plus, dans l'expression de la quantité de chaleur dégagée suivant BC, négliger les termes du second ordre, et cette quantité de chaleur doit s'écrire :

$$AT\frac{dp}{dt}\,dv - \frac{1}{2}\,AT\frac{d^2p}{dtdv}\,dv^2.$$

Comme du reste il n'y a pas lieu de modifier l'expression de la quantité de chaleur dégagée suivant AD, l'équation (A) devient :

$$-\frac{1}{2}\,AT\frac{dtdv}{d^2p}\,dv^2 + (c - c_1)\,dt = 0.$$

Ici dv^2 et dt sont du même ordre, $(c - c_1)$ est donc du même ordre que $\frac{d^2p}{dvdt}$, qui n'est pas nul au point critique. »

Ce résultat est du reste d'accord avec le fait de la réfraction des adiabatiques démontré par M. Raveau dans un très intéressant travail publié par lui en 1892 (¹).

7. Les différences inscrites à la dernière colonne du tableau sont les erreurs commises en employant la relation (4) au lieu de la relation (3) (*loc. cit.*). Il résulte du signe et de la valeur des discontinuités que $(c_1 - c'_1)$ est toujours numériquement plus grand que $(c - c')$.

Les nombres calculés par M. Mathias pour l'acide sulfureux au moyen des valeurs de m par lui déterminées, et qui, comme je l'ai fait remarquer, sont les valeurs de $(c_1 - c'_1)$, montrent que c'_1 est toujours plus grand que c_1 ; cela résulte du reste immédiatement de la relation (16) (*loc. cit.*) ; mais on ne saurait affirmer qu'il en est de même pour les chaleurs spécifiques normales, puisque $(c_1 - c)$ est plus petite que $(c'_1 - c')$, et, de fait, les calculs approximatifs que j'ai pu faire

(¹) *Séances de la Société française de Physique*, année 1892 ; — *J. de Phys.*, 3ᵉ série, t. I, p. 461 ; 1892.

montrent que, jusque vers 20° ou 25°, la chaleur spécifique normale à saturation est plus grande pour la vapeur que pour le liquide, comme pour les chaleurs spécifiques de seconde espèce; mais, au delà de cette température, les données expérimentales ne fournissent plus de résultats certains, et il peut se faire que le signe de $c - c'$ soit changé.

Les calculs que j'ai faits avec la relation (1) montrent que, ainsi qu'on pouvait s'y attendre, la chaleur spécifique sous pression constante à saturation est plus grande pour le liquide que pour la vapeur; la différence a été en croissant avec la température, c'est-à-dire en se rapprochant du point critique.

APPLICATION AUX CHALEURS SPÉCIFIQUES DE LA LOI DES ÉTATS CORRESPONDANTS.

8. Les règles que j'ai données, pour l'application immédiate aux divers coefficients de la thermodynamique de la loi des états correspondants, ne sont pas applicables aux chaleurs spécifiques ; il faudrait, pour cette application, que les chaleurs spécifiques puissent, comme les autres coefficients, être exprimées par une fonction homogène des variables, la même pour tous les fluides; mais on peut arriver, sans faire d'hypothèse sur la forme de cette fonction, à appliquer la loi, à la condition de partir des variations des chaleurs spécifiques dont on a les expressions et de grouper convenablement les corps [1].

J'ai montré que, pour des fluides suivant la loi des états correspondants, les différents coefficients de la thermodynamique (autres que les chaleurs spécifiques), si leurs dimensions sont $\frac{pv}{T}$, et si les formules sont rapportées aux poids moléculaires, ont même valeur en des points correspondants quelconques. Il est facile de voir que ces dimensions sont précisément celles des fonctions $(C - C')$, $(c - c')$, $(c_1 - c'_1)$ des discontinuités $(c - c_1)$ et $(c' - c'_1)$, et encore de la différence $(C - c)$ des deux chaleurs spécifiques ; par suite :

[1] Les autres coefficients de la thermodynamique ou de la physique ne contiennent point de facteur constant, ou contiennent seulement l'équivalent mécanique de la chaleur, qui disparait dans les rapports; il faudrait, pour appliquer les règles en question, supposer qu'il en est ainsi des fonctions inconnues qui représenteraient les chaleurs spécifiques.

Pour des fluides suivant la loi des états correspondants, chacune de ces fonctions prend la même valeur en des points correspondants, les formules étant rapportées aux poids moléculaires.

Considérons maintenant le cas des chaleurs spécifiques sous pression constante par exemple, C. On sait que la relation suivante:

$$C - C_0 = AT \int_{p_0}^{p} \frac{d^2v}{dt^2}\, dp = - AT \int_{p_0}^{p} \varphi(p)\, dp,$$

permet de calculer les variations de C avec la pression, la température restant constante; si on construit des isothermes en portant les pressions en abscisses et en ordonnées les valeurs de $AT \frac{d^2v}{dt^2}$, les valeurs de $(C - C_0)$ seront les aires comprises entre les ordonnées extrêmes, l'isotherme et l'axe des pressions; ces isothermes sont, au produit AT près, celles dont j'ai donné un réseau [1]. Considérons maintenant, en deux points correspondants $pvT, p'v'T'$ de deux fluides, les petites aires $AT \frac{d^2v}{dt^2} \Delta p$ et $AT' \frac{d^2v}{dt^2} \Delta p'$, dans lesquelles nous supposerons les accroissements Δp et $\Delta p'$ également correspondants; ces petites aires ont pour dimension $\frac{pv}{T}$, elles seront donc égales; par suite les variations finies $(C - C_0)$, $(C' - C'_0)$, prises entre des limites correspondantes p_0, p et p'_0, p', seront égales comme sommes d'un même nombre de petites aires égales deux à deux.

Supposons maintenant les deux fluides pris sous des pressions correspondantes extrêmement petites : à la limite, sous la pression nulle correspondant à l'ordonnée initiale, ces corps seront à l'état de gaz parfait; à toute température, les variations avec la pression seront nulles, ce qui revient à dire que les isothermes convergent vers l'origine du réseau ; il résulte de là que, pour des points correspondants, les variations des chaleurs spécifiques moléculaires depuis l'origine du réseau seront égales; autrement dit : *Pour deux fluides suivant la loi des états correspondants, en des points correspondants les excès des chaleurs spécifiques moléculaires sur les valeurs limites qu'ont celles-ci à l'état de gaz parfait sont égaux ;* et par suite : *si les fluides considérés ont même chaleur spécifique moléculaire à l'état de*

---

(1) *J. de Phys., loc. cit.*, 3e série, t. IX, p. 417; 1900; — et *Bulletin des Séances de la Société de Physique*, p. 173; 1900.

gaz parfait, en des points correspondants leurs chaleurs spécifiques moléculaires seront égales. Ce sera le cas, par exemple, de gaz simples biatomiques suivant la loi des états correspondants, et en général des fluides de même complexité moléculaire, les fluides d'un même groupe étant du reste ceux auxquels il est le plus probable que la loi des états correspondants puisse s'appliquer.

On remarquera que les isothermes en $\frac{d^2v}{dt^2}$ du réseau que j'ai construit (*loc. cit.*) ne paraissent pas converger vers l'origine, tout au moins sans changer d'allure ; mais il faut tenir compte de ce fait que, pour l'acide carbonique, mes tableaux numériques ne commencent que vers 30 atmosphères, les prolongements des isothermes en pv ont été tracés *en pointillé* jusqu'à l'ordonnée initiale d'après l'allure générale du réseau ; or, ce sont précisément ces prolongements qui ont servi à calculer la partie extrême des isothermes en $\frac{d^2v}{dt^2}$ qui ne paraît pas converger directement vers l'origine.

Si, comme cela a lieu dans la figure, ces dernières isothermes, tout compte tenu du facteur AT, se prolongeaient jusqu'à l'origine dans l'ordre des températures sans se couper, il en résulterait que, dès ces très basses pressions, la chaleur spécifique sous une pression donnée diminuerait quand la température augmente : or l'expérience directe n'a fourni nettement ce résultat qu'à partir d'une certaine pression, au-dessous de laquelle les expérimentateurs n'ont pas toujours été d'accord sur le sens de la variation en question ; pour cette raison, entre autres, il serait très désirable de voir étudier, notamment pour l'acide carbonique, la partie relative aux pressions inférieures des réseaux que je n'ai pu terminer.

Des considérations analogues à celles qui précèdent relativement à la loi des états correspondants pourraient être appliquées au cas de la chaleur spécifique sous volume constant et, par suite, au rapport γ des deux chaleurs spécifiques ; elles conduiraient au même résultat.

Sur la répartition du courant dans les accumulateurs. Etudes expérimentales;

Par M. U. Schoop [1].

Tandis que nos connaissances sur la répartition des lignes de force dans un champ magnétique et sur la distribution du courant dans les conducteurs métalliques de forme quelconque sont relativement assez étendues, nous ne savons presque rien sur la répartition du courant dans les électrolytes et sur sa distribution à la surface des électrodes.

On peut contrôler l'exactitude de cette dernière affirmation en jetant un coup d'œil sur la littérature se rapportant à ce sujet.

Je n'ai trouvé nulle part l'indication d'une méthode expérimentale quelconque applicable à l'étude de la répartition du courant dans les électrolytes. C'est ce qui m'a engagé à vous présenter celle que j'ai imaginée, et qui a du moins l'avantage d'être d'une application commode et de ne pas nécessiter un appareillage compliqué. Je l'ai employée jusqu'ici exclusivement à l'étude de la répartition du courant dans les accumulateurs, problème dont la solution peut être d'un grand secours pour perfectionner cet instrument si intéressant.

Si l'on place deux électrodes de forme quelconque dans un électrolyte et si l'on fait passer le courant, on constate, contrairement à ce que l'on pourrait croire *a priori*, que les lignes de courant ne prennent pas le chemin le plus court, c'est-à-dire la ligne droite, et qu'elles ne se trouvent pas exclusivement dans la portion d'électrolyte comprise entre les deux électrodes. *Partout où il y a de l'électrolyte, il y a des lignes de courant.*

La relation connue

$$r = \rho \frac{l}{s}$$

(dans laquelle r est la résistance, l la longueur, s la section et ρ la résistance spécifique du métal considéré) ne peut donc être applicable aux électrolytes que dans le cas seulement où le volume de liquide est limité par les électrodes, par exemple dans un cylindre

[1] Séance du 18 mai 1906.

dont les électrodes constitueraient les bases. Dans ce cas spécial, on peut considérer que l'électrolyte est traversé d'une façon tout à fait homogène par le courant. Pourquoi n'en est-il plus de même dans les autres cas, et pourquoi les lignes de courant, ne prenant pas le chemin le plus court, paraissent-elles déviées sous l'influence de la couche de liquide non comprise entre les électrodes? On peut expliquer le phénomène de la façon suivante : si nous assimilons les lignes de courant à des tubes conducteurs, la longueur de ceux-ci se trouve augmentée, mais leur section l'est dans la même proportion, en sorte que le nombre d'ions servant au transport du courant se trouve augmenté. Cette hypothèse se vérifie facilement par l'expérience, comme nous le verrons dans la suite.

Le problème que nous voulons résoudre au sujet de la répartition du courant dans les accumulateurs peut être divisé en deux propositions :

1° Quelle est la répartition du courant dans un électrolyte dont le volume n'est pas limité par les deux électrodes, en supposant que la chute de potentiel sur ces électrodes est nulle, c'est-à-dire que leur conductibilité est idéale?

2° Quelle est la répartition du courant sur la surface des électrodes, et dans quelle mesure peut-elle être influencée par la chute de potentiel à la surface des électrodes, la conductibilité hétérogène de l'électrolyte provenant de la différence de densité et de la dispersion des lignes de courant dans le liquide sous l'action de la portion d'électrolyte, portion que, à cause de son action, je propose d'appeler *shunt électrolytique*?

I

Je répondrai à la première proposition par l'expérience suivante, qui est très concluante : On met de l'eau acidulée dans une cuve rectangulaire très basse pour éviter les différences de densité ; deux lames sont disposées parallèlement et en regard l'une de l'autre, comme l'indique la figure (*fig.* 1), en laissant un vide d'un côté de la cuve. Ces plaques sont très légèrement formées en planté. Bien qu'elles soient déjà appuyées à la paroi sur leurs faces extérieures, il est bon de les couvrir d'un vernis isolant, afin d'éviter autant que possible toute perturbation provenant des faces externes. L'analyseur

est constitué par deux très petites plaquettes de plomb spongieux prises avantageusement dans une négative du type traction, disposées dans le même plan, à une petite distance l'une de l'autre. Elles sont reliées à un galvanomètre à l'aide de deux fils conducteurs qui passent dans un tube de verre rempli de paraffine. Les dimensions

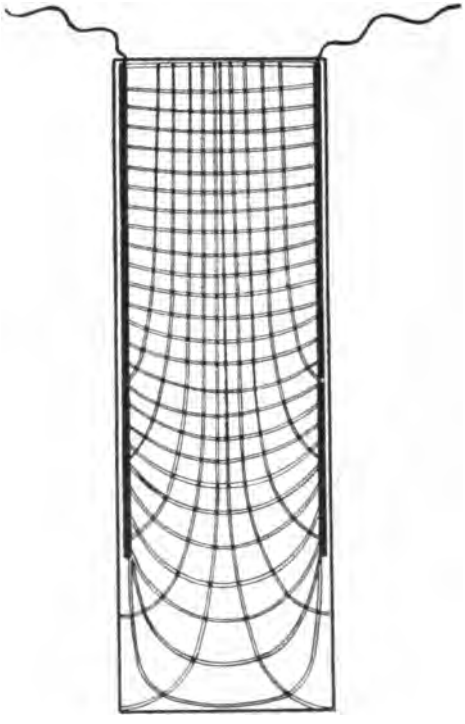


Fig. 1.

de cet appareil doivent être aussi réduites que possible, afin de ne pas apporter de perturbation dans la répartition du courant dans l'électrolyte. Si l'on introduit l'analyseur dans un endroit quelconque du liquide et qu'on le tourne jusqu'à ce que la déviation du galvanomètre soit nulle, le plan de l'appareil se trouve évidemment sur une ligne équipotentielle et, par suite, les lignes de courant lui sont perpendiculaires. Pour faire ces recherches avec quelque précision, un dispositif spécial permet de tourner l'analyseur, qui se trouve guidé dans toutes ses positions. A titre d'exemple, en déplaçant

l'appareil dans un même plan à égales distances des deux électrodes, la déviation est toujours nulle ; en répétant la même expérience en changeant seulement le rapport des distances aux électrodes, qui deviennent alors inégales, on constate que, plus on s'approche du shunt électrolytique, plus la déviation augmente, comme le montre la *fig.* 2.

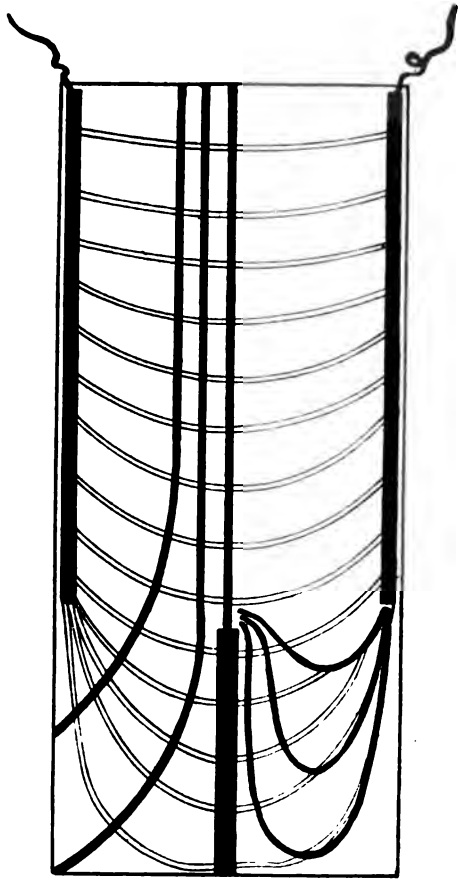


Fig. 2.

Si l'on veut éviter le dégagement gazeux qui se produit bientôt avec des plaques de plomb, on peut employer une positive et une négative normales d'accumulateur. Toutefois il ne faut pas perdre de vue qu'on n'aura plus dans ce cas la même garantie quant à la

répartition égale du courant sur la surface des électrodes, la conductibilité des matières actives étant parfois très inégale, surtout sur les négatives. L'image de la répartition du courant, en prenant comme électrodes deux plaquettes de plomb, est représentée par la *fig.* 1. Ainsi qu'il ressort de ce qui précède, cette image nous indique la répartition des lignes du courant au point de vue de leur direction, mais elle ne nous indique pas leur intensité. Comme on le voit, nous avons dans cette disposition une seule ligne droite, c'est-à-dire perpendiculaire aux électrodes, tandis que les autres prennent un chemin qui n'est pas *le plus court au point de vue géométrique, mais l'est certainement au point de vue électrique.* Quand on place une paroi isolante contre les électrodes, pour séparer le shunt électrolytique, on constate aussitôt que toutes les lignes de courant sont normales aux surfaces des électrodes.

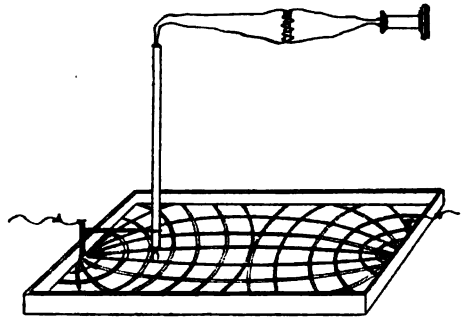


Fig. 3.

L'un des premiers essais que j'ai faits pour déterminer la répartition du courant dans l'électrolyte a été le suivant : Dans une cuvette photographique, on verse une couche de paraffine de 4 millimètres d'épaisseur environ, que l'on recouvre ensuite avec de l'eau acidulée. Deux fils de Pt recourbés et piqués dans la paraffine servent d'électrodes (*fig.* 3). Comme analyseur, j'ai employé deux fils de Pt disposés en forme de fourchette, reliés à un téléphone sensible par deux fils conducteurs passant dans un tube de verre. Au lieu de courant continu, il faut employer du courant alternatif, soit seul, soit superposé avec du courant continu. Pour chaque position de l'analyseur, si l'on enfonce l'appareil dans la paraffine au moment où il y a le minimum de bruit, on trace ainsi facilement les lignes équipotentielles

et, par suite, les lignes de courant. Si, dans un bac assez grand contenant un électrolyte dans lequel plongent deux électrodes en métal quelconque, on introduit deux doigts de la main, par exemple l'indicateur et le médium, on réalise ainsi un analyseur idéalement simple et en même temps d'une grande sensibilité. On peut de cette façon se rendre très bien compte si l'on se trouve dans le plan d'une ligne équipotentielle ou dans un plan perpendiculaire, à moins que la sensation ne soit trop désagréable et ne vous oblige à retirer vivement la main. C'est une expérience de ce genre, faite sans intention, qui m'a mis sur la voie de ces recherches, m'a persuadé de la possibilité d'étudier la répartition du courant dans les électrolytes et m'a engagé à entreprendre ce travail, qui m'a absorbé pendant de longs mois (1).

Tandis qu'en employant un appareil constitué par deux plaquettes de plomb spongieux on peut objecter que la répartition du courant est troublée et qu'il y a possibilité de polarisation, cette objection ne peut être faite avec le dispositif de la fourchette en platine, car rien n'empêche de choisir l'analyseur avec des dimensions tellement réduites que son action puisse être considérée comme nulle ; dans ce cas les phénomènes de polarisation sont aussi exclus.

Avec le téléphone, on peut démontrer facilement que, partout où il y a de l'électrolyte, il y a des lignes de courant (2). Par exemple, à l'intérieur d'un vase à précipiter cylindrique placé dans la cuve entre les deux électrodes, le téléphone marche dans toutes les positions. Il y a seulement, bien entendu, un minimum au fond du verre et un maximum en haut. L'appareil employé est figuré en perspective (*fig.* 4). Comme on peut s'en rendre compte, il peut être établi facilement avec l'outillage habituel d'un laboratoire modeste, et peut d'ailleurs être employé pour de nombreuses expériences dans le même ordre d'idées. Il est constitué par deux petites plaquettes en Pt, disposées comme l'indique la figure (on emploie des plaquettes au lieu de fils, pour augmenter la sensibilité), et reliées au téléphone par deux fils.

---

(1) J'ai d'ailleurs reproduit une expérience analogue en disposant dans les différentes parties de la cuve des têtards et de petits poissons ; là encore j'ai pu constater que ces animaux cherchent à se réfugier dans les endroits où il y a le moins de lignes de courant et qu'ils se placent d'eux-mêmes de façon à ce que leur corps ait à subir un minimum de différence de potentiel. Il est évident qu'il faut employer une faible tension, étant donnée la grande sensibilité des sujets.

(2) Le téléphone haut parleur qui m'a servi pour la démonstration a été mis gracieusement à ma disposition par la maison Berliner, de Paris.

Ceux-ci traversent un tube étroit en verre, sont recourbés d'équerre à leur sortie du tube, et passent dans deux cavaliers en verre, qui sont placés à cheval sur une tringle fixe. Les deux plaquettes de

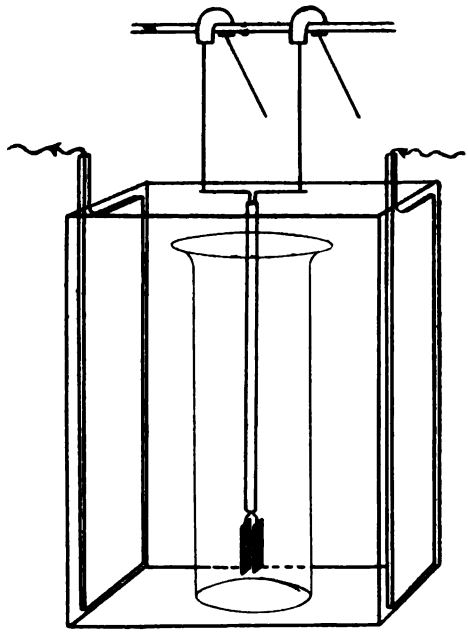


Fig. 4.

l'analyseur sont ainsi guidées dans un même plan vertical passant par la tringle fixe, et l'appareil peut être déplacé facilement dans ce plan.

II

La seconde question, aussi intéressante au point de vue pratique qu'au point de vue théorique, se pose maintenant. La densité du courant à la surface des électrodes est-elle influencée par le shunt électrolytique, et dans quelle mesure? Nous ferons abstraction pour le moment des influences provenant de la différence de densité de l'électrolyte et de la chute de potentiel à la surface de l'électrode. Le fait qu'il y a une relation entre le shunt et la répartition du courant sur les électrodes paraît ressortir d'un certain nombre de phénomènes

déjà observés et que je vais rappeler brièvement. Ainsi, dans l'électrolyse avec électrodes solubles, qu'il y ait ou non agitation mécanique, l'attaque n'est pas régulière ; elle est toujours plus prononcée en bas et, quand l'électrode est presque complètement dissoute, la partie supérieure est à peine attaquée ; le phénomène est d'ailleurs aussi net, si faible que soit la chute de potentiel et si intense que soit l'agitation mécanique. De même, je signalerai la perte de capacité d'électrodes d'accumulateurs en plomb spongieux après un certain nombre de décharges. Je me souviens d'un essai de capacité d'une négative stationnaire d'une première marque allemande (210 × 210 × 6 millimètres), qui avait fonctionné pendant trois ans et ne donnait plus que 50 0/0 de sa capacité.

En étudiant de près, je reconnus que le rétrécissement du plomb spongieux était beaucoup plus prononcé à la partie inférieure, et j'eus l'idée de découper des portions égales en haut et en bas de la plaque et de mesurer leurs capacités individuelles. Je pus constater que la plaque supérieure avait encore 85 0/0 de sa capacité, tandis que la plaque inférieure n'avait plus que 40 0/0, soit, en chiffres ronds, la moitié de la plaque supérieure. Il est fort probable qu'un rapport analogue pourrait être constaté pour des négatives de toute autre provenance. D'ailleurs, on démontre facilement le rétrécissement inégal du plomb spongieux en inversant une négative usagée. La teinte brune apparaît toujours en premier lieu à la partie inférieure ; pour cet essai, il faut s'arranger de telle manière que l'influence du shunt électrolytique soit éliminée.

On peut objecter que le travail inégal des électrodes provient de la conductibilité inégale de l'acide résultant de la différence de densité. Mais il ne faut pas perdre de vue que cette différence de concentration ne se fait que lentement, que son influence est d'ailleurs très petite, même pour les gros éléments, comme on peut s'en rendre compte en regardant la courbe de conductibilité de l'acide en fonction de sa concentration. De plus, pour les stationnaires, le dégagement gazeux à la charge, et, pour les types de traction, les trépidations, contribuent encore à neutraliser ces effets. Néanmoins nous réfuterons cette objection par l'essai suivant, dans lequel l'influence de la conductibilité est éliminée.

Dans un bac rectangulaire très allongé, on dispose une électrode en cuivre et une en nickel, les faces externes étant vernies et le tout plongeant dans une solution de SO^4Cu. Après avoir fait passer

5 ampères pendant vingt-quatre heures dans le sens Cu-Ni, de façon à obtenir un dépôt de cuivre sur le nickel, on enlève le vernis et on découpe soigneusement à la machine des bandes d'égale largeur (25 millimètres dans le sens vertical). On constate que le dépôt est plus abondant du côté du shunt électrolytique. J'ai pu constater ainsi une différence de 1gr,97 sur les bandes de cuivre, et, comme vérification, 1gr,67 sur les bandes de nickel. Il est bon, pour éliminer toute cause d'erreur provenant des rugosités des bords des électrodes, de découper au préalable des bandes minces de 3 millimètres. Il est évident que, si l'action du shunt électrolytique n'existait pas, c'est le contraire qui devrait avoir lieu, par suite de la chute de potentiel résultant de la place des entrées de courant (disposition connue, *fig.* 1).

Ce phénomène du travail inégal des électrodes d'accumulateurs ne paraît pas avoir appelé l'attention des praticiens. Du moins je n'ai trouvé sur ce sujet qu'un passage de l'ouvrage connu du Dr *Schoop* (*Die Secundär Elemente*, vol. II, p. 34) : « Il est étonnant que du côté des fabricants on ait si peu fait attention à la répartition du courant sur les plaques. Pour s'en rendre compte, on n'a qu'à observer les plaques d'un ancien élément de la Compagnie Pollak (Franckfurt) pendant la charge dans un bac de verre ; quand le dégagement gazeux commence, vers la fin de la charge, celui-ci a lieu seulement à la partie supérieure, et ce n'est que plus tard, quand ce dégagement devient plus intense, quand le potentiel sur les parties supérieures augmente, que les parties inférieures commencent à dégager du gaz. Les recherches d'accumulateurs anglais par le professeur Ayrton, à Londres, confirment cette constatation en démontrant que les parties inférieures des plaques possèdent une matière active plus dure que les parties supérieures, ce qui résulte de la plus grande quantité de SO^4Pb formé, etc. »

Tous ceux qui s'occupent de la formation Planté connaissent les difficultés qu'on éprouve pour obtenir des couches uniformes de peroxyde de plomb, difficultés d'autant plus grandes que les plaques sont plus grandes ; ils savent de plus combien ces plaques ont la tendance à se voiler. Il est vrai que ces phénomènes peuvent provenir d'autres causes encore, sur lesquelles je reviendrai. Mais il est certain en tous cas que, la plupart du temps, l'influence du shunt électrolytique se fait sentir comme l'un des facteurs les plus importants. Il est superflu de démontrer qu'une plaque travaillant davan-

tage dans les parties inférieures montre toujours la tendance à la déformation à cause des changements de volumes inégaux.

II

Comme on le sait, on détermine la capacité individuelle des plaques positives et négatives d'un accumulateur à l'aide des électrodes auxiliaires. On se sert avantageusement de petites plaquettes en plomb spongieux que l'on place dans le liquide au-dessus des électrodes. La déviation du galvanomètre provient d'un faible courant de décharge fourni par la plaquette et l'une des électrodes, et par conséquent l'électrode auxiliaire se décharge et se sulfate peu à peu. Que se passe-t-il si la même plaquette, sans être reliée au galvanomètre, est placée entre deux plaques, par conséquent directement dans le flux du courant ? Cette électrode montrera la tendance à se polariser positivement d'un côté et négativement de l'autre. Les produits de polarisation, qui sont opposés sur chaque face, provoquent des courants locaux ; en d'autres termes, le résultat final du travail électro-chimique qui a lieu est une sulfatation. Il va de soi que la décharge locale sera d'autant plus lente que la plaque sera plus mince, la différence de potentiel étant plus minime.

Pour vérifier si une électrode d'accumulateur travaille d'une façon homogène sur les deux faces, il sera donc suffisant de placer de chaque côté, à une distance rigoureusement égale, deux plaquettes en plomb spongieux identiques, et d'observer si le galvanomètre accuse une déviation. S'il y a déviation, c'est que la plaquette reliée au pôle positif du galvanomètre est traversée par un plus grand nombre de lignes de courant. Pour faire une expérience de ce genre, on monte l'appareil comme l'indique la *fig.* 5, et, pour éviter toute erreur due à une distance inégale, on applique les deux plaquettes directement sur les faces de l'électrode, en les isolant simplement par interposition d'une lame d'ébonite perforée. On peut ainsi constater que, dans les éléments de traction du type courant, les plaques ne travaillent pas d'une façon homogène. Dans ces éléments, il y a n positives et $n+1$ négatives, et les négatives extrêmes sont identiques aux autres, c'est-à-dire ont même épaisseur et même capacité. Comme ces négatives extrêmes ne travaillent pas seulement d'un côté, ainsi qu'on pourrait le supposer, il en résulte que le côté de la positive qui fait face à la dernière négative travaille davantage que l'autre côté. Pour

les accumulateurs stationnaires, quelques bonnes marques semblent avoir pris ce point en considération depuis assez longtemps, et mettent des négatives extrêmes plus minces. Mais peut-être est-ce simplement pour économiser le plomb. Je ne crois pas que l'on emploie dans les types transportables des négatives extrêmes de moindre capacité que les autres, et la raison en est que, les électrodes d'accumulateurs transportables étant aussi minces que possible, pour avoir une grande capacité spécifique il serait difficile de les réduire encore. Eventuellement, tout ce qu'on pourrait faire serait d'augmenter la

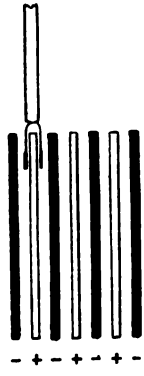


Fig. 5.

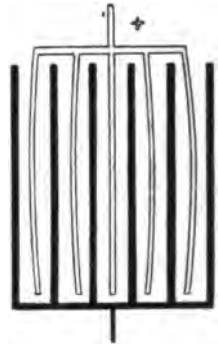


Fig. 6.

résistance des négatives extrêmes, par exemple en diminuant la section des queues (*fig.* 6). On constate assez fréquemment, dans la pratique, que les positives extrêmes ont une plus grande tendance à se voiler, la convexité étant tournée vers la dernière négative, et que, d'une façon générale, elles ont un aspect pathologique bien caractéristique. Il y a lieu de remarquer que, d'après la position du pôle au milieu de la barre de connexion dans un élément de traction, la chute de potentiel est maximum aux extrémités, et ce sont les plaques extrêmes qui devraient travailler le moins. Nous venons de voir que c'est le contraire qui a lieu. D'ailleurs, avec l'instrument que j'ai décrit, il est facile de prouver que le travail inégal des plaques se fait sentir sur tout le faisceau, mais en diminuant d'intensité vers le centre.

Comme on le sait, l'équilibre de densité de l'électrolyte, à l'intérieur des plaques, se fait à la fois par la diffusion et par les courants de concentration, qui sont d'ailleurs les plus efficaces, comme

l'ont démontré mathématiquement *Dolezalek* et expérimentalement *Schoop* (*Electro-chemical and Metallurgical Industry*, 1904).

Je voudrais attirer l'attention sur une autre sorte de courants locaux qui se produisent quand les plaques ne se chargent ou ne déchargent pas d'une façon homogène, ce qui est d'ailleurs le cas général. Les parties inférieures d'une plaque, qui sont généralement plus déchargées, contenant dans les pores de l'acide très dilué, seront chargées par les parties supérieures, contenant de l'acide plus concentré. Le phénomène a lieu jusqu'à ce qu'il y ait équilibre complet de concentration. Pour démontrer expérimentalement la présence de ces courants locaux, on emploie encore l'instrument avec les

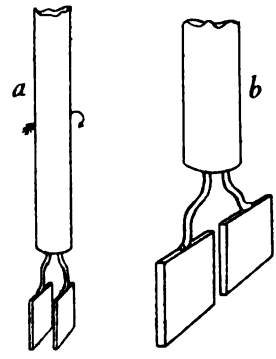


Fig. 7.

deux plaquettes en plomb spongieux (*fig.* 7*a*, *b*); mais les déviations du galvanomètre seront plus grandes si les deux plaquettes ne sont pas l'une derrière l'autre, mais l'une à côté de l'autre, à une distance de 8 millimètres environ. On mesure dans ce cas la perte de potentiel dans l'électrolyte sur la distance correspondant à l'écartement des deux plaquettes. En tournant l'analyseur autour de son axe vertical, lorsque la déviation du galvanomètre est nulle, on se trouve sur une ligne équipotentielle, à laquelle par conséquent les lignes de courant sont perpendiculaires.

La densité du courant est, bien entendu, maximum près de la surface des électrodes et elle décroît avec la distance. La *fig.* 8*c* est l'image de la répartition de ces courants locaux pour une électrode négative déchargée d'une façon inégale. Pour la recherche de ces courants, il est plus aisé de disposer l'électrode dans le sens longi-

tudinal; dans le cas contraire, c'est-à-dire en laissant la plaque dans son sens normal, il faudrait disposer autrement l'analyseur.

Fig. 8.

L'existence de ces courants parasites peut être mise en évidence d'une manière très sensible de la façon suivante : on fait oxyder légèrement la partie supérieure d'une négative en en sortant environ le tiers hors du liquide pendant deux ou trois minutes. Ces expériences simples donnent par conséquent un moyen certain d'analyser une électrode, de rechercher si la répartition du courant est ou non parfaite dans cette électrode. Je me suis servi de ce moyen pour démontrer que la *dispersion électrolytique* a toujours pour effet de rendre la répartition du courant non homogène. Par suite de la couche de liquide qui se trouve au-dessous des plaques dans les accumulateurs, les électrodes travaillent davantage à la partie inférieure, *et ce point est surtout à prendre en considération pendant la formation des plaques.*

Bien entendu, le shunt électrolytique n'est que l'un des différents facteurs qui peuvent influencer la répartition du courant dans les électrodes. Ainsi, il y a de plus l'influence de la construction du support, l'entrée du courant, la disposition des pôles, la conductibilité et la porosité de la matière active.

Cependant, les électrodes tendent toujours à travailler d'une manière uniforme. Les parties plus déchargées au début opposent dans la suite une plus grande résistance au passage du courant et ces deux actions se contre-balancent, en sorte que les lignes de courant semblent refoulées vers les parties moins déchargées. Le phénomène est identique, mais en sens inverse, à la charge, et toutes ces

actions tendent donc vers un équilibre. Il est par suite certain que la densité de courant à la surface des électrodes, considérée pour une portion donnée de l'électrolyte, n'est pas une constante, et qu'elle varie suivant l'état de charge ou de décharge. D'une façon générale, ces changements de densité sont plus prononcés à la charge qu'à la décharge.

Pour étudier et suivre de près les fluctuations du courant dans les accumulateurs, on se sert encore du petit instrument déjà décrit, qu'on place successivement dans les intervalles des plaques, à la partie supérieure, au milieu et à la partie inférieure, le tube étant gradué pour se placer toujours au même niveau. Dans les types de traction, les intervalles ne sont que de 3 ou 4 millimètres ; il est alors nécessaire de monter un élément spécial en disposant les plaques à une distance suffisante les unes des autres. Je tiens à insister sur le fait que la polarisation des plaquettes est très faible. Elle atteint à peine 1 ou 2 millivolts, ainsi qu'on peut s'en rendre compte soit en interrompant le courant une fois la lecture faite, soit en plongeant l'analyseur dans un bac d'acide placé à côté de l'élément.

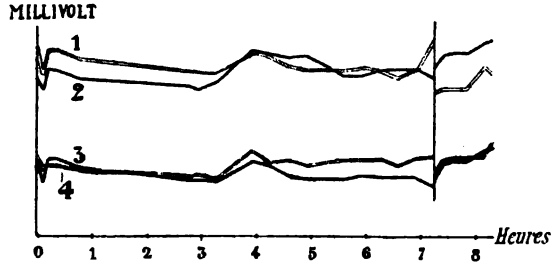


Fig. 9.

La *fig.* 9 se rapporte à un élément de traction comprenant 5 positives et 6 négatives normales de 300 × 100 × 3 millimètres, écartées de 14 millimètres les unes des autres et placées à 15 millimètres au-dessus du fond du bac. Comme il y a 10 intervalles de plaques, en plaçant l'analyseur aux 3 places indiquées, on a donc 10 × 3 mesures. Pour bien réussir cet essai, il faut opérer à deux, l'un s'occupant de l'analyseur, l'autre du voltmètre, et il faut, de plus, que les deux opérateurs aient l'habitude de travailler ensemble. Les quatre courbes nous montrent les changements de densité du courant qui ont lieu au cours d'une décharge en huit heures. Les

courbes 1 et 2 se rapportent aux premier et quatrième intervalles. pour l'analyseur placé à la partie supérieure; les courbes 3 et 4 se rapportent au premier intervalle, l'appareil étant placé successivement à la partie supérieure et à la partie inférieure. Comme on le voit, la répartition du courant subit des changements relativement prononcés, rappelant vaguement une sinusoïde. Après sept heures et quart, la décharge étant arrêtée pendant douze heures, les courbes changent d'allure, et le phénomène est très remarquable. Pour les deux premières courbes, il y a décalage inverse, les parties qui travaillaient le plus avant l'arrêt travaillant le moins après, et réciproquement; l'équilibre s'est établi par suite de la diffusion et des courants locaux, comme je l'ai dit précédemment. On voit, d'ailleurs, que ce sont les plaques du premier intervalle qui travaillent plus que les autres, du moins pendant les quatre premières heures de la décharge. De même, les deux autres courbes nous montrent le travail inégal des deux parties d'une même plaque. On constate là encore que les parties qui ont travaillé davantage changent de rôle après un certain temps (deux heures); ensuite c'est toujours la partie inférieure qui travaille davantage. A l'arrêt il y a équilibre, le travail devient égal, toujours par suite du même phénomène déjà signalé.

IV

Un autre dispositif expérimental permet encore de démontrer que ces mêmes fluctuations du courant existent toujours pour une paire d'électrodes. On place symétriquement, entre les deux électrodes à analyser, deux plaquettes reliées au millivoltmètre, comme l'indique la *fig.* 10; on ferme le circuit et on s'arrange de façon à ce que les plaquettes ne donnent pas de déviation. La distance entre les plaquettes est d'ailleurs indifférente. Comme on le voit, ce dispositif présente une certaine analogie avec le pont de Wheatstone, puisque la branche W*w* du pont est sans courant si rien ne change dans les autres branches pendant la durée de l'essai. Pour un grand nombre d'essais effectués dans des conditions tout à fait différentes (vieilles et nouvelles électrodes, grands et petits intervalles des électrodes, avec ou sans shunt électrolytique), on a pu constater qu'il y a toujours des changements d'intensité du courant suivant l'endroit consi-

déré, mais que la somme est constante. D'une façon générale, les surfaces des plaques négatives d'accumulateurs travaillent bien plus inégalement que celles des électrodes positives. Ce fait assez curieux provient de ce que le plomb spongieux subit, comme on le sait, des changements de structure défavorables, en même temps que le contact avec le support devient de plus en plus défectueux au fur et à mesure que le nombre de décharges augmente. Au contraire, dans les positives, la couche de peroxyde semble pénétrer à l'intérieur du support; de plus, d'après les recherches de *Streintz*, la conductibilité de PbO^2 est excellente, puisqu'elle est égale à la moitié de celle de mercure.

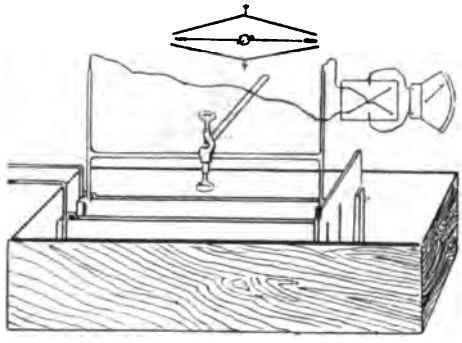


Fig. 10.

Si l'on veut se rendre compte des changements dans la répartition du courant à la surface d'une seule électrode, on peut opérer comme pour les essais de capacité d'une plaque positive ou négative seule, en plaçant l'électrode à essayer entre deux plaques ayant une capacité 3 ou 4 fois plus grande. On est sûr ainsi que les variations qui se produisent proviennent uniquement de l'électrode considérée.

A titre d'exemple, et pour terminer, je décrirai l'expérience suivante : une plaque négative Planté était chargée et déchargée avec une contre-électrode positive normale, de fabrication courante. La face externe de la négative était vernie, et la disposition des deux plaques était celle indiquée *fig.* 1. L'image de la répartition du courant à la surface de l'électrode négative est représentée par la *fig.* 11. Il n'est guère besoin d'insister sur ce que cette image de la répartition du courant serait tout autre si les conditions de l'essai étaient

changées en quoi que ce soit (déplacement des queues, intervalles différents, changement du shunt électrolytique), ou bien si, au lieu d'une négative, on avait choisi une positive Planté, et comme contre-électrode une négative ordinaire.

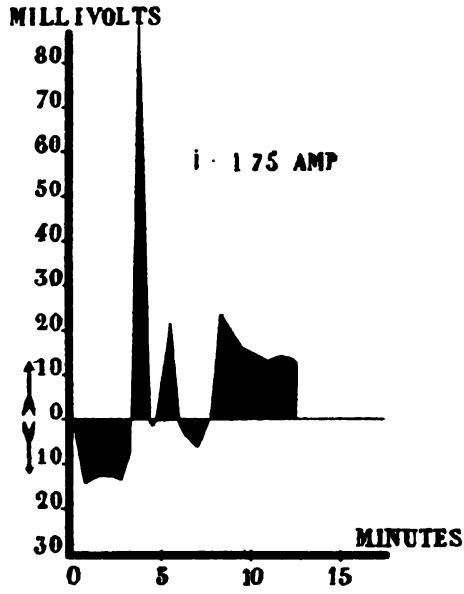


Fig. 11.

Etant donné le temps restreint mis à ma disposition, il m'est impossible de parler encore de nombreuses expériences se rapportant au même ordre d'idées. Je tiens cependant à dire qu'il est facile de connaître la répartition du courant à la surface de n'importe quelle électrode, et de constater par exemple dans une plaque Edison s'il y a des briquettes qui travaillent d'une façon anormale.

Pour résumer, nous avons vu que, pour les électrolytes, la loi d'Ohm n'est applicable que pour le cas seulement où la section de l'électrolyte correspond à la surface des électrodes, et que dans tous les autres cas il y a dispersion des lignes de courant, dispersion qui influence d'une façon assez prononcée la répartition de la densité du courant dans l'électrolyte et à la surface des électrodes.

Je n'ai, d'ailleurs, aucunement la prétention d'avoir élucidé complètement cette question si complexe, mais seulement de vous pré-

senter un ensemble de méthodes applicables facilement à ce genre de recherches.

Je tiens à remercier M. Dinin, qui a bien voulu s'intéresser à mes travaux, et qui a mis à ma disposition ses laboratoires bien outillés, ainsi que mes collaborateurs M. Paillard et M. François Herkenrath.

J'espère que ces recherches présenteront quelque intérêt pour tous ceux qui s'occupent des questions d'électrolyse.

Détecteurs d'ondes électriques à gaz ionisés ;

Par M. C. Tissot [1].

En opérant, à l'aide d'un électromètre (en idiostatique), la mesure de la force électromotrice efficace au sommet d'une antenne réceptrice attaquée à distance par une antenne accordée, on obtient des valeurs de 4 à 5 volts à la distance de 1 kilomètre. On peut calculer l'amplitude du potentiel au sommet en partant des valeurs fournies par les mesures directes pour les périodes et les amortissements. On trouve ainsi pour les amplitudes des valeurs de 600 à 700 volts environ.

Nous avons pensé qu'il devait être facile de mettre directement de telles amplitudes en évidence.

Un tube à vide (de Geissler), convenablement préparé, peut en effet être aisément rendu luminescent quand on le dispose au sommet d'une antenne réceptrice excitée à distance.

Ainsi, dans l'une des expériences, on obtenait la luminescence en attaquant à la distance de 1 kilomètre une antenne de 55 mètres de longueur par une antenne accordée, avec des étincelles de 5 centimètres à l'émission (émissions directes). La « force électromotrice efficace », mesurée au sommet de l'antenne réceptrice, était de $4^{\text{volts}},2$ et devait correspondre, eu égard aux valeurs connues de la période et de l'amortissement, à une amplitude de 750 volts.

Or, en appliquant au tube à vide une différence de potentiel croissante, prise sur une batterie de petits accumulateurs, on a constaté que le tube, assez peu sensible, ne commençait guère à laisser passer la

---

[1] Séance du 6 juillet 1906.

décharge et à s'allumer franchement qu'au-dessus de 600 volts, ce qui correspond parfaitement à l'ordre de grandeur fourni par le calcul pour l'amplitude.

La luminescence s'obtient de même quand on intercale le tube à vide à la place ordinaire du cohéreur, c'est-à-dire aux bornes du transformateur de réception (jigger ou résonateur Oudin), dont le principal objet est de transporter à la base de l'antenne le ventre de tension qui prend naissance au sommet dans le régime d'onde stationnaire.

Nous avons signalé dans une note précédente [1] que les différences de potentiel efficaces aux extrémités du circuit secondaire de ces transformateurs se trouvent être, en général, du même ordre de grandeur qu'au sommet même de l'antenne réceptrice.

La présente expérience montre qu'il en est de même des amplitudes.

I. — On peut en déduire la conséquence suivante au sujet du fonctionnement des cohéreurs dans la télégraphie sans fil.

Dans les conditions supposées d'émission, qui sont les conditions normales de transmission de nos postes à grandes distances, on constate qu'il est possible en général de recevoir au cohéreur, d'une manière suffisamment nette pour permettre la lecture du signal, jusqu'à une distance de 200 à 225 milles.

Adoptons la distance de 400 kilomètres comme portée limite.

Nous avons établi par ailleurs que l'intensité efficace mise en jeu dans l'antenne réceptrice varie en raison inverse de la distance. A la vérité, les expériences n'ont pu être exécutées qu'à des distances bien inférieures à 400 kilomètres et, pour de grandes distances, la courbure terrestre peut exercer quelque influence.

Si l'on admet que la loi subsiste, comme il est clair que les différences de potentiel efficaces suivent la même loi que les intensités, les amplitudes du potentiel, qui ne diffèrent, pour un système donné, des forces électromotrices efficaces que par un facteur constant, varient aussi en raison inverse des distances.

Il paraît vraisemblable que le cohéreur est sensible à l'amplitude du potentiel. Un cohéreur sensible, qui fonctionne à 400 kilomètres, serait encore soumis à cette distance à une amplitude de $1^{\text{volt}},8$ environ.

---

(1) Voir ce volume, p. 54 (19 janvier 1906).

Or, un pareil cohéreur ne peut guère supporter sans « cohérer » une différence de potentiel *continue* supérieure à $0^{volt},4$ ou à $0^{volt},5$.

On est ainsi porté à penser que l'effet exercé par une amplitude de $1^{volt},8$ pendant une durée extrêmement courte n'équivaut nullement à celui d'une égale différence de potentiel continue (1).

II. — On peut utiliser l'observation directe de la luminescence pour exercer un choix sur le meilleur enroulement à adopter pour un transformateur donné de réception. Le procédé est peu sensible, puisqu'il faut des valeurs voisines de 400 volts dans les conditions favorables pour qu'une décharge commence à se produire dans un tube à vide.

Un artifice simple permet d'accroître la sensibilité du dispositif.

Il consiste à maintenir les électrodes, à l'aide d'une source auxiliaire, à une différence de potentiel légèrement inférieure à la différence de potentiel critique. La variation de potentiel due à l'action de l'onde permet alors à la luminescence de se produire (2).

Mais l'observation basée sur le plus ou moins de luminescence d'un tube est assez grossière et demeure purement qualitative, comme celles que l'on peut effectuer au téléphone, à de bien plus grandes distances, à l'aide de détecteurs magnétiques ou électrolytiques, par exemple.

Il est possible d'obtenir des mesures quantitatives en substituant à l'observation de la luminescence celle de la conductibilité du gaz traversé par la décharge.

A cet effet, on mesure le tube à vide de deux électrodes latérales parasites que l'on intercale dans un circuit contenant une pile et un galvanomètre. Quand le gaz est ionisé par la décharge, il laisse passer le courant. Ce courant va en croissant à mesure que le nombre des ions libérés augmente, c'est-à-dire dans le même sens que la différence de potentiel entre les électrodes, et peut servir à l'évaluer.

La valeur du courant enregistré est une fonction complexe de cette différence de potentiel : elle dépend non seulement de la force électromotrice continue appliquée, mais aussi de la forme de la

(1) L'influence de la durée dans le phénomène de la cohérence a été aussi suggérée par M. Matha pour interpréter certaines expériences.

(2) Un procédé analogue a été autrefois indiqué par Zehnder pour l'observation des oscillations électriques (*Wied. Ann.*, 1892).

décharge et de la disposition des électrodes. Pour répondre à l'objet que nous avions en vue, nous nous sommes arrêté à la disposition suivante, qui donne des résultats constants.

Le tube (*fig.* 1) est une ampoule sphérique ($2^{cm},5$ à 3 centimètres de diamètre) qui porte quatre électrodes en croix.

Les électrodes *m* et *n*, filiformes, sont reliées aux extrémités de l'enroulement secondaire du transformateur de réception.

Les électrodes *a* et *b*, terminées par des faces planes en aluminium, sont reliées à la pile P et au galvanomètre G.

La batterie auxiliaire A, de petits éléments d'accumulateurs soigneusement isolés, n'est utilisée que si l'on opère à distance notable. Pour une décharge constante entre *m* et *n*, le courant entre *a* et *b* va en croissant avec la force électromotrice de la source P.

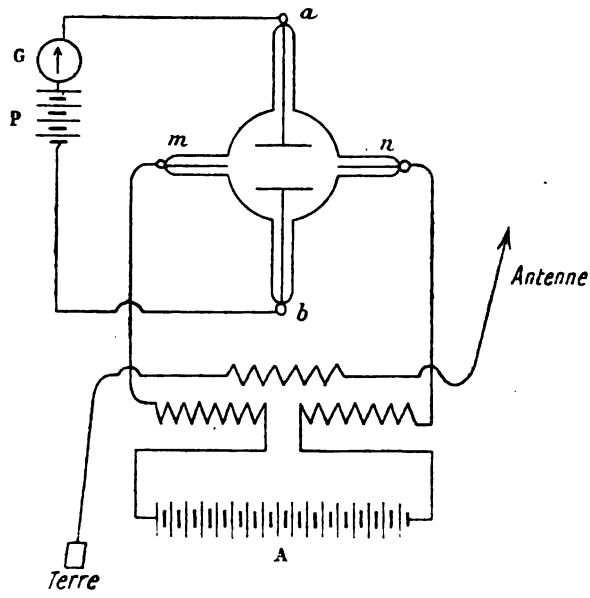


Fig. 1.

Il varie d'abord lentement, puis augmente beaucoup plus rapidement avec cette force électromotrice, en paraissant ensuite tendu vers un maximum. De sorte que la courbe représentative du phénomène présente une certaine analogie avec les courbes d'aimantation. L'existence du premier palier, assez irrégulier d'ailleurs, tient peut-

être uniquement à la forme des électrodes. L'allure générale ultérieure s'interpréterait aisément par la considération d'un courant de saturation.

Nous n'insisterons pas pour l'instant sur l'étude du phénomène, à laquelle ne se prête pas la forme de tube adoptée (à cause de l'influence prédominante des électrodes).

Nous noterons simplement le fait suivant :

Pour une valeur déterminée, invariable et convenablement choisie de la force électromotrice de la source P, on obtient entre *a* et *b* un courant qui, dans une large mesure, varie proportionnellement à l'amplitude du potentiel entre *m* et *n*. A la vérité, ceci n'a lieu que pour des oscillations de même forme, mais c'est précisément le cas qui se trouve sensiblement réalisé en télégraphie sans fil.

Les autres détecteurs capables d'être utilisés à des évaluations quantitatives fournissent des quantités très différentes de celles qui agissent sur le cohéreur.

Tandis que le bolomètre, par exemple, donne l'intensité efficace, le détecteur magnétique fournit l'amplitude du courant, et l'électromètre la force électromotrice efficace. Le dispositif présent, assez sensible pour être utilisé à distance, donne une évaluation de l'amplitude du potentiel.

Il importe d'observer que le mode d'action est un peu différent selon que l'on emploie comme détecteur le tube à vide seul, ou qu'on l'associe à une différence de potentiel auxiliaire pour le sensibiliser. Dans le premier cas, le système se comporte comme un *autodécohérent*, tandis que, dans le second cas, on peut considérer qu'il agit comme une *soupape*.

Dans ces dernières conditions, l'amortissement de l'oscillation se traduit par le fait que le courant entre *a* et *b*, c'est-à-dire la déviation du galvanomètre est plus grande ou plus petite selon que la première demi-oscillation est de même sens que la différence de potentiel appliquée ou de sens opposé.

III. — L'expérience précédente, où le tube à vide se comporte comme une *soupape*, suggère l'idée de réaliser par une ionisation préalable un milieu présentant une conductibilité *unipolaire*.

Nous avions essayé tout d'abord d'utiliser la conductibilité de flammes contenant des sels alcalins. Le phénomène de conductibilité unilatérale se produit bien avec une force électromotrice continue. En choisissant convenablement les électrodes (disque, cathode, pointe,

anode), le courant passe dans un sens et ne passe pas en sens contraire. La suppression de l'une des phases se produit aussi pour une force électromotrice alternative avec un courant à basse fréquence.

Mais, soit à cause de la faiblesse du courant, soit que le phénomène n'ait réellement plus lieu, nous n'avons pu obtenir aucun résultat net avec les courants de haute fréquence (ordre de grandeur de la période 10^{-6} seconde) mis en jeu en télégraphie sans fil.

M. Langevin, à qui j'avais fait part de mes recherches, m'avait engagé à tirer parti de « l'effet Edison ».

On sait que, si l'on dispose à l'intérieur de l'ampoule d'une lampe à incandescence une électrode parasite isolée, et que l'on relie par un circuit extérieur cette électrode à l'une des bornes du filament — la borne négative de préférence — il y a production d'un courant continu dans ce circuit extérieur, tant que le filament demeure incandescent.

Ce phénomène (qui a été particulièrement étudié par Richardson) s'interprète aisément en supposant que le carbone incandescent émet un flux continu de corpuscules négatifs : ce flux va très rapidement en croissant avec le degré d'incandescence, c'est-à-dire la température du filament.

Si l'on intercale dans le circuit extérieur de l'électrode parasite une force électromotrice continue, le courant ne passe que dans un seul sens. De sorte que le dispositif agit comme une *soupape* pour une force électromotrice alternative.

L'expérience réussit parfaitement avec les oscillations de haute fréquence mises en jeu dans la télégraphie sans fil [1].

Pour la réaliser, j'ai employé une lampe de 40 volts très habilement préparée par M. Berlemont.

Cette lampe porte (*fig.* 2) simplement une électrode en gros fil de platine soudée dans la paroi de l'ampoule. On réunit l'une des extrémités du secondaire du jigger de réception à l'électrode parasite p; l'autre extrémité de l'enroulement est reliée à la borne négative n de la lampe par l'intermédiaire d'un galvanomètre.

La lampe est portée à l'incandescence à l'aide d'une batterie d'ac-

---

[1] Tandis que je poursuivais ces essais, j'ai eu connaissance d'un travail de M. Fleming sur l'utilisation de l'effet Edison à des dispositifs détecteurs d'ondes électriques (*Phil. Mag.*, mai 1906). — Je me bornerai donc à signaler brièvement les résultats que j'ai obtenus.

cumulateurs isolés ; un rhéostat de réglage permet de pousser la lampe comme on le désire.

Il a été possible, dans ces conditions, d'enregistrer au galvanomètre (Broca-Carpentier) des signaux à une cinquantaine de kilomètres de distance [1].

Nous avons effectué un certain nombre d'expériences avec ce dispositif, qui est plus sensible et de montage incomparablement plus facile que celui du tube à vide.

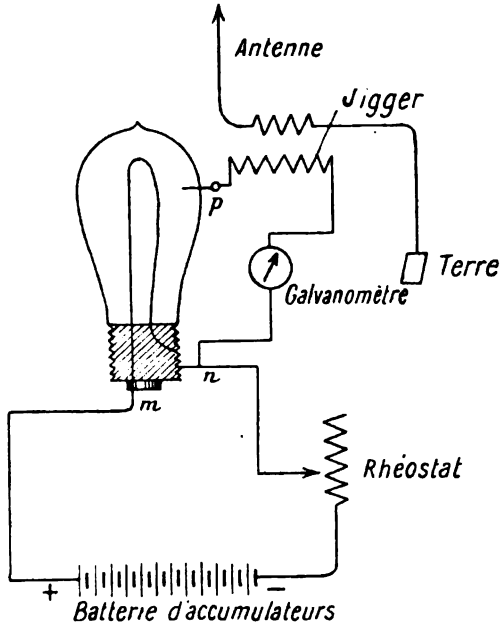


Fig. 2.

Mais, bien que le phénomène présente une apparence plus simple que celui de la décharge dans le tube à vide, nous n'avons pu l'appliquer à des évaluations quantitatives par suite de la difficulté de réaliser un régime stable d'émission du filament pour lequel il y ait proportionnalité approximative entre la force électromotrice appliquée et le courant.

A ce point de vue, le dispositif du tube à vide paraît donc préférable.

[1] Un galvanomètre d'Arsonval de modèle courant permet d'enregistrer les signaux à quelques kilomètres, et un recorder en donne l'inscription.

Les problèmes aux limites dans la théorie des équations aux dérivées partielles (1)

Par M. Hadamard.

La question générale que nous nous proposons d'étudier est la détermination des solutions d'une équation linéaire aux dérivées partielles du second ordre (c'est le cas auquel nous nous bornerons) par des données aux limites. Autrement dit, nous avons à résumer les résultats acquis relativement à la double question suivante :

1° Quelles sont les données propres à déterminer une solution d'une équation aux dérivées partielles ?

2° Comment peut-on calculer la solution en fonction des données ainsi fournies ?

Ces deux questions sont précisément celles que M. Poincaré, dans son important discours *Sur les rapports de l'Analyse pure et de la Physique mathématique* (Congrès international des Mathématiciens, Zurich, 1897), citait comme exemple de l'aide que la Physique est susceptible d'apporter à l'Analyse. Et, en effet, il n'est peut-être aucun cas où apparaisse d'une manière plus frappante la conclusion qu'il a développée :

C'est la physique mathématique qui nous montre quels problèmes nous devons nous poser.

C'est elle aussi qui nous fait prévoir la solution.

I

1. Il n'est pas étonnant que la physique nous ait posé, relativement aux équations aux dérivées partielles, des problèmes auxquels nous n'aurions point songé sans elle.

Il est, au contraire, extrêmement remarquable que ces problèmes — et, pour ainsi dire, eux seuls — soient toujours correctement posés.

Qu'entendons-nous par cette expression un peu vague de problème « correctement posé » ?

Dans le cas d'équations algébriques ordinaires, il y a lieu d'appeler ainsi ceux pour lesquels le nombre des conditions est précisément égal au nombre des inconnues :

(1) Séance du 16 novembre 1906.

De tels problèmes ont, en général, des solutions en nombre limité.

Ceux que nous considèrerons ici seront d'ailleurs tous *linéaires*.

Dans ces conditions, ce que nous appellerons un problème « bien posé » sera, en général, un problème *possible* et *déterminé*.

2. Toutefois nous pourrons rencontrer des cas exceptionnels analogues à celui d'un système d'équations du premier degré en nombre égal à celui des inconnues, mais dont le déterminant est nul. Le problème sera alors, au contraire, *soit impossible*, *soit indéterminé*.

Un tel problème pourra continuer à être bien posé ; il devra alors être tel que, moyennant un changement infiniment petit apporté aux coefficients, la condition générale imposée tout à l'heure soit vérifiée.

3. **Problème de Cauchy.** — Cela posé, les seules données qui nous soient suggérées par l'analyse pure pour déterminer une solution d'une équation aux dérivées partielles sont celles de *Cauchy*, savoir (1) (dans le cas d'une équation du second ordre à une fonction inconnue et à n variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_n$), les valeurs de l'inconnue u et de sa dérivée par rapport à x_n sur le plan $x_n = 0$, ou, plus généralement, celles de l'inconnue et d'une de ses dérivées premières sur une surface S (ou, pour $n = 2$, sur une *ligne*) représentée par l'équation :

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0. \tag{1}$$

Si l'on en croit l'analyse classique, on a ainsi un problème bien posé. La démonstration bien connue de Mme Kowalewski établit l'existence d'une solution et d'une seule ([a]) (2).

4. *Caractéristiques.* — Un seul cas fait exception : celui des *caractéristiques*.

Les caractéristiques ne sont autre chose que ce qui correspond aux *ondes*, dans un mouvemeni régi par l'équation aux dérivées partielles donnée.

Analytiquement, elles sont définies par l'équation aux dérivées

(1) On trouvera plus loin des exemples de problèmes de Cauchy aux numéros 10 et 12, auxquels le lecteur est prié de se repporter à cet effet.

(2) Les lettres ([a]), ([b]),..., renvoient aux indications bibliographiques données à la fin de l'article.

partielles

$$(2) \qquad \Sigma a_{ik} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_k} = 0,$$

où les a_{ik} sont les coefficients des diverses dérivées secondes dans l'équation aux dérivées partielles donnée, $f = 0$ étant toujours l'équation de S.

Autrement dit, le premier membre de l'équation des caractéristiques n'est autre que l'ensemble des termes du second ordre de l'équation donnée, dans lesquels on remplace la dérivée $\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k}$ (que i soit d'ailleurs différent de k ou égal à k) par le produit $\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_k}$.

Considérons, par exemple, l'*équation du son :*

$$(E_3) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{dz^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0.$$

Une caractéristique est représentée par l'équation :

$$(1\ bis) \qquad f(x, y, z, t) = 0,$$

si f est une solution de l'équation aux dérivées partielles du premier ordre :

$$(3) \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 = 0.$$

Si l'on suppose l'équation (1 *bis*) résolue par rapport à t, soit :

$$t = \varphi(x, y, z),$$

on aura pour la fonction φ l'équation aux dérivées partielles :

$$(4) \qquad \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{a^2} = 0.$$

Telles seraient aussi les caractéristiques de l'équation :

$$(E'_3) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Ku = 0,$$

puisque les caractéristiques ne dépendent que des termes du second ordre.

Pour une équation à deux variables indépendantes x, y, telle que

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2d \frac{\partial u}{\partial x} + 2e \frac{\partial u}{\partial y} + lu = 0,$$

les caractéristiques seraient des *lignes*, formant deux familles définies par l'équation différentielle ordinaire [analogue à (4)] :

$$ady^2 - 2bdxdy + cdx^2 = 0.$$

Les exemples précédent mettent bien en évidence (*d*), (*e*) le fait précédemment énoncé :

Les caractéristiques correspondent aux ondes.

Par exemple, la condition (3) est bien celle qui est nécessaire pour que (1 *bis*) puisse représenter la propagation d'une onde sonore.

5. Pour pouvoir donner, de ce qui précède, une figuration géométrique, considérons, au lieu de l'équation (E_3), la suivante :

$$(E_2) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

ou équation des *ondes cylindriques*, équation qui est relative au mouvement d'un milieu à deux dimensions entièrement renfermé dans un certain plan P (le plan des xy).

Considérons x, y, t comme les coordonnées cartésiennes d'un point M de l'espace ordinaire (*fig.* 1) : un tel point, autrement dit, représentera à la fois un point m du plan P (la projection de M) et une époque t (mesurée par la cote de M).

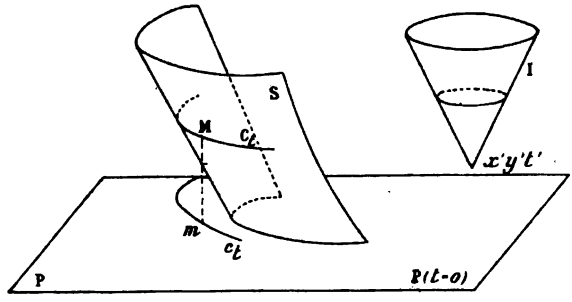


Fig. 1.

Supposons maintenant qu'une onde se propage dans le milieu plan en question : le front de cette onde sera, à un instant quelconque, une certaine courbe :

$$f(x, y, t) = 0,$$

et, dans notre mode actuel de figuration, cette équation représen-

tera une surface S (*fig.* 1) dont les sections successives (C_t) (*fig.* 1) par les divers plans $t = C^{te}$ auront pour projections sur P (c_t, *fig.* 1) les positions de la courbe d'onde aux divers instants.

Une telle propagation sera compatible avec l'équation (E_2), si l'on a :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 = 0,$$

condition qui exprime que la distance normale des deux courbes consécutives c_t et c_{t+dt} est égale à adt; et c'est aussi moyennant cette condition que S est une caractéristique de l'équation (E_2).

6. *Conoïde caractéristique.* — Prenons le cas où l'onde est due à un ébranlement concentré primitivement (soit pour une certaine valeur t' de t) en un point unique (x', y'). L'équation $f = 0$ devient alors [si l'on part toujours de l'équation aux dérivées partielles (E_2)] :

$$\Gamma = (x - x')^2 + (y - y')^2 - a^2(t - t')^2 = 0,$$

et représente un cône (*fig.* 1).

Nous donnerons, d'une manière générale, le nom de *conoïde caractéristique* (E) à la caractéristique Γ, qui représente ainsi l'onde née, à un instant déterminé, en un point unique donné. Pour l'équation (E_3) ou (E_3'), le conoïde caractéristique (de sommet x', y', z', t') est l'*onde sphérique* :

$$(5) \qquad \Gamma = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 - a^2(t - t')^2 = 0.$$

7. **Les trois cas fondamentaux.** — La notion de caractéristique donne lieu à la répartition des équations aux dérivées partielles linéaires du second ordre en trois catégories que nous devons encore rappeler ici.

1. Considérons d'abord l'*équation des potentiels* ou de *Laplace:*

$$(e_2) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

ou :

$$(e_3) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0.$$

Pour cette dernière, par exemple, l'équation (2) s'écrit :

$$(6) \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 = 0.$$

Elle n'est vérifiée par aucune forme réelle de la fonction f. La forme quadratique qui figure au premier membre est définie, c'est-à-dire qu'elle est toujours positive, sauf lorsque toutes les quantités $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$, dérivées premières de f, sont nulles.

L'équation (e_3) [et de même l'équation (e_2)] est *à caractéristiques imaginaires.*

Nous dirons encore qu'elle appartient au type *elliptique.*

Pour une telle équation, le conoïde caractéristique de sommet (x', y', z'), lequel est, pour l'équation (e_3),

$$\Gamma = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 = 0,$$

se réduit (dans le domaine réel) à ce seul point (x', y', z').

Un mouvement se propageant par ondes ne peut être représenté par aucune des équations de ce type.

En fait, elles s'introduisent, soit dans l'étude des états d'équilibre, soit dans celle des mouvements (mouvements des fluides incompressibles), qui n'admettent aucune propagation par ondes et dans lesquels toutes les parties du milieu sont, en quelque sorte, solidaires les unes des autres, même lorsqu'elles ne sont pas immédiatement voisines.

II. Au contraire, pour l'une quelconque des équations (E_2), (E_3), (E_3'), il existe des surfaces S réelles qui satisfont à l'équation aux dérivées partielles (2) des caractéristiques.

En particulier, les conoïdes caractéristiques [par exemple le conoïde (5)] sont réels.

De telles équations sont dites appartenir au type *hyperbolique.* Elles sont compatibles avec la propagation par ondes. Les mouvements régis par ces équations sont tels que l'état d'une région quelconque ne réagit immédiatement que sur celui des régions immédiatement voisines et que même, au moins dans certains cas, ces deux états peuvent être cinématiquement conçus comme indépendants : c'est ainsi que, dans un gaz [dont les petits mouvements dépendent de l'équation (E_3)], on peut imaginer, à l'instant initial, une distribution de vitesses absolument quelconque.

III. Entre ces deux cas généraux se place le cas *parabolique*, qui est un cas exceptionnel : c'est celui des équations de la chaleur, par

exemple de l'équation :

$$(\varepsilon_4) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

Le premier membre de (2) $\left[\text{savoir } \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\right]$ ne contient qu'un carré, alors qu'il y a deux variables indépendantes; autrement dit, le discriminant de cette forme quadratique est égal à zéro. Elle est, en général, positive, mais peut recevoir la valeur zéro sans que $\frac{\partial f}{\partial t}$ soit nul.

De même, l'équation analogue à trois dimensions :

$$(\varepsilon_3) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0,$$

laquelle est à quatre variables indépendantes, appartient au type parabolique, la forme quadratique correspondante

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2$$

ne contenant que trois carrés.

II

8. Revenons maintenant à la première question qui s'est posée à nous et qui, au premier abord, semble complètement tranchée par le théorème de Mme Kowalewski (Voir n° 3) :

Le problème de Cauchy est-il possible et déterminé ?

En ce qui concerne le second point, la réponse que nous avions précédemment donnée est correcte : si le problème de Cauchy a une solution, celle-ci est *unique* (sous la seule condition que S ne soit point caractéristique).

Mais on est amené à douter, au contraire, de l'*existence* de cette solution, lorsqu'on considère ce qui se passe pour l'équation la plus connue du type *elliptique*, l'équation de Laplace (e_3).

Le problème classique qui se pose relativement à cette équation est le suivant, dit *problème de Dirichlet :*

Trouver une solution u de l'équation (e_3), *connaissant les valeurs de u sur une certaine surface fermée* S.

Toutefois cet énoncé demande à être complété. On doit spécifier que l'on doit chercher à définir la fonction inconnue u non dans tout

l'espace, mais seulement dans l'intérieur d'un certain volume V, et la surface S est celle qui limite le volume en question.

Le problème ainsi posé a une signification physique : c'est, entre autres, à lui que se ramène l'étude de la distribution électrique sur un conducteur placé dans un champ électrique donné.

Il admet une solution et une seule, quelle que soit la forme du volume V.

Il en est de même du problème analogue à deux dimensions, où l'on cherche, *dans une portion déterminée du plan*, une fonction u, solution de l'équation (e_2) et prenant des valeurs données sur la ou les courbes S qui limitent cette portion de plan.

On peut donc dire que le problème de chercher une solution de l'équation de Laplace $[(e_2)$ ou $(e_3)]$, définie dans un certain domaine (portion de plan ou d'espace) et prenant des valeurs données sur la *frontière* S de ce domaine, est possible et déterminé, quelle que soit la forme du domaine.

De même, la théorie du mouvement d'un fluide incompressible conduit à déterminer une solution de l'une des équations précédentes dans un certain domaine en se donnant non plus les valeurs de l'inconnue u, mais celles de sa dérivée normale, sur la frontière S. Et l'étude de ce problème (dit problème *hydrodynamique*), ou des problèmes analogues posés par la théorie de l'équilibre calorifique, conduit à des conclusions sensiblement identiques aux précédentes.

9. Ainsi, on détermine une solution u de l'équation de Laplace en se donnant, sur S, *ou bien* les valeurs de cette fonction, *ou bien* celles d'une de ses dérivées : l'une ou l'autre de ces données, supposée connue en chaque point de S, suffit à faire connaître u.

Or, d'après le théorème précédemment rappelé de Mme Kowalewski, on aurait le droit de choisir à volonté, sur S, les *deux* données précédentes.

Il existe, il est vrai, une certaine différence entre la manière dont la question est posée dans les deux cas. D'un côté (problème de Dirichlet), S est supposée fermée et u doit être une fonction régulière [1] dans tout le domaine qu'elle délimite ; de l'autre (problème

---

[1] Ici et dans tout ce qui va suivre, nous nommons *fonction régulière* une fonction continue ainsi que ses dérivés jusqu'à un certain ordre, variable d'ailleurs avec la question traitée et qu'il n'importe pas à notre objet présent de spécifier dans chaque cas.

de Cauchy), S est une surface ouverte, et on ne considère la fonction qu'au voisinage de S.

Mais cette explication n'est pas suffisante.

Plaçons-nous, en effet, relativement à l'équation (e_3), dans les conditions mêmes du problème de Cauchy. cherchons une solution u telle que, pour $x = 0$, u et $\frac{\partial u}{\partial x}$ prennent des valeurs données.

Le problème de Cauchy, ainsi posé, n'est pas possible, en général (1).

Si l'analyse de Mme Kowalewski aboutit à un résultat contraire, c'est qu'elle fait implicitement, sur les données, une hypothèse particulière.

Les quantités données, $u = u(0, y, z)$ et :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \left[\frac{\partial}{\partial x} u(x, y, z)\right]_{x=0}$$

sont supposées être en y, z des fonctions *analytiques*, c'est-à-dire développables par la formule de Taylor, suivant les puissances de $y - y_0$, $z - z_0$ (y_0, z_0 étant deux nombres déterminés quelconques).

Le théorème de Mme Kowalewski est vrai lorsqu'on fait cette hypothèse.

Il est faux lorsqu'on ne la fait point.

10. Une conclusion tout analogue a lieu pour l'équation (e_1), laquelle appartient au type *parabolique* (2).

Mais il en est autrement pour le cas hyperbolique.

Considérons, par exemple, l'équation des télégraphistes :

$$(E_1') \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Ku = 0,$$

qui régit le mouvement de l'électricité dans un câble homogène.

Supposons ce câble *indéfini*.

L'état électrique, à partir de l'instant initial $t = 0$, sera déterminé si nous nous donnons, à cet instant, les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$ en chaque point.

Prenons, comme précédemment, x et t comme des coordonnées cartésiennes, chaque point du câble et chaque instant correspondant

(1) Hadamard, *Princeton University Bull.*, avril 1902.

(2) Holmgren, *Sur l'extension de la méthode d'intégration de Riemann* (*Arkiv for Matematik*, Stockholm, 1904).

ainsi à un point déterminé d'un plan. Nous nous proposons de calculer u dans un certain domaine compris dans ce plan, à savoir dans la région $t \geqq 0$. C'est précisément pour $t = 0$, c'est-à-dire sur la ligne qui sert de *frontière* à ce domaine — ligne que nous continuerons à désigner par S — que nous donnons u et $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Nous sommes bien en présence du *problème de Cauchy*.

Ce problème est ici *bien posé :* il admet une solution et une seule, quelles que soient les fonctions de x (supposées régulières) [1] qui représentent u et $\frac{\partial u}{\partial t}$ et non plus seulement dans le cas particulier où ces fonctions sont analytiques.

11. Il est impossible de ne pas être frappé de la coïncidence qui existe entre ce résultat et le fait que le problème en question a une origine physique.

Nous avons trouvé cette même coïncidence dans le cas elliptique. Là aussi, les problèmes (problème de Dirichlet, problème hydrodynamique) qui, au point de vue physique, nous apparaissent comme bien posés, sont aussi ceux que nous constatons mathématiquement être tels; et la réciproque est vraie, si, du moins, nous envisageons les données comme pouvant être à volonté analytiques ou non.

La concordance si remarquable de ces deux points de vue nous paraît une preuve de leur légitimité. Si l'on se rallie à cette opinion, l'exemple du problème de Cauchy relatif à l'équation (E_3) montre que l'analogie mathématique peut, au contraire, être trompeuse et que l'on peut également se tromper en concluant du cas des données analytiques au cas général.

12. Nous avons pris, comme exemple d'équations hyperboliques, l'équation à deux variables (E_1). Mais les équations des ondes cylindriques ou des ondes sphériques nous conduiraient aussi au problème de Cauchy.

Soit la propagation des ondes cylindriques [équation (E_2)] dans un plan *indéfini*. On suppose données les valeurs de l'inconnue u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$, pour chaque système de valeur de x et de y, à l'instant initial $t = 0$, et l'on se propose de déterminer cette même inconnue u pour $t \geqq 0$.

Dans le mode de figuration que nous avons adopté (n° 5), cette inégalité définit une région de l'espace à trois dimensions, laquelle

---

[1] Voir la note de la page 282.

a pour frontière le plan $t = 0$. C'est ce plan qui représente ici la surface S, relativement à laquelle on se pose le *problème de Cauchy*. Cette fois encore, ce problème est bien posé, quelle que soit la distribution des valeurs données de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$.

13. Il en serait de même pour le problème de Cauchy analogue relatif à l'équation (E_3), auquel on serait conduit en étudiant la propagation du son dans un milieu aérien occupant l'espace *tout entier*, les positions et les vitesses des molécules étant encore données pour $t = 0$.

Nous arrivons donc à cette première conclusion, qu'il y a lieu de se poser :

Dans le cas hyperbolique : le problème de Cauchy ;

Dans le cas elliptique : le problème de Dirichlet ou ses analogues.

14. **Problèmes mixtes.** — Mais un examen plus attentif nous fera voir que la conclusion ainsi énoncée est encore incomplète.

1° Problèmes mixtes elliptiques. — Prenons d'abord une équation du *type elliptique*, par exemple l'équation de Laplace (e_3).

Comme nous l'avons dit, le problème dit *hydrodynamique* se pose à propos du mouvement des liquides, mais dans un cas extrêmement spécial, celui d'un liquide qui remplit exactement le récipient dans lequel il est placé.

Dès qu'il existe une *surface libre*, le problème qui se pose n'est plus celui-là. On est conduit (°) à déterminer une fonction (en pression, sur une quantité en relation simple avec elle) harmonique dans le volume T occupé par le fluide, et on connaît :

Les valeurs de sa dérivée normale sur une partie de la surface S qui limite T (à savoir la surface en contact avec les parois solides);

Les valeurs de la *fonction inconnue elle-même* sur l'autre partie (la surface libre).

En tous les points, comme on le voit, ce sont des *données elliptiques* qui sont fournies, puisqu'on ne donne qu'un seul nombre en chaque point. Mais ces données elliptiques sont d'espèce différente suivant les régions de S où elles sont prises.

C'est ce qu'on peut appeler un *problème mixte elliptique*. — Nous voyons qu'un tel problème est celui qui se pose dans le cas général de la Mécanique des liquides, celui que nous avions envisagé précédemment n'intervenant que dans des circonstances tout à fait exceptionnelles.

15. 2° Problèmes mixtes hyperboliques - Mais ce qui concerne

les équations du *type hyperbolique* doit bien plus encore attirer notre attention.

Nous avons constaté que les équations de ce type régissaient les phénomènes de mouvement (hormis le cas des liquides incompressibles), et qu'on était conduit au problème de Cauchy lorsqu'on étudiait ces mouvements en milieu indéfini. Mais, si le milieu est limité, seul cas effectivement réalisable, il en est tout autrement.

Soit, par exemple, à déterminer le mouvement de l'électricité dans un câble *limité dans un sens*, si ce câble ne comprenait, pour fixer les idées, que la partie positive de l'axe des x. L'inconnue u devra satisfaire à l'équation (E_1') des télégraphistes. Elle ne sera, cette fois, définie que pour $x \geqq 0$, $t \geqq 0$ (si $t = 0$ est pris pour instant initial).

L'*état initial du câble* fera connaître encore les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$ pour $t = 0$, mais seulement lorsque x sera positif.

Une autre condition sera alors nécessaire pour achever de déterminer u ; ce sera la *condition à la limite* qui devra être vérifiée pour $x = 0, t \geqq 0$. Elle consistera, par exemple, à se donner, en fonction du temps, la valeur du potentiel à l'origine, c'est-à-dire (en employant notre mode de figuration) à se donner la valeur de u sur la partie positive de l'axe des t.

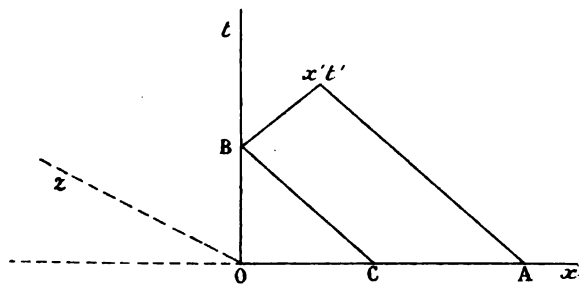


Fig. 2.

Ainsi, cette fois, la frontière se compose de deux parties [les deux côtés de l'angle des coordonnées positives (*fig.* 2)]. Sur l'une (axe des x), on se donne les données de Cauchy ; sur l'autre, des données *elliptiques*, à savoir la valeur de la *seule* quantité u en chaque point.

On constate que ce problème est bien posé, au sens où nous

entendons ce mot: il admet une solution et une seule. Il en résulte, en particulier, que le problème de Cauchy, relatif à la frontière ainsi définie, serait impossible: les données, en trop grand nombre, seraient, en général, contradictoires.

Cette impossibilité ne résulte pas de la seule présence d'un point anguleux dans la frontière [1]: elle tient à ce que celle-ci est coupée en deux points par les caractéristiques d'un des systèmes [celles qui ont le coefficient angulaire $-\frac{1}{a}$: BC (*fig.* 2)].

15 *bis*. — Pareil fait se présente, quel que soit le nombre des dimensions.

Soit, par exemple, l'équation de la propagation du son. Pour pouvoir figurer les résultats géométriquement, prenons-la sous la forme (E_2) relative au mouvement d'un milieu à deux dimensions.

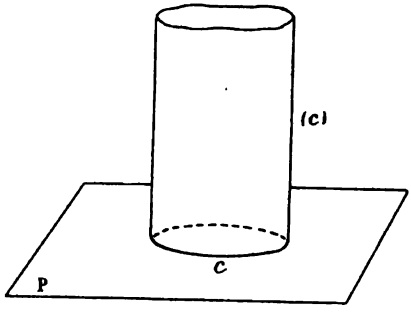


Fig. 3.

Supposons ce milieu limité par une courbe c du plan P. Si, pour simplifier, on suppose celle-ci fixe ou animée seulement de mouvements infiniment petits, elle donnera, dans notre espace lieu du point (x, y, t), un cylindre (c) (*fig.* 3) ; la fonction inconnue u est à considérer dans la portion de cylindre correspondant à $t \geqq 0$.

---

[1] Si celle-ci se composait de la partie positive de l'axe des x et d'une demi-droite Oz (*fig.* 2) située dans l'angle des t positifs et des x négatifs, les données qui lui conviendraient seraient celles de Cauchy, toutes les fois que le coefficient angulaire de Oz serait inférieur en valeur absolue à $\frac{1}{a}$. D'une manière générale, le fait que les données sont, dans un problème mixte, elliptiques sur certaines portions de frontière et hyperboliques sur d'autres, tient à l'orientation de chacune d'elles par rapport aux caractéristiques.

L'état initial donne les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$ sur une partie de la frontière, savoir la base située dans le plan $t = 0$.

Le mouvement des parois donne les valeurs de $\frac{\partial u}{\partial n}$ [1] sur l'autre partie de la frontière (surface latérale du cylindre).

Cette seconde donnée est, comme on le voit, une donnée *elliptique*, unique en chaque point.

16. Ces deux exemples [2] suffisent à montrer que les équations du type hyperbolique conduisent, dans certains cas, au problème de Cauchy, mais, en général, à un problème *mixte*, c'est-à-dire dans lequel, comme précédemment, les données sont de nature différente aux divers points de la frontière.

Mais, ici, la différence est bien plus profonde. Certaines de ces données sont, en effet, des données de Cauchy, c'est-à-dire celles qui correspondent au cas hyperbolique ; les autres sont, au contraire, de la forme qui caractérisait pour nous jusqu'ici le type elliptique [3].

Ainsi, la conclusion générale énoncée plus haut (n° 13) doit être ainsi modifiée :

Cas elliptique	Problème de Dirichlet et ses analogues. Problèmes mixtes elliptiques. (Une seule donnée en chaque point.)
Cas hyperbolique	Problème de Cauchy. (Deux données en chaque point.) Problèmes mixtes hyperboliques (problèmes semi-hyperboliques). (Deux données en certains points, une seule en d'autres.)

17. *Deux cas exceptionnels.* — Pour que la classification précédente soit exacte et complète, il y a lieu de faire deux conventions spéciales.

I. Lorsqu'une partie de la frontière est *caractéristique*, les données correspondantes consistent toujours en la valeur de l'inconnue seule, et néanmoins *doivent être considérées comme équivalant à des données de Cauchy*.

Une circonstance de cette nature se présente, en particulier, dans tous les problèmes qui concernent les équations du type *parabolique*.

---

(1) n est la normale à c.

(2) Le problème de la propagation des ondes sphériques en milieu limité se comporterait, bien entendu, de façon toute semblable et donnerait également lieu à un problème mixte.

(3) Il serait peut-être utile de ne pas employer le même mot ici que pour le cas elliptique, et de désigner par problèmes *semi-hyperboliques* la nouvelle espèce de problèmes mixtes à laquelle nous sommes conduits.

Soit, par exemple, à étudier le refroidissement d'un fil homogène ouvert de longueur $2l$, à partir de l'instant initial $t = 0$, c'est-à-dire à chercher la valeur de la température u dans le domaine défini par les inégalités $t \geq 0$, $l \leq x \leq l$, l'équation aux dérivées partielles étant

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

Sur toute la frontière du domaine, c'est-à-dire sur la ligne $t = 0$ ou sur les deux lignes $x = \pm l$, on donne simplement la valeur de u. Cette donnée, qui est bien une donnée elliptique sur les deux dernières lignes, doit être considérée, sur la première, comme donnée de Cauchy, et se comportera comme telle au point de vue de la marche de la solution : ceci étant évidemment lié au fait que l'équation ne serait plus que du premier ordre, si l'on n'y avait égard qu'aux différenciations par rapport à t.

La question ainsi posée (et qui est bien posée) est donc analogue, non au problème de Dirichlet, mais aux problèmes mixtes hyperboliques considérés tout à l'heure.

II. Considérons le problème de l'*armille*, qui diffère simplement du précédent en ce que le fil est supposé fermé sur lui-même.

Dans ce cas, pour définir le phénomène, il n'y a plus lieu de se donner les valeurs de u pour $x = \pm l$, mais d'écrire que les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial x}$ doivent être les mêmes (pour une valeur déterminée positive quelconque de t) lorsque $x = -l$ et lorsque $x = +l$.

Ces conditions, qui remplacent les premières, doivent être, elles aussi, considérées comme équivalant à un système de données elliptiques. Elles sont d'ailleurs en même nombre qu'elles, en ce sens que, pour chaque valeur positive de t, les *deux* équations

$$u(0, t) = u_1,$$
$$u(l, t) = u_2$$

sont remplacées par les *deux* équations

$$u(0, t) = u(l, t)$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(l, t).$$

Nous venons de prendre comme exemple l'équation de la chaleur, mais les équations du type elliptique présentent des circonstances toutes semblables, chaque fois qu'elles sont considérées dans un domaine fermé ou multiplement connexe.

18. On peut encore résumer les conclusions auxquelles nous arrivons (en tenant compte des remarques qui viennent d'être faites) de la manière suivante :

Les *conditions initiales* correspondent à des données de Cauchy;

Les *conditions aux limites* (celles qui ont physiquement et non analytiquement ce sens) à des données elliptiques.

On peut prévoir qu'au point de vue de la solution les deux espèces de problèmes mixtes que nous avons successivement définies se présenteront de manière notablement différente.

Les problèmes mixtes elliptiques offriront les difficultés du problème de Dirichlet, accrues simplement par la plus grande variété des combinaisons qui peuvent se rencontrer.

Les problèmes mixtes hyperboliques offriront à la fois les difficultés du problème de Dirichlet et celles du problème de Cauchy, et exigeront que l'on combine les moyens mis en œuvre pour résoudre l'une et pour résoudre l'autre.

III

19. Examinons donc comment on pourra résoudre les questions que nous nous sommes jusqu'ici occupés de poser et quelles difficultés présentera cette résolution.

Observons d'abord que la donnée fait intervenir trois sortes d'éléments :

1° Une équation aux dérivées partielles ;

2° Une multiplicité S, la frontière ;

3° Une série de valeurs numériques attachées respectivement aux différents points de cette frontière.

Ce troisième élément de la donnée est celui qui intervient évidemment de la manière la plus simple, la plus superficielle en quelque sorte, dans la solution. On peut faire consister celle-ci en formules que l'on peut préparer d'avance connaissant l'équation ainsi que la multiplicité S, et dans lesquelles il suffira de substituer les valeurs numériques en question, de sorte qu'une partie relativement minime du calcul serait à refaire si ces valeurs venaient à être changées [1].

Il n'en est pas de même en ce qui regarde la forme de S et en ceci se différencient les deux sortes de données que nous avons distinguées dans ce qui précède.

Prenons, par exemple, l'équation (e_3). Son étude est liée aux pro-

---

[1] C'est ainsi que, dans la résolution d'un système d'équations du premier degré, toute une partie du calcul — la plus longue — ne fait intervenir que les coefficients des inconnues, et non les seconds membres.

priétés de l'expression :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}.$$

Celle-ci est ce que nous appellerons un peu plus loin la *solution fondamentale* de l'équation (e_3). C'est une fonction des coordonnées de deux points M (x, y, z) et A (x', y', z'), laquelle est infinie lorsque ces deux points viennent à coïncider, et satisfait à l'équation (e_3), soit lorsqu'on la considère comme fonction de x, y, z, soit lorsqu'on la considère comme fonction de x', y', z'.

De même, l'étude de l'équation (e_2) fait intervenir la quantité analogue :

$$\log \frac{1}{r} = \log \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}.$$

Mais [b] [c] la quantité $\frac{1}{r}$ est loin de constituer à elle seule l'instrument nécessaire pour l'étude de l'équation (e_3). Elle suffirait à résoudre le problème de Cauchy [1] (si l'on se trouvait connaître des données qui rendent ce problème possible) ; mais, pour la résolution du problème de Dirichlet ou des autres questions mentionnées plus haut, il faut, de cette solution fondamentale, arriver (et là se résume la difficulté du problème) à déduire une autre expression, la *fonction de Green* [2], dépendant, comme la première, de deux points A et M, satisfaisant comme elle à l'équation donnée et infinie à la façon de $\frac{1}{r}$, mais remplissant, en outre, des conditions aux limites convenables sur S.

Or, *il y a autant de fonctions de Green qu'il y a de formes de la surface* S, et les fonctions correspondant à des surfaces différentes sont profondément différentes entre elles.

En un mot, la nature de la frontière S apparaît ici comme inter-

---

[1] C'est ce que montre [b] [c] la formule connue :

$$4\pi U_A = \iint_S \left(U \frac{d\frac{1}{r}}{dn} - \frac{1}{r}\frac{dU}{dn} \right) dS.$$

[2] La fonction de Green est le potentiel (au point M) de la distribution électrique induite sur la surface S, supposée conductrice, par une masse électrique 1 placée en A.

venant d'une manière presque aussi essentielle, aussi fondamentale que l'équation aux dérivées partielles elles-mêmes.

20. Prenons maintenant une équation à caractéristiques réelles, soit, par exemple :

$$(7) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial u}{\partial y} + cu = 0,$$

où a, b, c sont des fonctions données de x, y.

La résolution du problème de Cauchy, relatif à cette équation, dépend encore de la formation d'une certaine fonction des coordonnées de deux points, la *fonction de Riemann* (v).

Cette fonction $v(x, y; x', y')$ est encore solution de l'équation donnée, lorsqu'on la considère comme dépendant des coordonnées de l'un des deux points en question [1]. De plus, on en connaît les valeurs, dans le cas où l'on a soit $x = x'$, soit $y = y'$, savoir :

$$(8) \qquad v(x, y; x', y) = e^{\int_y^{y'} a\,dy}, \qquad v(x, y; x', y) = e^{\int_x^{x'} b\,dx}.$$

Ces conditions suffisent à déterminer v. *Elles ne font intervenir que les coefficients a, b, c de l'équation.*

Il y a donc une fonction de Riemann, et une seule, pour chaque équation telle que (7).

Si l'on suppose cette fonction v connue, elle fournit la solution du problème de Cauchy, et cela quelle que soit la courbe S qui porte les données, par une quadrature dans laquelle la quantité sous le signe $\int$ s'obtient par des calculs élémentaires (dérivations et substitutions).

Ici, par conséquent, toute la difficulté du problème est vaincue avant qu'on ait à faire intervenir la forme de S.

Ce qui vient de nous apparaître ainsi dans les deux exemples les plus simples et les plus classiques qu'on puisse donner se retrouve dans tous les autres cas.

Les éléments essentiels de la solution ne dépendent que de l'équation aux dérivées partielles, lorsque les données sont celles de Cauchy.

---

[1] Considérée comme fonction des coordonnées du second point, la fonction v vérifie une autre équation aux dérivées partielles, analogue à la première et en relation étroite avec elle, que l'on nomme l'*équation adjointe*. D'ailleurs, chacune des équations ($\acute{e}_i$), (E$_i$), (E'$_i$), précédemment écrites, coïncide avec son adjointe : c'est ce qui explique le résultat indiqué pour $\frac{1}{r}$ ou $\log\frac{1}{r}$ au numéro précédent.

Ils dépendent, au contraire, étroitement, non seulement de l'équation, mais aussi de la nature géométrique de la frontière, dans le cas des données elliptiques, lequel apparaît, d'après cela, comme le plus difficile des deux.

Cette difficulté doit évidemment subsister même pour les équations à caractéristiques réelles, lorsqu'il s'agit de problèmes mixtes, puisque ceux-ci comportent des données elliptiques; et c'est, en effet, ce qui a lieu.

21. La solution fondamentale. — Voyons maintenant quelle est la fonction des coordonnées de deux points A et M qui jouera pour une équation linéaire quelconque le même rôle que $\frac{1}{r}$ pour l'équation (e_3) et $\log \frac{1}{r}$ pour l'équation (e_2).

Cette fonction ou *solution fondamentale* est bien connue pour l'équation :

$$(e_n) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2 x}{\partial x_n^2} = 0;$$

c'est :

$$(9) \quad \frac{1}{r^{n-2}} = \frac{1}{[(x_1 - x_1')^2 + (x_2 - x_2')^2 + \ldots + (x_n - x_n')^2]^{\frac{n-2}{2}}}.$$

Dans le cas général (à n variables indépendantes), soit [1]

$$\Gamma(x_1, x_2, \ldots, x_n; x_1', x_2', \ldots, x_n') = 0$$

l'équation [1] du conoïde caractéristique de sommet $(x_1', x_2', \ldots, x_n')$. Si n est impair, la solution fondamentale sera de la forme :

$$(10) \qquad \frac{P}{\Gamma^{\frac{n-2}{2}}},$$

P étant une fonction régulière, dépendant aussi des deux points $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $(x_1', \ldots, x_n')$ et qui prend la valeur 1 lorsque ces deux points coïncident. Ces conditions (jointes à celle de vérifier l'équation donnée) déterminent entièrement l'expression (10).

---

[1] On constate aisément que Γ est symétrique par rapport aux deux points $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $(x_1', x_2', \ldots, x_n')$.

Le dénominateur de celle-ci est irrationnel, puisque $\frac{n-2}{2}$ n'est pas entier.

Pour n pair, $\Gamma^{\frac{n-2}{2}}$ est, au contraire, une fonction régulière. La solution fondamentale n'est plus, en général, de la forme (9), mais de la suivante :

$$(11) \qquad \frac{P}{\Gamma^{\frac{n-2}{2}}} + Q \log \Gamma,$$

P et Q étant encore des fonctions régulières dont la seconde peut être identiquement nulle, comme il arrive dans l'expression (9).

Mais cette solution n'est plus entièrement déterminée. On peut, en lui conservant la forme précédente, lui ajouter une solution régulière quelconque R de l'équation donnée : cela revient à ajouter à P le terme $R\Gamma^{\frac{n-2}{2}}$.

Pour $n = 2$, le dénominateur disparaît, et la solution prend la forme :

$$(11') \qquad P + Q \log \Gamma.$$

Les fonctions régulières P et Q (ou la fonction P, dans le cas de n impair) s'obtiennent aisément sous forme d'un développement ordonné suivant les puissances de Γ, lorsque les coefficients sont analytiques. En réalité, pour la plupart des équations (elliptiques ou hyperboliques) auxquelles on est usuellement conduit, la solution fondamentale se calcule sous forme finie. Par exemple, la solution fondamentale de l'équation

$$(e'_n) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} - Ku = 0$$

est (r ayant la même signification que précédemment)

$$(12) \qquad \left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\sqrt{K}r\right.$$

pour n impair, et

$$(12') \qquad \left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)^{\frac{n-2}{2}} \left[J\left(\sqrt{-K}r\right) \log r + R\right] \quad (n \geq 2$$

pour n pair, J étant une fonction de Bessel et R une fonction regulière facile à former.

Disons une fois pour toutes que les résultats sont beaucoup moins satisfaisants pour les équations du type parabolique. Non seulement la quantité susceptible de jouer le rôle de solution fondamentale n'a aucunement la même forme que dans les cas précédents [1], mais son existence même n'a pas été, jusqu'ici, établie en général.

21 *bis*. Au contraire, il est évident que le cas elliptique et le cas hyperbolique, qui ne diffèrent l'un de l'autre que par le passage du réel à l'imaginaire, ne se distinguent en rien au point de vue du calcul de la solution fondamentale. Par exemple, pour obtenir la solution fondamentale de l'équation :

$$(E_{n-1}) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_{n-1}^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = 0.$$

ou de l'équation :

$$(E'_{n-1}) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_{n-1}^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} - Ku = 0,$$

il suffira de remplacer, dans les expressions (12) et (12'), la quantité

$$r = \sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + \ldots + (x_n - x'_n)^2}.$$

par la quantité :

$$(13) \qquad \rho = \sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + \ldots + (x_{n-1} - x'_{n-1})^2 - (x_n - x'_n)^2}$$

Mais il n'en va pas de même en ce qui regarde le rôle joué par cette solution fondamentale, et c'est à partir de ce moment que nous devons traiter séparément nos deux types généraux d'équation.

22. Cas elliptique. — *La solution par intégrales définies.* — Dans le CAS ELLIPTIQUE, l'exemple de l'équation des potentiels nous montre déjà la formation de la solution fondamentale comme la base de la théorie.

---

[1] Pour l'équation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial y},$$

cette quantité est :

$$\frac{1}{2\sqrt{y - y'}}\, e^{-\frac{(x - x')^2}{4(y - y')}}.$$

Mais nous savons aussi que cette première opération, relativement aisée, ne constitue que le commencement de la solution. Il nous reste à tenir compte de la forme de la frontière S et de la nature des conditions qui y sont imposées, et c'est là que commence la vraie difficulté du problème.

Cette difficulté, on le sait, est très grande. Les diverses méthodes (méthode de Neumann, méthodes alternées, etc.), par lesquelles on a abordé (au moins jusque dans ces derniers temps) le problème de Dirichlet, n'ont pu faire intervenir la forme de S que par un échafaudage savant d'approximations successives. Elles ont été étendues à d'autres équations que (e_l), et aussi au problème hydrodynamique; mais la complication deviendrait vraisemblablement inextricable si on voulait les étendre aux problèmes mixtes [c].

Mais, de plus, ce ne sont pas de véritables méthodes de résolution, à moins qu'on ne prenne ce mot dans son sens le plus large. Elles n'ont, en réalité, en raison de leur complication même, d'autre résultat que de montrer l'*existence* de la fonction cherchée, et nullement d'en fournir une expression quelconque.

On a, dans quelques cas particuliers, une telle expression et, en tout cas, des renseignements sur sa forme par l'emploi de la *fonction de Green*, dont nous avons parlé plus haut (n° 19).

Si, en effet, on suppose connue, pour l'équation — et (rappelons-le encore une fois) pour le domaine — donnés, cette fonction de Green, la solution s'obtient sans difficulté [b] [c] sous la forme d'une intégrale définie, étendue à S, et où l'élément d'intégration est complètement connu.

Ceci a lieu, d'ailleurs, quelle que soit l'espèce de problème dont on s'occupe, y compris les problèmes mixtes, qui, sur ce point, par conséquent, ne se distinguent pas par une plus grande difficulté.

Seulement, le nombre des domaines pour lesquels on connaît la fonction de Green (surtout pour les problèmes autres que celui de Dirichlet et pour les équations autres que celles de Laplace) est extrêmement restreint. Pour tous les autres, la recherche de cette fonction, qui est un cas particulier du problème même que l'on a en vue de résoudre, n'offre ni plus ni moins de difficulté que le cas général, et on ne connaît, pour traiter l'un, aucune autre méthode que celles qui servent à aborder directement l'autre.

Nous n'avons donc ainsi qu'un moyen tout théorique.

23. Solution par séries. Les fonctions fondamentales. — Cette

même solution, qui vient de se présenter à nous sous la forme d'une intégrale définie, peut aussi s'exprimer sous forme de série.

C'est, par exemple, ce qui est classique, pour le problème de Dirichlet dans le cas où S est une sphère. La solution est alors développée en fonctions de Laplace.

Cette fois, il convient de le remarquer, on n'opère pas directement sur les données : celles-ci doivent, tout d'abord, être elles-mêmes développées en fonctions sphériques, et c'est de ce développement une fois formé qu'on passe à celui de la fonction cherchée.

Mais, par contre, les services qu'un tel développement peut rendre sont loin d'être limités au seul problème de Dirichlet : il s'applique à toute sorte de questions de physique mathématique, par exemple aux problèmes (problèmes mixtes hyperboliques) que pose l'acoustique ou la théorie de la chaleur, pourvu que le domaine dans lequel on les considère soit sphérique.

Ce même rôle est joué, dans le cas de l'ellipsoïde, par les fonctions de Lamé.

Les travaux de MM. Schwartz, Picard et Poincaré ont montré la possibilité de généraliser les fonctions de Laplace et de Lamé en les étendant à des surfaces S quelconques.

On introduit, à cet effet, les *nombres fondamentaux* et les *fonctions fondamentales*.

La définition de ces éléments est fondée sur la remarque que nous avons faite en commençant [1], à savoir qu'un problème bien posé peut, exceptionnellement, devenir impossible ou indéterminé. Supposons, en effet, qu'un tel problème dépende d'un paramètre λ, lequel figure soit dans l'équation aux dérivées partielles, soit dans les données aux limites. Il admettra, si λ est quelconque, une solution et une seule ; il pourra, au contraire, être impossible ou indéterminé pour certaines valeurs de λ. Ce sont ces valeurs (en nombre infini) qui sont les *nombres fondamentaux* et auxquelles correspondent les fonctions fondamentales.

A l'intérieur d'une sphère S de rayon R, par exemple, on considérera le problème de déterminer une solution régulière de l'équation (e_3) connaissant, en tout point de la surface, la valeur de la quantité

$$f = \frac{du}{dn} + \frac{\lambda u}{R}.$$

[1] N° 2.

où λ est un paramètre, et u la normale intérieure. Ce problème est possible et déterminé tant que λ n'est pas égal à un entier positif. Si, au contraire, λ est un tel entier, le problème devient indéterminé pour certaines distributions des valeurs de f et impossible pour les autres. Dans ce cas (et alors seulement), il existe une solution régulière de l'équation (e_3), telle que l'on ait, sur toute la surface,

$$\frac{du}{dn} + \frac{\lambda u}{R} = 0.$$

Cette solution, ou *fonction fondamentale*, n'est ici autre qu'un polynôme sphérique.

Dans le cas général, comme dans celui de la sphère, les fonctions fondamentales servent non seulement à la résolution du problème elliptique, mais à celle d'une série de problèmes mixtes hyperboliques. C'est, par exemple, sous forme de nombres fondamentaux que se présentent les sons propres (sons fondamental et harmoniques) d'un résonateur ou d'une membrane élastique.

Le calcul des fonctions fondamentales a donc, en soi, une importance toute spéciale, et il y a, par conséquent, avantage à s'y attacher plutôt qu'à notre première solution par les intégrales définies.

Il est d'autant plus remarquable de voir celles-ci prendre leur revanche et de constater, comme nous allons le faire, que d'elles dépend la solution complète du problème.

23 *bis*. Jusqu'ici, en effet, nous n'avons encore fait que reculer la difficulté, ou même, en un sens, que l'augmenter. Nous ne savons pas plus former effectivement les fonctions fondamentales que nous nesavions, tout à l'heure, former effectivement la fonction de Green.

Tout d'abord, il existe au moins cinq ou six sortes de fonctions fondamentales.

M. Poincaré en a défini une dans son Mémoire sur *les Équations de la Physique mathématique*, et une autre différente dans son Mémoire sur *la Méthode de Neumann et le Problème de Dirichlet*. MM. Le Roy, Korn, Stekloff, Renaux [1] en ont introduit d'autres. Toutes ces espèces de fonctions fondamentales sont distinctes entre elles, sauf dans les cas simples, précédemment indiqués, de la sphère et de l'ellipsoïde. Les raisonnements qui servent à établir

---

[1] Le Roy, thèse *Sur l'intégration désignation de la chaleur;* — Korn, *Abhandlungen zur Potentiel theorie ;* — Stekloff, *Ann. Fac. de Toulouse*, 2e série, t. II, III, et *Ann. E. Norm. Sup.*, 1902 ; — Renaux, *C. R. Ac. Sc.*, 9 octobre 1899.

leur existence sont évidemment très analogues et ont pu être le plus souvent imités les uns des autres. Néanmoins ces raisonnements ont dû être, dans chacun des cas précédents, recommencés à nouveau sur des bases différentes.

Ce ne sont, d'ailleurs, comme ceux dont nous parlions plus haut, que des démonstrations d'existence.

D'abord, la fonction de Green y est supposée connue, sauf en ce qui concerne la deuxième espèce de fonctions fondamentales de M. Poincaré.

Une série d'approximations successives, comparable à celle qui s'était présentée pour la résolution directe du problème de Dirichlet, conduit alors au *premier* nombre fondamental. C'est une fois celui-ci calculé que l'on peut, en se livrant à une nouvelle série d'approximations, obtenir le second de ces nombres, et ainsi de suite, chaque nombre n'étant pas obtenu directement, mais supposant connus les précédents.

24. **Les équations intégrales.** — C'est à cette complexité et à cette confusion que M. Fredholm et, après lui, M. Hilbert sont parvenus à substituer l'unité et la simplicité par l'introduction des *équations intégrales*.

On désigne sous ce nom une équation dans laquelle la fonction inconnue, au lieu de figurer sous des signes de différentiation (comme dans le cas des équations différentielles ordinaires ou partielles), figure sous des signes de quadrature.

C'est aux équations intégrales que l'Analyse moderne a été conduite à ramener l'étude d'une équation différentielle ordinaire réelle de la forme :

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y). \tag{14 bis}$$

Les diverses méthodes d'approximations successives par lesquelles on démontre l'existence de la solution ont toutes pour départ commun le remplacement de l'équation (14) par l'équation intégrale équivalente :

$$y - y_0 = \int_{x_0}^{x} f(x, y)\, dx.$$

Qu'une équation intégrale s'introduise dans la théorie du problème de Dirichlet, c'est ce qui apparaît immédiatement en ramenant ce

dernier au problème de la distribution électrique (Voir n° 8) et prenant pour inconnue la densité φ en chaque point.

Plaçons-nous, pour simplifier, dans le cas de deux dimensions seulement, c'est-à-dire dans celui du potentiel logarithmique, l'équation aux dérivées partielles étant alors (e_2). S sera une ligne, et, si s est l'arc de cette ligne, on aura (f étant le potentiel de la distribution cherchée et l la longueur totale de S) :

$$f(x', y') = \int_0^l \varphi \log \frac{1}{r}\, ds.$$

Le premier membre est connu toutes les fois que le point (x', y') est sur S. En désignant par s' la valeur de s correspondant à ce point, on aura pour déterminer φ une *équation intégrale* de la forme :

$$f(s') = \int_0^l \varphi(s)\, K(s, s')\, ds,$$

où f et K sont des fonctions connues, l'une de s, l'autre de s et de s'.

Mais ce n'est pas ce type d'équation intégrale, dite (d'après M. Hilbert) *équation intégrale de première espèce*, qui nous conduira à la solution.

Il faut — et c'est ce qu'a découvert M. Fredholm ([k]) — partir d'une équation intégrale *de seconde espèce*, c'est-à-dire d'une équation de la forme :

$$(14) \qquad f(s') = \varphi(s') - \lambda \int_0^l \varphi(s)\, K(s, s')\, ds,$$

où λ est un paramètre, les autres lettres conservant des significations semblables à celles qu'elles avaient tout à l'heure. Cette équation diffère, comme on le voit, de la première, par ce fait que la fonction inconnue φ y figure en dehors du signe d'intégration, dans le terme $\varphi(s')$.

Dans ces conditions, la théorie devient d'une remarquable simplicité. La solution de l'équation (14) est de la forme :

$$(15) \qquad \varphi(s) = \frac{\Psi(s, \lambda)}{D(\lambda)}.$$

où le numérateur et le dénominateur du second membre sont des

séries ordonnées suivant les puissances de λ, et on en a les coefficients exprimés DIRECTEMENT en fonction des données [1].

Les séries en question sont convergentes, quel que soit λ, de sorte que l'expression (15) est valable aussi pour toute valeur de ce paramètre, à l'exception de celles qui annulent le dénominateur.

Les racines de l'équation $D(\lambda) = 0$ *seront les nombres fondamentaux.*

On voit donc qu'on peut former directement l'équation transcendante qui a tous ces nombres pour racines [2].

Lorsque λ est une telle racine (et dans ce cas seulement), l'équation obtenue en remplaçant le premier membre de (14) par zéro, soit :

$$\varphi(s') - \lambda \int_0^l \varphi(s)\, K(s, s')\, ds = 0, \tag{16}$$

admet une [et, si λ est un zéro simple de $D(\lambda)$, une seule] solution différente de zéro ; ces solutions donneront les fonctions fondamentales.

25. *Application au problème de Dirichlet et aux fonctions fondamentales.* — Le problème de Dirichlet se ramène aisément à une équation intégrale de seconde espèce : il suffit d'en représenter la solution non plus par un potentiel de simple couche, mais par un potentiel de double couche (ou feuillet magnétique) étendu en S.

C'est le principe même de la méthode de Neumann.

Les fonctions fondamentales auxquelles on est ainsi conduit ne sont autres que celles de la seconde famille de M. Poincaré.

Dans le problème qui sert de point de départ, le paramètre λ a la valeur 1 : il est aisé de voir que, pour cette valeur du paramètre, l'équation (16) n'a aucune solution non nulle et que, par conséquent, le dénominateur de l'expression (15) est différent de zéro.

---

(1) Pour le dénominateur, par exemple, on a :

$$D(\lambda) = 1 + C_1\lambda + \ldots + C_n\lambda^n + \ldots,$$

$$C_n = \frac{1}{1 \,.\, 2 \ldots n} \int_0^l \int_0^l \cdots \int_0^l \begin{vmatrix} K(s_1, s_1) & K(s_1, s_2) & \ldots & K(s_1, s_n) \\ K(s_2, s_1) & K(s_2, s_2) & \ldots & K(s_2, s_n) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K(s_n, s_1) & K(s_n, s_2) & \ldots & K(s_n, s_n) \end{vmatrix} ds_1 ds_2 \ldots ds_n.$$

(2) Cette équation est même particulièrement facile à résoudre. On peut former directement, en effet, l'équation qui a pour racines les puissances $p^{\text{ièmes}}$ (p entier) des racines de la première. Celle-ci se prête donc d'une façon extrêmement simple à l'application de la *méthode de Gräffe*.

Cette expression représente donc la quantité cherchée [1].

Tous les autres problèmes elliptiques se ramènent, comme le premier, à des équations intégrales de seconde espèce. Les problèmes mixtes eux-mêmes, qui étaient à peu près inabordables par les anciennes méthodes, n'offrent pas, avec cette manière d'opérer, plus de difficulté que les autres.

La solution du problème est donc complète. La difficulté relative à la forme de la frontière y est surmontée aussi simplement qu'on peut le désirer. Cette forme n'intervient, en effet, que pour le calcul de la fonction K, laquelle s'obtient par de simples substitutions.

S'il s'agit d'équations (elliptiques) autres que (e_i), la solution est toute semblable. On devra :

1° Former la solution fondamentale : celle-ci ne dépend que de l'équation aux dérivées partielles ;

2° Calculer la fonction K : c'est cette quantité qui dépend de la forme de S ; mais elle s'obtient par de simples substitutions ;

3° Résoudre l'équation intégrale ainsi obtenue. Nous avons vu qu'on connaissait toujours la formule de résolution.

Supposons maintenant ce premier problème (par exemple, le problème de Dirichlet) résolu et, par conséquent, la fonction de Green correspondante connue.

De nouvelles équations intégrales de seconde espèce (que l'on pourra écrire immédiatement) *donneront les fonctions fondamentales des différentes sortes.*

Les équations intégrales nous permettent donc de répondre de la manière la plus satisfaisante à toutes les questions que posent les équations du type elliptique.

26. On ne doit d'ailleurs pas s'étonner d'être arrivé à ce résultat par les équations intégrales et non par les équations différentielles, lorsqu'on songe à la solidarité qui, dans tout problème elliptique, existe, comme nous l'avons vu, entre *toutes* les parties du domaine donné. Cette solidarité n'apparaît pas sur les équations différentielles, dans lesquelles chaque valeur de l'inconnue n'est liée directement qu'aux valeurs qu'elle prend aux points infiniment voisins.

---

[1] Nous nous sommes placés, pour fixer les idées, dans le cas du plan. Il est bien entendu que tout ce que nous disons s'étend à l'espace. Toutefois une transformation simple est nécessaire, — la formation de l'équation aux carrés des valeurs de λ (Voir la note précédente), — non parce que l'équation fait intervenir des intégrales doubles, ce qui ne change rien à la marche du calcul, mais parce que la fonction K cesse d'être partout finie.

Elle se manifeste, au contraire, immédiatement dans les équations intégrales, et nous venons de voir qu'en effet celles-ci constituent la véritable manière d'aborder le problème.

IV

27. Le problème de Cauchy, relatif aux ÉQUATIONS HYPERBOLIQUES, doit *a priori*, d'après ce qui précède, être beaucoup plus simple que ceux que nous venons d'examiner, puisque ce que nous avons reconnu être la plus grosse difficulté du cas elliptique ne s'y fait pas sentir.

Les premiers travaux entrepris sur ce sujet ont cependant pu faire croire que le contraire avait lieu.

On peut même craindre, au premier abord, que les résultats obtenus et les méthodes introduites jusqu'ici soient complètement inutiles dans ces nouvelles conditions. Reprenons, par exemple, l'équation générale hyperbolique à deux variables considérée tout à l'heure :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial u}{\partial y} + cu = 0. \tag{7}$$

Nous avons vu que son intégration dépend de la fonction de Riemann (n° 20).

L'élément qui nous a servi pour le cas elliptique est notre solution fondamentale. Sa propriété caractéristique est la manière dont elle devient infinie sur le conoïde caractéristique, lequel se réduit aux deux droites $x = x'$, $y = y'$.

Or la fonction de Riemann ne devient pas infinie dans ces mêmes conditions. Les seconds membres des formules sont évidemment des fonctions régulières de x, y, x', y', admettant des dérivées jusqu'à un ordre au moins aussi élevé que les coefficients mêmes de l'équation. Si ces coefficients sont analytiques, la quantité v peut se représenter par une série de Taylor ordonnée suivant les puissances de $x - x'$, $y - y'$ et convergente pour toutes les valeurs suffisamment petites de ces dernières quantités (souvent même convergente quels que soient x, x', y, y').

Cette fonction de Riemann et notre solution fondamentale paraissent donc sans rapport l'une avec l'autre.

Il n'en est rien, cependant : ces deux quantités sont, comme on va le voir, liées entre elles de la manière la plus étroite.

On a en effet, pour l'équation (7),

$$\Gamma = (x - x')(y - y'),$$

et la solution fondamentale est, par conséquent, de la forme :

$$P + Q \log [(x - x')(y - y')].$$

La fonction de Riemann n'est autre que le coefficient Q *du logarithme dans l'expression précédente.*

Ce que nous venons de constater à propos de l'équation (7) se retrouve dans l'étude de toutes les autres équations hyperboliques. C'est la solution fondamentale qui gouverne en réalité toute la théorie et qui suffit à elle seule à la constituer ; mais son rôle y est dissimulé, et il faut quelque précaution pour l'apercevoir.

28. Pour les équations à deux variables indépendantes, il se trouve qu'on a pu, sans reconnaître ce rôle de la solution fondamentale, arriver à obtenir la formule à laquelle aurait conduit son introduction.

Il n'en a plus été de même pour les équations à plus de deux variables.

L'une d'elles, l'équation des ondes sphériques (E_3), possède la solution particulière extrêmement simple :

$$(17) \quad u = \frac{f(r \pm at)}{r} \qquad \left[r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}\right]$$

(où f est une fonction quelconque de $r \pm at$).

Grâce à cette circonstance, elle a été intégrée par Poisson pour le cas où la frontière se réduit à $t = 0$, puis par Kirchhoff pour une frontière quelconque ([l]).

Mais, si la solution (17) *peut* être employée, en l'espèce, pour l'intégration, elle ne présente aucun caractère précis qui l'*impose*, à l'exclusion de toutes les autres solutions (et il en existe une infinité) qui présentent des singularités de même nature.

Dans ces conditions, il était à prévoir que, pour des équations plus générales, n'admettant point de solutions aussi simples que (17), l'extension de la méthode de Kirchhoff deviendrait impossible : c'est ce qui est arrivé en effet. Parmi les équations à quatre variables, il n'y en a qu'une pour laquelle une méthode analogue à celle de Kirchhoff ait pu être développée grâce aux travaux de MM. Carvallo, Birkeland et Brillouin ([m]) : c'est l'équation (E_3') (n° 4).

Mais, quand on s'adressa à l'équation

$$(E_2) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u^2}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

qui se présente au premier abord comme absolument analogue à l'équation du son avec une variable de moins, des difficultés nouvelles apparurent encore. Non seulement on ne parvint point à écrire une solution particulière analogue à (17), mais on constata [1] qu'il n'en pouvait pas exister. Il fallait donc modifier la méthode pour l'adapter à ce nouveau cas; c'est ce que fit M. Volterra [l], en employant à cet effet la solution particulière :

$$(18) \qquad u = \log \frac{a(t-t') + \sqrt{a(t-t')^2 - r^2}}{r}.$$

Celle-ci appelle les mêmes observations que la précédente; pas plus qu'elle, elle ne se prête à la généralisation directe, et les tentatives faites dans ce sens, malgré le talent de leurs auteurs, ne réussirent que d'une manière fort incomplète; dans les cas où elles aboutissent, elles n'obtiennent la valeur de l'inconnue que par des approximations successives plus ou moins compliquées, analogues à celles que l'on a employées dans la résolution du problème de Dirichlet. C'est par exemple ce qui arrive pour l'équation (E_2) [Coulon [d]], pour laquelle le problème de Cauchy est cependant très aisé à résoudre comme nous le verrons plus loin.

29. **Introduction de la solution fondamentale.** — *Cas d'un nombre impair de variables.* — Si l'on a eu recours à des expressions telles que (17) et (18), et non à celle que la logique et l'analogie imposent, je veux dire à la SOLUTION FONDAMENTALE, c'est que l'emploi de cette dernière paraît, au premier abord, se heurter à une impossibilité.

En effet, lorsqu'on l'introduit dans l'intégrale multiple (formule de Green généralisée) qui sert de point de départ commun à toutes ces théories, on arrive à une intégrale infinie [2].

Il se trouve au moins, lorsque le nombre n des variables indépendantes est impair, qu'on ne doit point se laisser arrêter par cette difficulté.

---

[1] Duhem [l].

[2] L'intégration doit être faite à l'intérieur d'un domaine limité par la frontière S et le conoïde caractéristique Γ. C'est sur ce conoïde que les expressions (10) (n° 21) sont infinies d'un ordre trop élevé pour que l'intégrale ait un sens

Pour comprendre comment elle peut être écartée, considérons d'abord l'intégrale simple

$$(19) \qquad \int_a^b \frac{A(x)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx,$$

où A est une fonction régulière et α un exposant compris entre zéro et 1, *limites exclues*.

Cette intégrale n'a pas de sens : autrement dit, l'expression :

$$\int_a^x \frac{A(x)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx,$$

n'a pas de limite lorsque x tend vers b.

Mais il n'en est pas de même de la somme :

$$(19') \qquad \int_a^x \frac{A(x)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx + \frac{B(x)}{(b-x)^{\alpha}},$$

$B(x)$ étant une autre fonction régulière.

Il suffit, pour que la somme (19') tende vers une limite parfaitement déterminée, que l'on ait :

$$A(b) + \alpha B(b) = 0.$$

Mais, de plus, moyennant cette condition, on obtient une limite *indépendante du choix de la fonction* B, savoir :

$$\int_a^b \frac{A(x) - A(b)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx - \frac{A(a)}{\alpha(b-a)^{\alpha}}.$$

Cette quantité est dite la *partie finie* de l'intégrale (19), et on la désignera par le symbole

$$\overline{\int_a^b \frac{A(x)}{(b-x)^{1+\alpha}}\,dx}.$$

La même notion s'étend aisément ([n]) :

1° Au cas où l'exposant $1 + \alpha$ du dénominateur est remplacé par

un autre exposant fractionnaire quelconque $p + \alpha$ (p étant un entier, et α ayant la même signification que tout à l'heure) ;

2° Aux intégrales multiples.

Par exemple, la partie finie d'une intégrale double, dans laquelle la quantité $\iint$ est infinie d'ordre (fractionnaire) $1 + \alpha$ sur le contour, se présente comme limite de la somme d'une intégrale double et d'une intégrale curviligne et peut même s'exprimer (sans passage à la limite) par une telle somme [1].

30. Ce sont des expressions de la forme précédente qui représentent les solutions dans le cas d'un nombre impair de variables.

Soit, par exemple (n° 12), à trouver une solution de l'équation des ondes cylindriques :

$$(E_2) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

connaissant les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$ pour $t = 0$: on aura simplement [n] [2] :

$$(20) \quad 2\pi u(x', y', t') = \overline{\iint \left(\frac{1}{\sqrt{\Gamma}}\frac{\partial u}{a\partial t} - \frac{at'}{\Gamma^{\frac{3}{2}}}u\right) r dr d\varphi}$$

$$= \iint \left[\frac{1}{\sqrt{\Gamma}}\frac{\partial u}{a\partial t} - \frac{at'}{\Gamma^{\frac{3}{2}}}(u - u')\right] r dr d\varphi + \int u' d\varphi.$$

Dans cette formule, le plan $t = 0$ a été rapporté aux coordonnées polaires r, φ de centre (x', y') $(x = x' + r\cos\varphi, y = y' + r\sin\varphi)$. On a $\Gamma = a^2t'^2 - r^2$. L'intégrale double est étendue à la portion du plan $t = 0$ intérieure au cercle $r \leqq at'$ (soit $\Gamma \geqq 0$). u est la valeur donnée en un point intérieur, et u' la valeur analogue au point de la *circonférence* de ce cercle qui a le même argument φ.

Supposons encore qu'on ait à résoudre le même problème pour

---

(1) Voir ci-dessous, formules (20), (21) (n° 30), un exemple de calcul de cette nature.

(2) La formule antérieurement obtenue pour la résolution de ce même problème [Volterra (1), p. 214-215] dissimule, en réalité, l'intervention des intégrales infinies par l'introduction d'une différentiation sous le signe $\int\int$. Si l'on voulait effectuer explicitement cette dérivation, on retrouverait les difficultés que nous résolvons dans le texte (conformément à la méthode générale indiquée au numéro précédent) par l'introduction des termes en u'.

l'équation .

$$(E_2') \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Ku = 0.$$

La solution fondamentale étant (n°s 21, 21 *bis*) :

$$\frac{e^{\sqrt{K\Gamma}} + e^{-\sqrt{K\Gamma}}}{2\sqrt{\Gamma}} = \frac{1}{\sqrt{\Gamma}} \operatorname{Ch} \sqrt{K\Gamma},$$

il viendra :

$$(21) \quad 2\pi u(x',y',t') = \iint \left[\frac{\operatorname{Ch}\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}} \frac{\partial u}{a\partial t} - at'\left(\frac{\operatorname{Ch}\sqrt{K\Gamma}}{\Gamma^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{K}\operatorname{Sh}\sqrt{K\Gamma}}{\Gamma} \right) u \right] r\,dr\,d\varphi$$

$$= \iint \left[\frac{\operatorname{Ch}\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}} \frac{\partial u}{a\partial t} - at'\left(\frac{\operatorname{Ch}\sqrt{K\Gamma}(u-u')}{\Gamma^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{K}\operatorname{Sh}\sqrt{K\Gamma}}{\Gamma} u \right) \right] r\,dr\,d\varphi + \int u'\,d\varphi$$

(les notations ayant le même sens que dans la formule précédente).

31. *Cas d'un nombre pair de variables.* — Si le nombre n est pair, la méthode précédente n'est plus applicable [1].

En fait, et comme l'exemple de l'équation des ondes sphériques et de celle des ondes cylindriques pouvait le faire pressentir, les résultats obtenus changent entièrement de forme.

C'est encore la solution fondamentale qui fournit tous les éléments de la solution, mais ce n'est pas elle qui s'introduit directement; elle n'intervient que par les deux fonctions P et Q, coefficients de $\Gamma^{-\frac{n-2}{2}}$ et de $\log \Gamma$ dans l'expression (11).

Ainsi, contrairement à ce qui se passe pour n impair, contrairement aussi à ce qui a lieu (quel que soit n) pour le cas elliptique, on ne doit employer aucune fonction présentant une singularité, mais seulement les deux fonctions régulières P et Q.

On voit que la propriété précédemment notée de la fonction de Riemann n'est qu'un premier exemple de ce phénomène général.

Si l'on suppose P et Q une fois calculés, la valeur de u s'obtient par une quadrature dans laquelle l'élément d'intégration, lequel est, cette fois, partout fini, est directement connu.

Par exemple, pour l'équation (E_3'), la forme (12) de la solution fon-

---

[1] L'exposant α (n° 29) est alors entier et, dès lors, les résultats obtenus au numéro 29 ne subsistent plus complètement.

damentale montre (n°s 21, 21 *bis*) que celle-ci a la valeur :

$$(22)\qquad \frac{J'(\sqrt{K\Gamma})}{\sqrt{\Gamma}}\log\sqrt{\Gamma}+\frac{1}{\Gamma}J(\sqrt{K\Gamma})+R=\frac{J'\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}}\log\sqrt{\Gamma}+\frac{1}{\Gamma}+R_1$$
$$[\Gamma=a^2(t-t')^2-r^2]$$

(R et R_1, fonctions régulières).

D'après cela, si l'on se donne les valeurs de u, solution de l'équation précédente, ainsi que celles de $\frac{\partial u}{\partial t}$, pour $t=0$, on aura (en faisant, pour simplifier, $a=1$) :

$$4\pi u(x', y', z', t')=\iiint\left[\frac{J'\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}}\frac{\partial u}{\partial t}-u\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{J'\sqrt{K\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}}\right)\right]dxdydz+U.$$

Dans cette formule, l'intégrale triple est étendue à l'intérieur de la sphère, $\Gamma\geqq 0$, et le dernier terme U n'est autre que l'expression [1] (intégrale double étendue à la surface de la même sphère) trouvée par Poisson et Kirchhoff pour la solution de l'équation (E_3) ; autrement dit, la quantité à laquelle se réduirait u si K était nul. Le résultat ainsi obtenu est d'ailleurs celui qui résulte des travaux cités il y a un instant [Voir, en particulier, Brillouin (^{m})].

32. *Le principe de Huygens et l'intégrale résiduelle.* — L'équation du son présente une propriété qui la distingue des autres équations hyperboliques considérées dans ce qui précède.

Supposons que, dans un milieu indéfini, soit produit à l'instant $t=0$ un ébranlement limité à une certaine région de l'espace, par exemple au voisinage d'un point O, tous les points extérieurs à cette région étant initialement au repos.

Ces points ne se mettront en mouvement que lorsqu'ils seront atteints par l'onde qui, à l'instant initial, part de la région ébranlée et se propage avec une vitesse déterminée.

Si le mouvement du milieu en question est régi par l'équation (E_3), après le passage de cette onde tout rentrera dans le repos.

Cette propriété correspond au fait analytique suivant :

---

[1] Cette forme de U tient à ce que, d'après (22), le coefficient de $\frac{1}{\Gamma}$ dans la solution fondamentale peut être pris égal à 1, alors que la solution fondamentale de (E_3) est précisément $\frac{1}{\Gamma}$.

Du point (x', y', z', t') comme sommet, soit décrit le conoïde caractéristique Γ. Sur la frontière donnée S, une certaine région S_0 est formée par les points qui sont *intérieurs* au conoïde de Γ : elle est limitée par le lieu σ des points de S qui sont situés *sur* ce conoïde. Pour les équations (E_i), (E_i'), par exemple, S_0 est défini par l'*inégalité* $r \leqq at$, et σ par l'*égalité* $r = at$.

La solution du problème de Cauchy [1] pour l'équation du son est exprimée par une intégrale étendue exclusivement à σ. Si les données ne sont différentes de zéro que sur une certaine région S_1 de S, cette solution sera nulle en tout point tel que le conoïde caractéristique correspondant comprenne entièrement S_1 à son intérieur.

C'est cette circonstance qui peut être considérée comme constituant le principe de Huygens [2]. Elle exprime que les ondes ne *diffusent* pas.

Au contraire, pour les équations (E_2), (E_1'), (E_2'), (E_3), les formules de résolution contiennent une intégrale relative à la partie S_0 *intérieure* au conoïde caractéristique. Un mouvement régi par une telle équation ne cesserait pas après le passage de l'onde qui l'a fait naître. Analytiquement parlant, dans une région R de l'espace telle que les conoïdes caractéristiques issus des points de cette région comprennent à leur intérieur (contour exclu) tous les points de S où les données aux limites sont différentes de zéro, la valeur de la solution u n'est pas nulle en général.

On peut appeler *intégrale résiduelle* la solution ainsi considérée, qui correspond au mouvement résiduel qui persiste, comme nous venons de le dire, après le passage de l'onde.

Les résultats obtenus dans ce qui précède permettent de montrer l'origine du principe de Huygens, et de prévoir quelles seront les équations aux dérivées partielles auxquelles il s'appliquera.

Ces équations ne sont autres que les équations à un nombre pair de variables dont la solution fondamentale ne contient pas de terme logarithmique [3].

---

(1) Le résultat ne serait pas le même s'il s'agissait du problème mixte [Duhem (*i*), p. 234-237 ; Hadamard (*f*)].

(2) Plusieurs auteurs entendent ce principe dans un autre sens [Volterra (*i*) voir (*f*)] et le font simplement consister dans l'expression de la solution sous forme d'intégrale définie (que cette intégrale soit étendue à S_0 ou à σ), telle que nous l'avons écrite dans ce qui précède.

(3) On ne connaît, d'ailleurs, actuellement aucune équation pour laquelle cette circonstance se présente, en dehors de l'équation du son et de ses analogues à 6, 8, ... variables.

C'est, en effet, le coefficient Q de log Γ dans l'expression (11) qui, dans la formule de résolution, est intégré dans S_0, la fonction P intervenant, au contraire, dans l'intégrale relative à σ.

Quant aux équations à un nombre impair de variables, aucune d'elles ne donne lieu au principe de Huygens.

Pour $n = 3$ et, par conséquent, pour l'équation des ondes cylindriques, l'intégrale résiduelle présente une propriété remarquable : elle est négative lorsque les valeurs données de u sur S sont positives et inversement.

Dans un phénomène vibratoire régi par l'équation (E_2), ce changement de signe de l'intégrale résiduelle se traduirait par un changement de phase d'une demi-période.

33. **Problèmes mixtes.** — Nous venons de voir que, pour toutes les équations hyperboliques, la solution fondamentale suffit à fournir directement la résolution du problème de Cauchy.

Nous ne devons pas nous attendre à des résultats aussi immédiats pour les problèmes mixtes.

En fait, leur théorie n'a été faite que dans des cas particuliers, les plus importants, il est vrai, au point de vue des applications ([c]).

Tels sont, par exemple, les problèmes de la propagation du son (n° 15 *bis*), relatifs aux équations (E_2) et (E_3). Les mouvements correspondants se décomposent, comme on sait, en vibrations harmoniques de périodes déterminées : autrement dit, la solution est une somme de termes de la forme $a_m u_m \sin(K_m t)$, les K_m $(m = 1, 2, \ldots, \infty)$ étant des constantes déterminées ; les u_m, certaines fonctions déterminées de x, y, ou de x, y, z.

Il est clair, d'autre part, que ces deux problèmes présentent les caractères suivants :

1° L'équation aux dérivées partielles ne fait intervenir t que par le terme $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$;

2° La partie de la frontière qui porte les données elliptiques est représentée par une équation indépendante de t.

Tout problème mixte qui présentera ces deux caractères pourra être traité par la même méthode.

Ces problèmes se ramènent à la théorie des fonctions fondamentales ([h]) (n° 23) et, par conséquent, aux *équations intégrales* (n° 24).

Ceci s'applique d'ailleurs aux principaux cas usuels, lesquels rentrent précisément dans la catégorie précédente.

Des problèmes mixtes hyperboliques de cette nature, également résolubles à l'aide des fonctions fondamentales, sont aussi ceux que l'on rencontre à peu près exclusivement pour les équations linéaires du type parabolique [équation de la chaleur (^{c})].

34. Pour $n = 2$, on connaît, pour résoudre le problème mixte hyperbolique, une méthode semblable à celle qui est fondée sur l'emploi de la fonction de Green. Cette fois, deux fonctions différentes doivent être formées ([1]) : l'une n'est autre que la fonction v de Riemann (n° 20) ; l'autre, v_1, dépend de la forme de la frontière et est l'analogue de la fonction de Green ([2]).

Ces deux fonctions figurent dans l'intégrale définie qui représente la solution, mais non pas simultanément dans un même élément de cette intégrale. Celle-ci est, en effet, divisée en deux parties, étendues à des arcs différents de la frontière, et dont l'une contient exclusivement v, l'autre exclusivement v_1.

Rien de pareil à cette division de la frontière en deux parties n'apparaissait dans notre précédente solution des fonctions fondamentales. Il est cependant aisé de voir qu'elle est dans la nature des choses.

Supposons, pour fixer les idées, qu'il s'agisse du *mouvement de l'électricité dans un câble limité dans un sens* (n° 15) et que l'on se propose de calculer la valeur u' du potentiel u pour des valeurs données x', t' de x et de t.

Il est clair que deux régions doivent être considérées séparément dans le câble, celle dont l'état initial peut influer sur u' uniquement par les ondes directes qui en émanent (AC, *fig.* 2), et celle qui agit à la fois par ondes directes et par ondes réfléchies à l'extrémité libre.

L'influence de la première se calcule à l'aide de la fonction v, celle de la seconde à l'aide de v_1.

Enfin, pour les points suffisamment éloignés de l'extrémité, les ondes directes influent seules : il n'y a plus de fonction v_1 à fournir.

En ces points, la solution a donc une forme analytique de celle qu'elle revêt dans les autres.

Toutes ces circonstances (autrement dit, la propagation du mou-

---

([1]) Toutes deux, dépendant de deux points, sont solution de l'équation adjointe p. 292, note : Darboux (g)] ou de la proposée, suivant qu'on les considère comme dépendant de l'un ou de l'autre de ces deux points.

([2]) Sa formation donne lieu dans le cas général aux mêmes difficultés (n° 22) que celle de la fonction de Green.

vement par ondes) sont, on le remarquera, dissimulées dans la solution exposée tout à l'heure, celle qui repose sur l'emploi des fonctions fondamentales [1].

CONCLUSIONS.

En résumé :

La *solution fondamentale* suffit à résoudre le problème de Cauchy.

Pour résoudre les problèmes elliptiques, cette même solution fondamentale est employée à former une *équation intégrale* dont la résolution, par la formule de M. Fredholm, est équivalente à celle du problème proposé.

La méthode s'appliquera vraisemblablement aux problèmes mixtes hyperboliques.

Le lecteur désireux d'étudier les questions qui viennent d'être passées en revue pourra commencer par se reporter aux ouvrages suivants, où il trouvera d'ailleurs des renseignements bibliographiques détaillés que nous ne saurions donner ici.

a) Jordan, *Cours d'Analyse*, t. III, chap. III; — Goursat, *Cours d'Analyse*, t. II, p. 360, 580.

(Cas des données analytiques.)

b) *Encyclopädie der Math. Wissenschaften*, article IIA_1b (de H. Burkhardt et Fr. Meyer).

(Cas elliptique.)

c) *Id.*, article IIA_1c (de A. Sommerfeld).

Picard, *C. R. Ac. Sc.* (6 avril 1861 ; 5 juin 1906).

(Id.).

d) Coulon, *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles par la méthode des caractéristiques* (Paris, Hermann, 1900).

(Conoïdes caractéristiques, problème de Cauchy.)

e) Hadamard, *Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique* (Paris, Hermann, 1903), chap. I, VII.

(Problèmes mixtes elliptiques ; caractéristiques.)

f) Id., *Sur l'intégrale résiduelle* (*Bull. de la Soc. Math. de France*, 1900).

(Intégrale résiduelle, problèmes mixtes hyperboliques.)

---

[1] Il semble probable que la résolution du problème mixte se ramènera, elle aussi, à une équation intégrale.

g) Darboux, *Leçons sur la théorie des surfaces*, tome II, livre IV, chap. vi.

(Méthode de Riemann.)

h) Poincaré, *Sur les équations de la Physique mathématique* (*Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo*, t. VIII, 1re partie, 1894).

Id., *la Méthode de Neumann et le Principe de Dirichlet* (*Acta Math.*, t. XX).

(Fonctions fondamentales.)

k) I. Fredholm, *Sur une nouvelle méthode pour la résolution du problème de Dirichlet* (*Ofversigt af Kongl. Vetenskaps Akad. Förhandlingar*, Stockholm, 1900; *C. R. Ac. Sc.*, t. CXXXIV, janvier 1902) *Acta Mat*, t. XXVII, 1903.

Kellogg, *Zur Theorie der Integralgleichungen und des Dirichletschen Prinzips* (Thèse, Göttingue, 1902).

Hilbert, *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen* (trois communications), Gött-Nachrich, 1904.

(Équations intégrales.)

l) Kirchhoff, *Zur Theorie der Lichtstrahlen* (*Sitzungsber. der Berl. der Wiss.*, 1882, p. 64 et suiv.); trad. par Duhem (*Ann. Ec. Norm. Sup.*, 1886).

Duhem, *Hydrodynamique, élasticité, acoustique*, t. I. Paris, Hermann.

(Équation des ondes sphériques.)

Volterra, *Att. Lincei* (1892); *Acta Math.*, t. XVIII (1894).

(Équation des ondes cylindriques.)

m) Brillouin, *C. R. Ac. Sc.*, t. CXXXVI, p. 667, 743; 1903.

(Équation E_3'.)

n) Hadamard, *Recherches sur les solutions fondamentales et l'intégration des équations linéaires aux dérivées partielles* (*Ann. Sc. de l'Ec. Norm. Sup.*, 1904).

(Solution fondamentale.)

Id., *Id.* (deuxième Mémoire), *ibid.*, 1905.

(Équations hyperboliques à trois variables.)

Id., *Théorie des équations aux dérivées partielles linéaires hyperboliques et du problème de Cauchy* (*Acta Math.*, sous presse).

(Équations hyperboliques à un nombre quelconque de variables.)

p) Id., *Sur un problème mixte aux dérivées partielles* (*Bull. Soc. Math. Fr.*, t. XXI, 1903).

(Problème mixte hyperbolique.)

Qualités acoustiques de certaines salles pour la voix parlée ;

Par M. Marage (1).

Dans une salle où se produit un son continu, régulier, un auditeur peut entendre trois sortes de vibrations : 1° l'onde primaire qui vient directement de la source ; 2° les ondes diffusées, en nombre infini, qui sont renvoyées par les parois : elles produisent le son de résonance ; 3° des ondes réfléchies régulièrement par les parois : elles donnent naissance à des échos distincts.

Pour qu'une salle soit bonne au point de vue acoustique, il faut qu'il n'y ait pas d'écho et que le son de résonance soit assez court pour renforcer le son qui l'a produit et ne pas empiéter sur le son suivant. Nous allons étudier les conditions dans lesquelles doit se produire le son de résonance.

Un ingénieur américain, M. Wallace Sabine (2), a trouvé la loi à laquelle est soumis le son de résonance ; dans ses expériences, il emploie un tuyau d'orgue donnant ut_3, et il détermine le temps t pendant lequel l'auditeur continue d'entendre le son alors qu'il a cessé de se produire. La durée du son de résonance pour n'importe quelle salle est donnée par la formule : $t = \frac{K}{a + x}$, dans laquelle K est une constante qui dépend du volume V de la salle, et il trouve que $K = 0{,}171V$; a est le pouvoir absorbant de la salle vide ; x, le pouvoir absorbant des spectateurs. Si l'on détermine expérimentalement t dans une salle vide où $x = 0$, on peut calculer a et ensuite chercher la valeur t' du son de résonance si la salle est pleine ; en effet, l'auteur a établi des Tables donnant le pouvoir absorbant de différents corps et en particulier le pouvoir absorbant par personne (0,44) d'un auditoire, le pouvoir absorbant d'une fenêtre ouverte de 1 mètre carré de surface étant pris pour unité.

J'ai recommencé ces expériences en employant comme source sonore la sirène à voyelles munie des résonateurs buccaux (*fig.* 1),

---

(1) Séance du 16 novembre 1906.

(2) *Architectural Acoustics*, Part I: *Reverberation of the American architectural Acoustics*, 1900 ; analysé par M. Bouty dans le *Journal de Physique*, t. X, 1901, p. 38, et le *Bulletin des Séances de la Société de Physique*, p. 39, 1901.

de manière à me rapprocher le plus possible des conditions dans lesquelles se trouve un orateur.

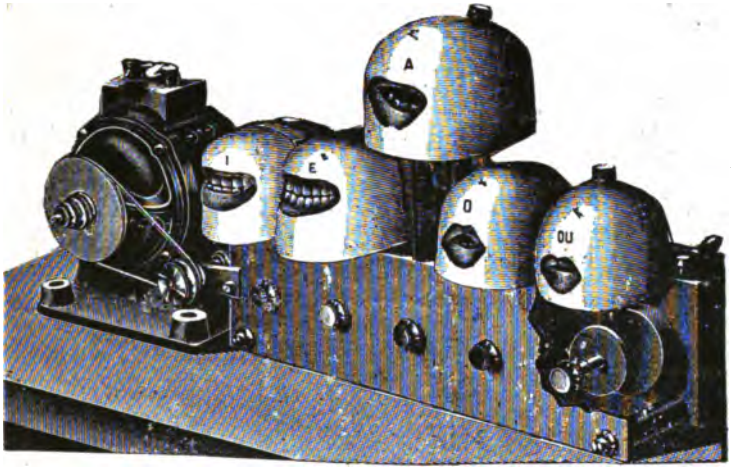


Fig. 1.

La sirène était disposée au point S, où se trouve habituellement

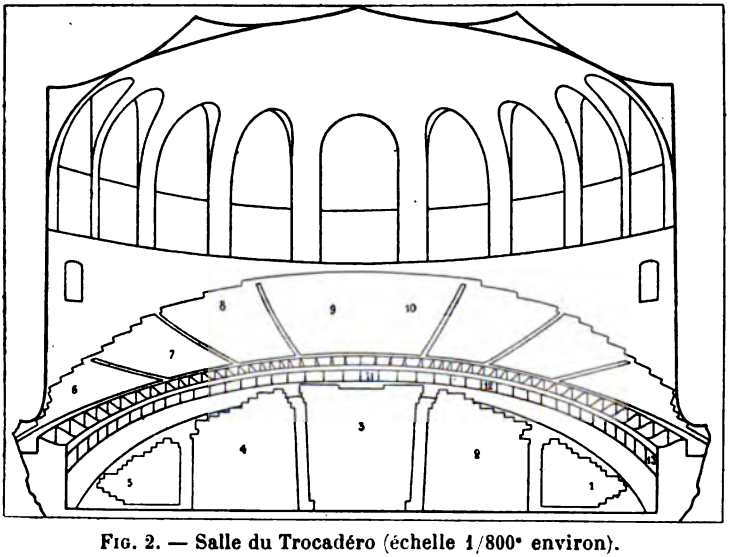


Fig. 2. — Salle du Trocadéro (échelle 1/800e environ).

l'orateur ; l'auditeur se plaçait successivement en différents points de

la salle, 1, 2, 3, 4, ..., et l'on déterminait, en secondes, la durée du son résiduel pour chacune des cinq voyelles synthétiques OU, O, A, É, I.

Conditions de l'expérience :

Voyelles synthétiques.....	OU	O	A	É	I
Notes d'émission (1).....	mi_2	mi_2	mi_2	la_4	la_6
Énergie du son en 1 seconde (2)....	0,052	0,036	0,052	0,036	0,002
Durée du son d'origine, 3 secondes.					

Je vais indiquer les résultats obtenus dans six salles différentes dont le volume variait entre 63.000 mètres cubes (Trocadéro) et 646 mètres cubes (amphithéâtre de Physiologie de la Sorbonne).

Salle du Trocadéro (*fig.* 2) (13 expériences). — V = 63.000 mètres cubes ; nombre des auditeurs, 4.500 ; diamètre, 58 mètres ; hauteur de la coupole, 55 mètres :

	OU	O	A	É	I
Son de résonance (3) (salle vide) t moyenne.....	2	2,1	2	2	1,9
Son de résonance (salle pleine) t' moyenne.....	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4

Pour qu'un orateur se fasse bien comprendre dans cette salle, il faut qu'il parle lentement, en s'arrêtant à chaque phrase ; il ne doit pas parler avec plus d'énergie que s'il s'adressait à 250 auditeurs dans l'amphithéâtre de Physique de la Sorbonne.

Grand amphithéâtre de la Sorbonne (*fig.* 3 et 4) (11 expériences). — V = 13.600 mètres cubes ; nombre des auditeurs, 3.000 ; surface du plafond vitré, 150 mètres carrés ; hauteur du plafond, 17 mètres :

	OU	O	A	É	I
t.....	2	2,8	2,6	1,9	1,8
t'.....	0,9	1	1	0,9	0,9

t' est beaucoup plus petit que t ; l'architecte a eu, en effet, le talent de supprimer presque complètement les parois latérales en les tapissant d'auditeurs, dont le pouvoir absorbant est très grand ; de plus,

---

(1) *Sensibilité spéciale de l'oreille physiologique pour certaines voyelles* (*Comptes Rendus*, 9 janvier 1905).

(2) En moyenne un orateur dépense en une heure une énergie de 160 kilogrammètres.

(3) Le son de résonance, dans cette salle, présente un phénomène particulier et qui ne se retrouve pas ailleurs ; sa valeur est très variable ; par exemple, pour É, on trouve 11 fois la valeur 2, puis 1 fois, 1,6 ; 2,2 ; et 3 ; c'est ce qui explique pourquoi on entend plus mal à certaines places.

le plafond vitré n'est qu'à 17 mètres du sol, de manière que l'écho ne

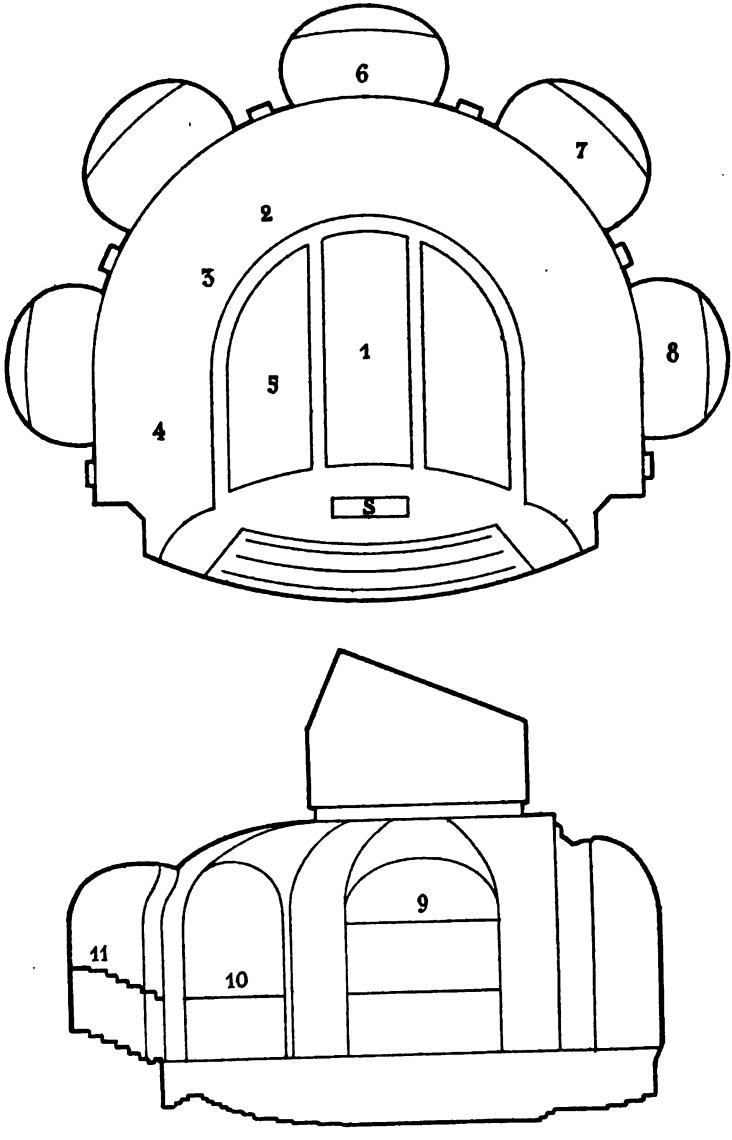


Fig. 3 et 4. — Grand amphithéâtre de la Sorbonne (1/400e).

peut pas se produire : l'acoustique de cette salle est donc très bonne.

Amphithéâtre Richelieu (*fig.* 5 et 6). — V = 6.000 mètres cubes ;

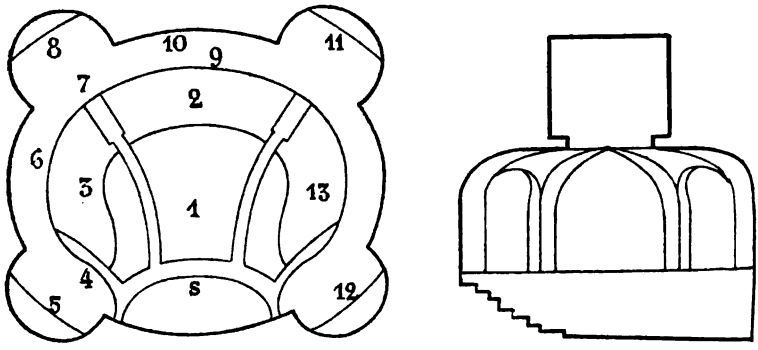


Fig. 5 et 6. — Amphithéâtre Richelieu de la Sorbonne (1/400e).

hauteur du plafond, 10m,50 ; nombre d'auditeurs, 800 ; nombre des expériences, 13 :

	OU	O	A	É	I
t.....	1,8	2,2	2	1,6	1,6
t'.....	1,1	0,8	0,9	1	1

Salle de l'Académie de Médecine (*fig.* 7 et 8). — V = 1.992 mètres cubes ; nombre des auditeurs, en moyenne, 200.

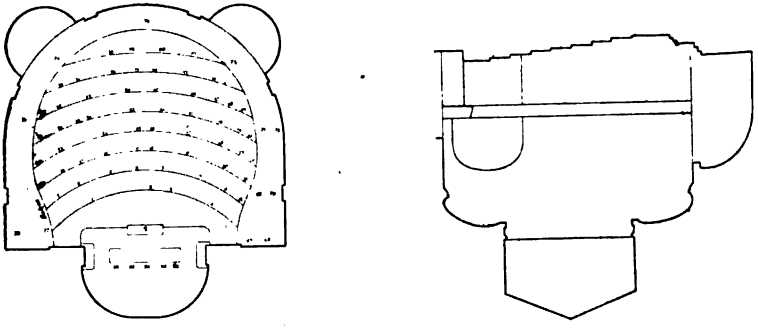


Fig. 7 et 8. — Académie de Médecine (1/400e).

Nombre des expériences, 78 :

t.....	0,5	pour toutes les	voyelles
t'.....	0,4	—	—

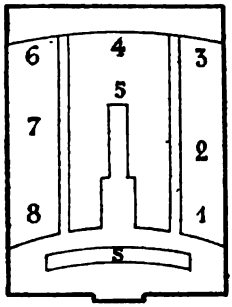
Je me suis trouvé en présence de résultats inattendus, aussi ai-je multiplié les expériences ; jamais je n'ai trouvé un son de résonance

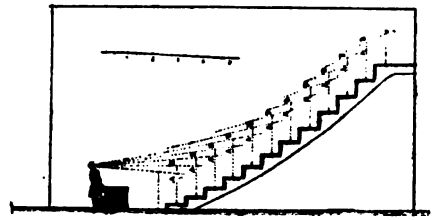
aussi court. Cela montre comment on peut changer les qualités acoustiques d'une salle en augmentant le pouvoir absorbant des parois ; pour une salle de cours, dont les auditeurs seraient silencieux, t' serait un peu faible ; mais, pour une salle de séances, il vaut mieux avoir une résonance aussi faible que possible.

Amphithéâtre de Physique de la Sorbonne (*fig.* 9 et 10). — V = 890 mc. ; nombre des auditeurs, 250 ; nombre des expériences, 8 :

	OU	O	A	É	I
Moyenne t.....	1,4	1,6	1,2	1,4	1,2
— t'.....	0,6	0,7	0,6	0,6	0,6

C'est l'amphithéâtre qui a les meilleures propriétés acoustiques pour la voix parlée.





Tracé de la courbe des gradins.

Fig. 9 et 10. — Amphithéâtre de Physique de la Sorbonne (1/400e).

Amphithéâtre de Physiologie de la Sorbonne. — V = 646 mètres cubes ; nombre des auditeurs, 150 ; nombre des expériences, 8 :

t.....	1,4	pour toutes les	voyelles
t'.....	0,7	—	—

L'acoustique de cette salle est donc également très bonne.

Il convient de se demander ce que valent ces expériences au point de vue théorique.

Il est certain que l'oreille n'est pas un moyen de contrôle absolument parfait : en effet cet organe n'est pas également sensible à tous les sons ; les expériences suivantes en sont une preuve.

MM. Zwardemaker et Quix [1] ont cherché le minimum de puis-

[1] *Archiv für Anatomie und Physiologie* (*Physiologische Abtheilung : Supplément*, 1902, p. 367-398).

sance nécessaire pour produire une sensation sur l'oreille : pour les tuyaux, ils calculaient l'énergie sonore par la méthode de lord Rayleigh [1], d'après le débit et la pression de l'air. Ils ont trouvé deux maxima de sensibilité pour l'oreille, l'un pour le son 3 072 (sol_3 3100 vibrations), qui correspond à la résonance du conduit auditif externe, et un autre pour le son 512 (ut_3 517 vibrations), déjà trouvé par Wead.

Il était intéressant de chercher si les sons voyelles présentaient des phénomènes analogues.

Il est très difficile d'employer les voyelles naturelles, parce que l'on ne peut pas déterminer, chez un sujet normal, le débit et la pression de l'air qui s'écoule des poumons pendant la phonation [2] ; j'ai donc pensé à employer les sons de la sirène à voyelles ; il est facile, en effet, de mesurer sur cet instrument les deux quantités dont on a besoin ; le travail dépensé pendant une seconde sera exprimé en kilogrammètres par le produit VH, le volume V étant mesuré en mètres cubes et la pression en millimètres d'eau [3].

Les conditions de l'expérience étaient les suivantes :

Altitude : 83 mètres ;

Date : mois d'août, entre six heures et sept heures du soir ;

Température comprise entre 20° et 23° ;

Temps sec (il n'avait pas plu depuis un mois) ;

Vitesse du vent : nulle ;

Nature du sol : prairie ;

Observateur : oreille très fine, culture musicale nulle.

L'observateur et la sirène étaient à une distance déterminée, et l'on augmentait l'énergie du son jusqu'à ce qu'il fût entendu.

Les résultats sont contenus dans le tableau suivant ; l'énergie est exprimée en kilogrammètres et la distance en mètres :

---

(1) *Philosophical Magazine*, 1894.

(2) Sur une femme trachéotomisée, Cagniard de Latour avait trouvé que la pression de l'air sortant était de 100 millimètres d'eau pour les sons graves et de 200 millimètres pour les sons aigus.

(3) Lord Rayleigh, *loc. cit.*

Notes	OU Énergie	OU Distance	O Énergie	O Distance	A Énergie	A Distance
ut_{-1}.....	0,06	70	0,012	70	0,016	70
ut_1.....	0,044	125	0,004	125	0,0033	125
sol_2.....	0,06	125	0,008	125	**0,00055**	125
ut_2.....	**0,015**	125	**0,00037**	125	0,00096	125
ut_3.....	0,038	150	0,0011	150	0,0022	150
ut_3.....	0,05	210	0,0033	290	0,039	290

Notes	E Énergie	E Distance	Notes	I Énergie	I Distance
ut_1.....	0,0023	70	ut_2.....	0,00026	70
fa_3.....	**0,000071**	125	fa_5.....	0,00045	125
fa_4.....	0,00013	125	si_5.....	0,00011	125
fa_4.....	0,00066	150	fa_6.....	**0,0000003**	125
fa_4.....	0,008	290	fa_6.....	0,0000003	150
			fa_6.....	0,014 (1)	290

L'oreille pourrait donc être comparée à un tambour de Marey très sensible, mais inégalement sensible aux différents sons : il serait évidemment préférable de remplacer cet organe par un instrument

Fig. 11. — Tabernacle des Mormons.

aussi sensible et ne présentant pas les anomalies que nous avons indiquées. Mais, comme cet appareil n'existe pas, à ma connaissance du moins, et comme, d'un autre côté, ce sont des oreilles qui sont des-

(1) Lord Rayleigh avait trouvé une énergie de 0,01862 pour un sifflet donnant fa_6 et portant à 200 mètres.

tinées à goûter les qualités acoustiques des salles, il convient de s'en tenir à la méthode précédente.

Il existe en Amérique, dans la capitale des Mormons, à Salt Lake City, une salle merveilleuse au point de vue acoustique : le Taber-

Fig. 12. — Forme de la voûte.

nacle ; elle contient 7.500 auditeurs ; partout on entend merveilleusement ; la chute d'une épingle sur la table de l'orateur est entendue dans toute la salle, et cependant la résonance n'est pas trop grande.

Fig. 13. — Vue intérieure.

M. Pascal, architecte, membre de l'Académie des Beaux-Arts, m'a communiqué les photographies qui sont reproduites ici : elles donnent une idée assez exacte du monument. Sur un socle en maçonnerie percé de vingt doubles portes-fenêtres de 3 mètres de

large, les seules qui donnent de la lumière, repose une voûte en bois ayant la forme d'un ellipsoïde de révolution (*fig.* 11). La partie intérieure de la voûte est recouverte de planches de parquet ; la partie extérieure est recouverte de tuiles en bois ; la distance des deux surfaces de la voûte est $3^m,50$ (*fig.* 12).

A l'intérieur de la salle, les tribunes (que l'on voit sur la *fig.* 13) sont en bois, ainsi que les sièges.

Les dimensions sont les suivantes : largeur, 50 mètres ; longueur, 83 mètres ; hauteur, 27 mètres.

Cette salle a été construite de 1865 à 1867 ; elle a coûté 300.000 dollars.

Conclusions. — 1. Comme l'a dit M. Sabine, le son de résonance peut servir à caractériser les propriétés acoustiques d'une salle.

2. La durée de ce son varie avec le timbre, la hauteur et l'intensité du son primitif ; ce qui pourrait peut-être expliquer pourquoi une salle peut être assez bonne pour un orateur et mauvaise pour un orchestre.

3. Avec la formule $t = \frac{K}{a + x}$, on peut déterminer la durée du son de résonance en fonction du nombre des auditeurs.

4. Pour que l'acoustique d'une salle soit bonne, la durée d'un son de résonance déterminé doit être sensiblement constante pour toutes les places et toutes les voyelles ; elle doit être comprise entre 0,5 seconde et 1 seconde.

5. Si cette durée est plus grande que 1 seconde, on n'arrive à se faire entendre dans la salle qu'en parlant très lentement, en articulant bien et en ne donnant pas à la voix une énergie trop grande.

6. Cette méthode permet d'indiquer d'avance à un orateur les conditions dans lesquelles il doit parler pour se faire comprendre de tous ses auditeurs.

Télégraphie rapide système Pollak et Virag;

Par M. Désiré Korda [1].

Deux ingénieurs hongrois ont trouvé que notre télégraphe actuel, cet appareil électrique qui symbolise pourtant, par excellence, la rapidité, n'est cependant pas assez rapide. Ils ont pensé que nos communications télégraphiques sont très chères, précisément parce qu'elles sont trop lentes.

Ce raisonnement a conduit à une invention remarquable M. Antoine Pollak, ici présent, et son collaborateur, M. Joseph Virag, qui, malheureusement, n'a pas pu recueillir le fruit de son beau travail, ayant été enlevé par une mort prématurée le lendemain même de la besogne accomplie. Cette invention, que je dois vous présenter, est destinée à faire époque et à provoquer de profonds changements dans nos modes de transmission actuels.

Si je vous parle aujourd'hui de l'appareil Pollak-Virag, comme d'une chose nouvelle, malgré les nombreuses descriptions qui en ont paru dans les périodiques et dans les comptes rendus des Congrès et même malgré que l'appareil, dans sa première forme, ait été exposé à l'Exposition Universelle de 1900, c'est que, depuis, il a subi de nombreux perfectionnements et est devenu d'une simplicité vraiment remarquable, comme vous pourrez l'apprécier vous-même, et qu'enfin nous avons la bonne fortune d'avoir un de ses inventeurs parmi nous qui pourra faire fonctionner l'appareil devant vos yeux.

Le système combiné par MM. Pollak et Virag est un appareil de télégraphie rapide, écrivant directement, comme à la main, les lettres ordinaires de l'alphabet. Il diffère déjà en cela complètement de tous les autres appareils télégraphiques actuels. Il diffère en même temps par sa puissance incomparable permettant la transmission de 40 000 mots composés de plus de 250 000 lettres à l'heure, décuplant ainsi l'efficacité de l'appareil Baudot, qui jusqu'ici tenait la tête avec 5 000 mots à l'heure, en face des 1 000 mots du fameux appareil Hughes et des modestes 400 mots de l'appareil classique de Morse.

Pour obtenir de telles vitesses, il fallait un transmetteur à rotation rapide, où la main humaine devait se borner uniquement au rôle de

---

[1] Séance du 7 décembre 1906.

préparation et de mise en marche, ainsi qu un récepteur presque sans inertie pouvant suivre la rapidité de la transmission.

Pour le premier, les inventeurs ont eu recours à un moteur électrique qui met en rotation rapide un tambour métallique *r* (*fig.* 1) sur lequel se déroule une bande de papier portant le texte du télégramme sous forme d'un système de trous perforés au moyen d'un instrument auxiliaire, le « perforateur », complètement indépendant de l'appareil.

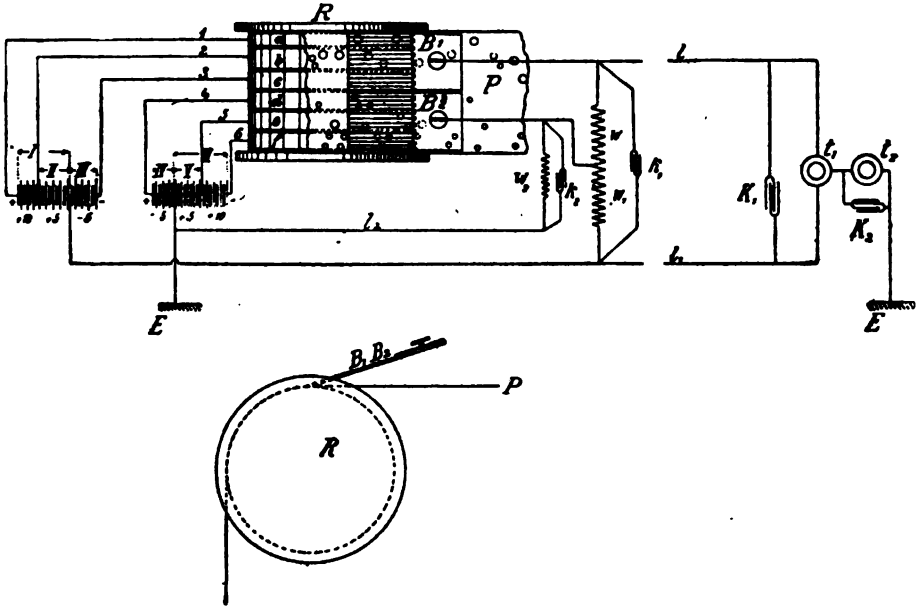


Fig. 1.

L'aspect de ces perforations de grands et petits diamètres, qui se suivent sur la bande de papier, rappelle vaguement celui des signes de Morse. La bande de papier P est serrée par un rouleau contre un tambour métallique R (*fig.* 1). Ce dernier est composé de six bagues juxtaposées *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, isolées électriquement l'une de l'autre. Chaque bague est reliée métalliquement aux bornes correspondantes d'une batterie d'accumulateurs ou de piles sèches, déterminant ainsi pour chaque bague une autre différence de potentiel. Nous expliquerons plus loin la raison de la nécessité de ces divers degrés de potentiel auxdites bagues. Contre le ruban en papier sont serrés des

balais métalliques au nombre de deux fois trois, c'est-à-dire un par bague et dont trois sont reliés en parallèle. B_1 représente la jonction des trois balais *a*, *b*, *c*, et B_2 celle des trois autres *d*, *e*, *f*. Lorsque le balai, passant sur la bague correspondante du rouleau par-dessus le ruban de papier, arrive sur une perforation de celui-ci, la batterie envoie par ce balai, pendant le court instant du passage de ce dernier sur le trou, un courant dans la ligne. De cette façon, on peut transmettre environ 400 émissions de courant à la seconde, tandis que, par les procédés de télégraphie ordinaire, on n'arrive à en transmettre que 5 ou 6 tout au plus.

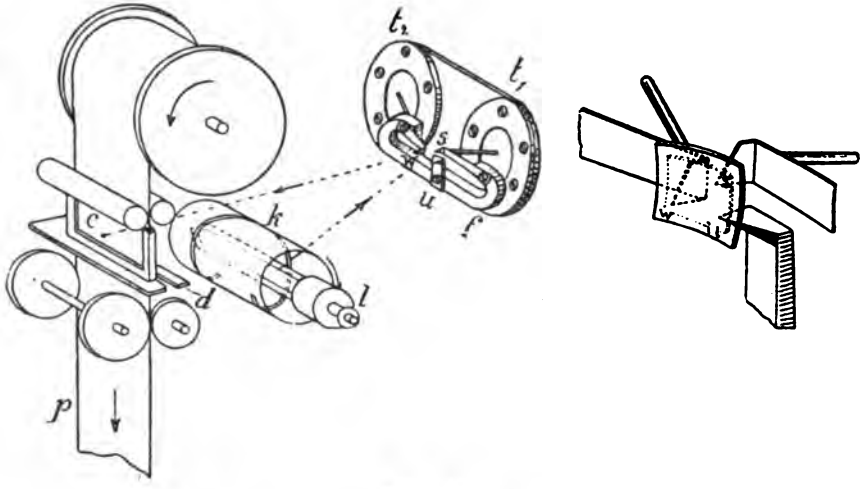


Fig. 2 et 3.

Le récepteur, la partie la plus ingénieuse de l'invention, utilise ces émissions de courant, en le faisant agir sur les membranes de deux téléphones t_1 et t_2 (*fig.* 1) et par leur intermédiaire sur un miroir (*fig.* 2 et 3) qui, en réfléchissant les rayons d'une lampe à incandescence, projette une tache lumineuse, un « *spot* », sur une bande de papier sensible. Comme le miroir repose sur un point fixe *u*, l'une des membranes téléphoniques *s* lui imprime un mouvement vertical, tandis que l'autre *w* le met en mouvement horizontal.

Par la combinaison de ces mouvements, le faisceau lumineux réfléchi écrit dans la chambre noire le texte du télégramme en caractères latins sur le papier photographique. Le développement de ce

dernier se fait automatiquement dans un bain fixateur enfermé dans une partie spéciale de l'appareil, d'où le ruban insensibilisé, d'une largeur de 10 centimètres, sort, complètement achevé, prêt à être livré au destinataire. *d* représente les ciseaux de l'appareil servant à découper le papier aussitôt que le télégramme est inscrit.

Dans la première forme de leur appareil, les inventeurs n'ont eu recours qu'à un seul téléphone, et les télégrammes n'étaient encore reproduits que par une ligne ondulée, composée d'élongations hautes et moins hautes au moyen desquelles on pouvait combiner l'alphabet Morse, et rappelant les signes du siphon recorder de lord Kelvin (*fig.* 4).

Nous pouvons remarquer qu'avec une légère transformation de cet appareil, rien qu'en remplaçant le transmetteur décrit plus haut par un microphone, nous pouvons obtenir sur le papier sensible une ligne ondulée représentant les variations du son produit devant le microphone. On a ainsi, comme MM. Pollak et Virag l'ont prouvé par les expériences exécutées à Budapest, une sorte de photographie de la voix sur laquelle nous appelons l'attention de notre collègue, M. Marage, ici présent, qui s'occupe plus spécialement de question acoustique.

Fig. 4.

C'est un tel appareil à un seul téléphone, donc incomplet, qui fut exposé à Paris en 1900 et qui fut expérimenté entre Berlin et Budapest, sur une ligne de 1.000 kilomètres de longueur, causant une grande sensation par la rapidité de la transmission.

A la suite de ces expériences, les inventeurs ont été amenés à perfectionner leur invention en combinant le téléphone qui produit le mouvement vertical du « spot » avec un deuxième téléphone dit « à mouvement horizontal » et dont le fonctionnement simultané fournit comme résultat remarquable l'écriture en lettres ordinaires rappelant les figures lumineuses des célèbres expériences de M. Lissajous.

Le récepteur repose en somme sur le jeu d'un miroir qui envoie un rayon lumineux réfléchi sur le fond sensible d'une chambre noire et y décrit des figures qui correspondent au mouvement imprimé.

On pourrait s'imaginer une source lumineuse fixe et un miroir mobile ou bien — et c'est ce que les inventeurs ont préféré — une source de lumière mobile en même temps qu'un miroir qui vibre. En effet, dans leur appareil, le point lumineux est fourni par l'intersection du filament incandescent d'une lampe électrique et d'une fente hélicoïdale d'un diaphragme cylindrique K enveloppant cette lampe à incandescence l et auquel le moteur de l'appareil imprime un mouvement de rotation synchrone. Il en résulte un mouvement rectiligne du point lumineux qui, après avoir décrit sa ligne droite, revient subitement à son point de départ et ainsi de suite. A ce mouvement se superposent les vibrations du miroir, et il en résulte l'écriture lisible, dont chaque ligne est de la même largeur déterminée par la longueur de la fente du diaphragme et par la distance par rapport au papier sensible, et dont les lignes sont équidistantes en raison du mouvement d'avancement du papier par saccades qui se produisent au moment précis où le point lumineux est arrivé à la fin de chaque ligne.

Il y a encore une disposition ingénieuse à signaler pour le mode de suspension du miroir vibrant. En effet ce miroir est collé sur une petite plaque en fer (*fig.* 3) maintenue par l'attraction magnétique contre les trois pointes *u*, *w* et *s*.

La pointe *u* fait partie solidaire d'un aimant permanent à fer à cheval *f* auquel les pointes *w* et *s* sont liées par des petits ressorts en fer (en *fig.* 2, le miroir a été enlevé pour faire voir la disposition des pointes). *w* touche en même temps par une petite poignée la membrane du téléphone t_2, qui donne les traits horizontaux, et *s* de même la membrane de t_1 donnant les traits verticaux.

Comme les traits horizontaux et verticaux doivent être de longueurs différentes pour les diverses parties composant les lettres de l'alphabet latin, les trois bagues *d*, *e*, *f* du transmetteur actionnant le téléphone « horizontal » correspondent à des voltages différents. Ainsi *f* correspond à + 10 volts et fournit un trait long horizontal, *e* correspond à + 5 volts et donne un trait court horizontal, tandis que *d* avec — 5 volts fournit le même trait en sens inverse. De même, pour les traits verticaux, *a* avec + 10 volts donne un trait long produit par une grande élongation de la membrane du téléphone *t*; par contre, *b* avec + 5 volts ne donne qu'un trait moitié moins long, et *c* avec — 5 volts, ce même trait court en sens inverse. La *fig.* 1 fait voir également les schémas de fonctionnement élec-

trique du transmetteur. Le téléphone « vertical » t_1 est insensible aux effets de courant venant des bagues d, e, f, qui correspondent au téléphone « horizontal » t_2. En effet le fil qui vient du balai B_2 aboutit juste au milieu de la bobine w. Le courant se divise en deux fractions égales, qui viennent en sens inverse sur le téléphone t_1 et s'équilibrent comme effet sur la membrane de ce téléphone. Par contre, en passant par le téléphone t_2 à la terre E, elles font fonctionner la membrane de cet appareil t_2.

Il y a diverses circonstances dont il faut tenir compte soigneusement, si l'on veut éviter des déformations gênantes dans les caractères de l'écriture. Ainsi, par exemple, il est de toute évidence que les membranes des téléphones, en même temps qu'elles suivront les impulsions de courant, seront soumises également aux effets de leurs vibrations propres susceptibles de nuire beaucoup à la netteté des lettres.

On pourrait éliminer ces perturbations en donnant aux impulsions de courant la même durée que celle de la période de vibration de la membrane téléphonique, c'est-à-dire en choisissant la vitesse du ruban de papier et le diamètre des trous de contact de telle façon que la durée du contact métallique entre les balais et les disques coïncide avec ladite période. Dans ce cas, la force motrice qui agit sur la membrane cesserait au moment où cette dernière passe par sa position d'équilibre.

Les oscillations nuisibles deviennent alors très faibles et s'amortissent rapidement.

Les inventeurs ont même préféré choisir la durée des contacts plus petite que la période d'oscillation propre des membranes et intercaler plutôt des condensateurs K_1 et K_2 dans les circuits en parallèle avec les téléphones. En effet ces condensateurs peuvent se charger pendant la durée du contact et se décharger ensuite dans la bobine du téléphone, aussitôt que le mouvement continu du ruban de papier aura interrompu le contact métallique. Ce courant de décharge achève donc l'élongation de la membrane ; mais en même temps, si la capacité du condensateur est bien choisie, elle assure les conditions nécessaires pour que le mouvement amorti de la membrane soit apériodique et non pas oscillatoire.

Une autre circonstance dont il faut tenir compte résulte de la haute capacité et de la forte résistance des longues lignes télégraphiques qui, pour des courants de hautes fréquences aussi rapides

que ceux produits par l'appareil Pollak et Virag, donneraient lieu à une constante de temps trop élevée, c'est-à-dire à une propagation trop lente du courant et, par conséquent, à une déformation de l'écriture. Pour y remédier, on a intercalé les bobines de self-induction w_1, w_2, w_3. Mais non seulement l'établissement du courant devient plus rapide par la présence de ces bobines, mais en même temps l'extinction également. En effet, sans ces bobines, la capacité des lignes occasionnerait une décharge lente, tandis que le courant de self-induction produit par ces bobines au moment de la rupture de contact, et qui se décharge dans le circuit du téléphone en direction opposée à celle du courant principal, éteint rapidement ce dernier et rend la membrane apte à recevoir immédiatement une nouvelle impulsion de la part du contact suivant, qui est dû à la perforation suivante du ruban de papier.

Comme les traits horizontaux exigent des impulsions plus lentes que les traits verticaux, on peut se contenter pour le téléphone « horizontal » d'une bobine de self w_2 plus petite que pour la membrane verticale.

Les inventeurs ont fait fonctionner leur appareil avec ou sans ces bobines de self et ont prouvé ainsi la grande influence que la présence de ces bobines exerce sur la netteté des caractères.

Cette dernière est enfin affectée par la différence de phase existant entre les impulsions « horizontale » et « verticale ». En effet la durée du traçage entre un trait horizontal et le trait vertical qui suit ne peut pas être quelconque, mais bien correspondante aux caractères qui sont à tracer. On a essayé d'abord de régler cette durée par le réglage des balais ; toutefois il a paru plus efficace de recourir à l'emploi du condensateur k_1 et k_2, dont les capacités sont choisies de façon à produire juste la différence de phase nécessaire.

Par ces moyens les effets perturbateurs sont complètement annihilés. Les autres perturbations qui peuvent résulter de l'effet d'induction des fils de ligne voisins ou des courants terrestres peuvent être évitées au moyen de téléphones construits spécialement à cet effet en vue d'y être insensibles.

En ce qui concerne les détails techniques du télégraphe Pollak-Virag, il nous reste à dire un mot de l'appareil qui sert à préparer le ruban perforé.

Cet appareil perforateur est représenté sur la *fig.* 5. Il consiste en une machine à écrire dont les touches font avancer par un mouve-

ment horizontal un certain nombre de barrettes, sur lesquelles des aiguilles perforatrices peuvent alors s'appuyer. Le ruban *a*, mû par l'organe entraîneur *b*, en passant sous l'outil *c* qui est abaissé par l'électro-aimant *e*, reçoit donc autant de trous à chaque mouvement de touches que le nombre de barrettes avancées et bloquées par la touche l'indique. A chaque lettre à imprimer correspond ainsi une autre disposition des trous.

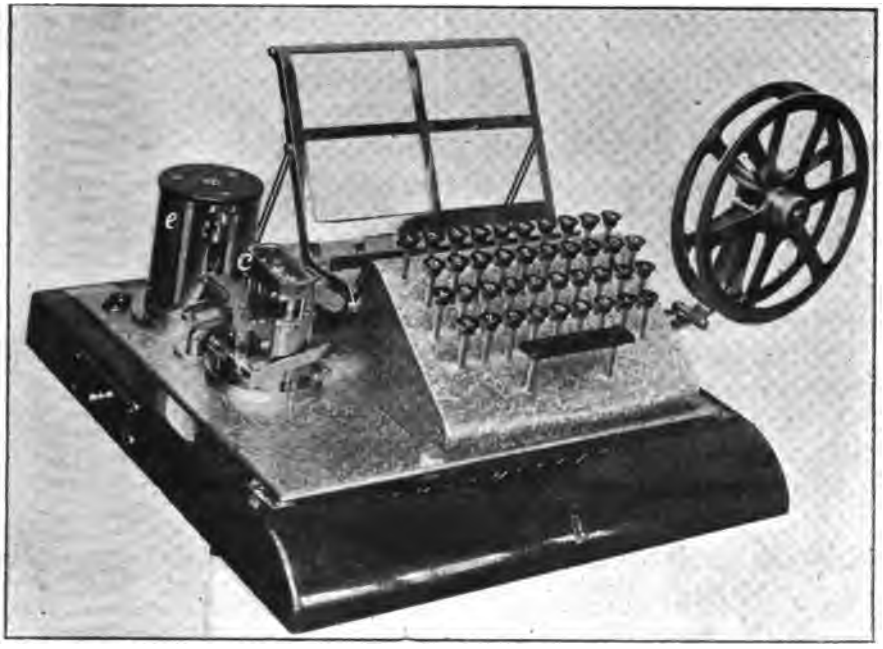


Fig. 5.

Il est évident que les rubans perforés peuvent être préparés indépendamment de l'appareil télégraphique. L'expéditeur, qui possède un appareil perforateur chez lui, n'a donc qu'à apporter le ruban perforé à l'employé du télégraphe. Pour nous faire une idée de la capacité du système, nous pouvons rappeler que vingt-trois machines à écrire perforatrices suffisent à peine pour alimenter un appareil télégraphique Pollak-Virag en plein fonctionnement continu.

En effet on est arrivé à perforer 2.000 mots par heure avec un

appareil perforateur, tandis qu'un appareil télégraphique Pollak-Virag peut transmettre près de 50.000 mots.

Voici maintenant comment fonctionne le système dans la pratique : Dès que l'employé préposé au poste A veut correspondre avec le poste B, il appelle ce dernier en agissant par la poignée *b* (*fig.* 6)

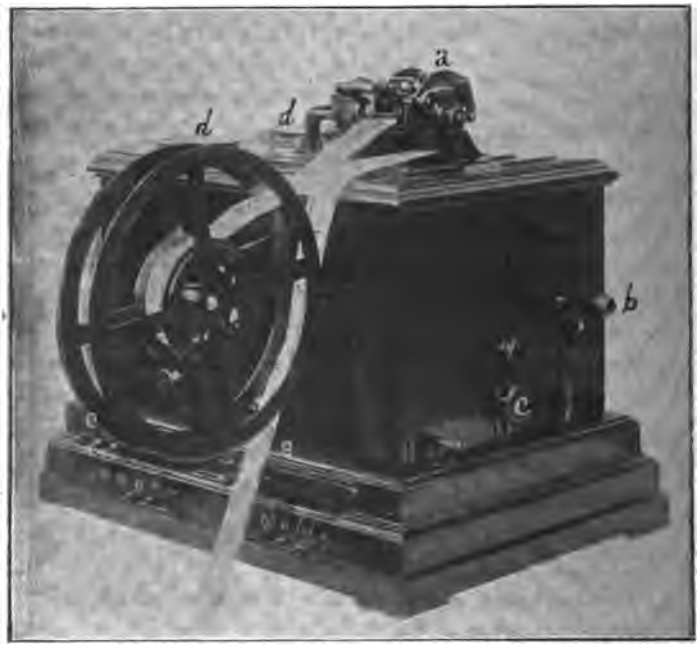


Fig. 6.

du transmetteur sur un inducteur par lequel la station réceptrice est mise en circuit. Au préalable, il aura ajusté son ruban perforé sur l'organe d'entraînement *a* que l'interrupteur *c* du moteur électrique permet de mettre en mouvement ; *d*, *d* sont des résistances, et *e*, *e* les condensateurs du transmetteur. L'employé de la station B, une fois prévenu, met en fonctionnement son moteur électrique, en agissant sur le régulateur C (*fig.* 7) du mécanisme de commande du récepteur. Le reste se fait automatiquement. En effet l'inducteur du poste A, en envoyant le signal d'avertissement, a saisi au moyen d'un électro-aimant, qui agit sur l'organe *a*, le papier sensible dont la quantité est indiquée par l'aiguille *b*, et le met en mou-

vement; *c* est une fenêtre garnie d'un verre rouge permettant de voir les déplacements du point lumineux que l'on peut suivre comme une sorte de flamme traçant des lettres.

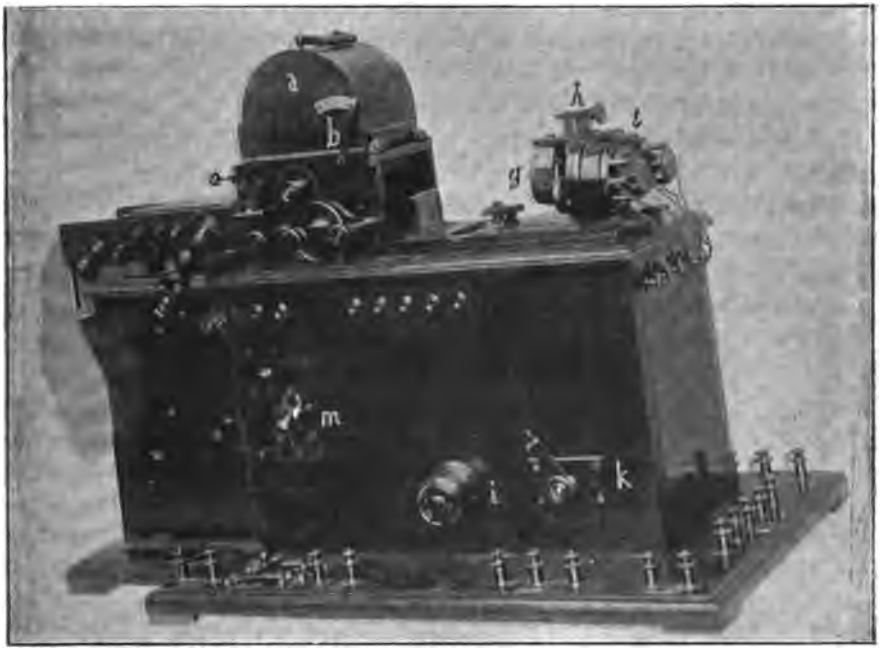


Fig. 7.

Le message étant terminé, la bande est coupée par le couteau *d* et n'a plus alors qu'à passer dans les bains photographiques. *t* indique la paire de téléphones en face desquels se meut le miroir qui réfléchit le rayon qui écrit.

Une lentille *g* ajustable par une vis *h* est placée devant le miroir pour des motifs d'ordre optique. *i* est un interrupteur; *l*, un commutateur pour un fil de conversation, et *m*, un tendeur pour le fil de transmission.

La *fig.* 8 représente un spécimen d'une dépêche ainsi transmise, dont le ruban perforé est reproduit en *fig.* 9.

Ce système, qui peut répondre à toutes les exigences, a fait ses preuves dans la pratique à divers essais prolongés officiels. Pour répéter les détails de ces essais, nous ne pourrons mieux faire qu'en

reproduisant les attestations du Gouvernement hongrois pour les essais faits entre Budapest et Pozsony (Presbourg), sur une ligne de 218 kilomètres, ainsi que celle du Gouvernement allemand pour les essais entre Berlin et Kœnigsberg, sur une ligne de 710 kilomètres.

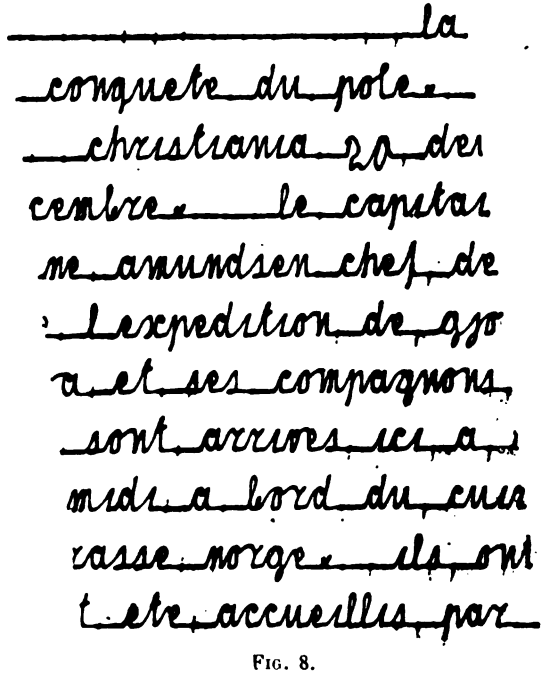

la
conquete du pole.
christiania 20 dec
cembre. le capitai
ne amundsen chef de
l'expedition de 90
a et ses compagnons
sont arrives ici a
midi a bord du cuir
rasse norge. ils ont
t'ete accueillis par

Fig. 8.

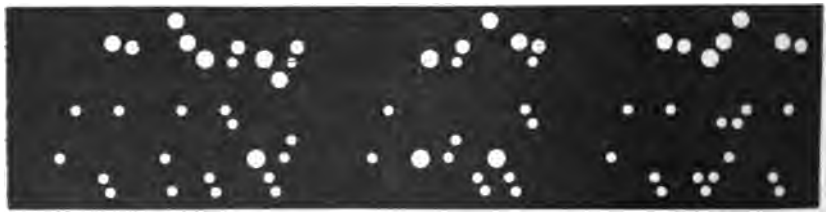


Fig. 9.

Le document hongrois est surtout élogieux et indique aussi pour quel motif cette ingénieuse invention hongroise n'a pas encore triomphé dans sa patrie.

En effet il n'existe pas actuellement deux bureaux dans le pays ayant entre eux un trafic suffisant pour fournir une quantité de travail convenable justifiant l'installation de l'appareil Pollak-Virag.

Voici le texte de ce document en français :

ATTESTATION.

« En ce qui concerne les expériences effectuées avec le système « du télégraphe rapide Pollak-Virag, j'ai l'honneur de vous informer « que :

« 1° Les essais téléphoniques furent faits sur la ligne téléphonique « n° 2008 Budapest-Pozsony.

« Cette ligne consiste en deux fils de cuivre, de 3 millimètres « de diamètre, ayant une résistance de 2,5 ohms par kilomètre ; la « résistance totale de la ligne, dont la longueur est d'environ « 218 kilomètres, en y comprenant la résistance des petits fils qui « la constituent à l'intérieur de la ville, s'élève à 1.360 ohms ;

« 2° Ce circuit est établi le long d'une voie ferrée, sur des poteaux « portant de 3 à 5 autres fils téléphoniques ; de l'autre côté sont les « fils télégraphiques ;

« 3° Le télégraphe rapide Pollak-Virag fut mis en fonctionnement, « sur cette ligne n° 2008, du 24 octobre au 15 décembre, afin de « procéder à des expériences pratiques. Des télégrammes furent « transmis, avec les meilleurs résultats, de Pozsony à Budapest, « chaque jour, durant trois à quatre heures, après neuf heures du « soir ;

« 4° Les appareils employés, et qui comportaient les derniers « perfectionnements du système de télégraphe rapide Pollak-Virag, « ont délivré les télégrammes sur une bande de papier de 70 milli- « mètres de largeur, écrits en italique, suivant des lignes transver- « sales de 60 millimètres de longueur. Deux circuits étaient em- « ployés pour obtenir cette écriture en italique : l'un était formé « par ces deux fils téléphoniques, l'autre par ces deux fils réunis « en parallèle avec la terre. L'un de ces circuits servait à la forma- « tion des composantes verticales, et l'autre à la formation des « composantes horizontales des lettres ;

« 5° L'appareil permit de transmettre 45.000 mots par heure entre « les deux stations, qui furent reçus exactement et clairement ;

« 6° La manipulation de l'appareil parut simple durant toute la

« période des expériences; quoique les conditions atmosphériques « fussent fort variées, une correction ou réglage fut rarement « nécessaire;

« 7° Les expériences faites avec la machine à perforer démontrent « que l'on peut, avec une habileté ordinaire, perforer correctement « 2.000 mots par heure.

« La raison pour laquelle le Ministre hongrois ne peut pas, mal- « gré ces favorables résultats, adopter de manière permanente le « système en question, est que, sur le territoire de la Hongrie, il « n'existe pas deux stations ayant entre elles un trafic suffisant pour « fournir convenablement du travail à ces appareils, même pendant « peu de temps, pour justifier une installation.

« Budapest, le 20 décembre 1902.

« Par ordre du Ministre :

« NADOR VINCZE,

« Représentant le Président du département « des Postes et Télégraphes. »

Voici maintenant la traduction française du document allemand :

« Des expériences ont été faites avec les nouveaux appareils télé- « graphiques rapides Pollak-Virag, du 24 février jusqu'au 14 mars, « sur deux lignes à deux fils de bronze, entre Berlin et Kœnigsberg « (en Prusse), en présence des représentants officiels de l'Adminis- « tration des Postes et Télégraphes.

« L'une de ces deux lignes à deux fils sert aux communications « téléphoniques et est supportée, avec d'autres lignes télégra- « phiques à deux fils, par des poteaux affectés seulement à la télé- « phonie. Elle a une longueur de 710 kilomètres, la résistance de « chacun des fils (4 millimètres et demi de diamètre) étant d'envi- « ron 1.100 ohms. Chacun des télégrammes d'essais envoyés sur « cette ligne par le télégraphe rapide était reçu en bonne écriture, « que la transmission fût faite de jour ou de nuit, dans des conditions « atmosphériques variables. Le plus grand nombre de mots par « heure transmis durant la période d'expérimentation fut d'envi- « ron 40.000.

« Le fonctionnement de ces appareils de télégraphie rapide ne fut « pas affecté par les lignes téléphoniques voisines; mais, d'autre « part, la ligne Pollak-Virag produisit des troubles d'induction sur « toutes les lignes téléphoniques, et dans quelques-unes de celles-ci « les communications téléphoniques furent très altérées.

« La seconde ligne d'expériences consistait en deux fils télégra-
« phiques de bronze, de 3 millimètres de diamètre, fixés aux po-
« teaux téléphoniques ordinaires, reliés de manière à former une
« ligne à deux fils, dans laquelle une section souterraine de la ligne
« (à l'exception de 170 mètres de fil isolé à la gutta) était disjointe
« et remplacée par un fil aérien. La longueur de la ligne à deux fils
« ainsi constituée était d'environ 600 kilomètres, chacun des deux
« fils ayant une résistance d'environ 1.700 ohms.

« Les mêmes appareils de télégraphie rapide de MM. Pollak et
« Virag fonctionnèrent convenablement sur cette ligne et donnèrent
« à la réception une écriture très nette, quoique, de temps à autre,
« plusieurs ou tous les autres fils télégraphiques voisins se soient
« trouvés en service. Les courts télégrammes d'expérience, comme
« le sont ordinairement les télégrammes, arrivèrent sans erreurs.
« En un cas, l'appareil fonctionna sans interruption pendant cinq
« minutes; dans cette dépêche d'environ 2.800 mots, quelques rares
« endroits étaient illisibles; cela était dû probablement au fonc-
« tionnement du moteur, qui était trop usagé et quelquefois tournait
« trop lentement, et à une altération du ruban de papier.

« La vitesse que montrèrent les transmissions expérimentales
« atteignit environ 32.000 mots par heure.

« On ne constata pas de phénomènes d'induction dans les fils
« télégraphiques voisins.

« La manipulation du transmetteur ainsi que celle du récepteur,
« qui, durant les essais, étaient manipulés par M. Pollak lui-même,
« ne sembla présenter aucune difficulté, ainsi d'ailleurs que le per-
« forateur, qui se présente comme une machine à écrire et que l'on
« actionne de la même manière. Autant qu'on peut l'observer, la
« machine à perforer fonctionna sans fautes.

« Le développement photographique de l'écriture, dans l'appareil
« automatique à développer du récepteur, s'effectua avec régularité.

« Berlin, le 1er mai 1903.

« *Signé :* Sydow,

« Représentant le Secrétaire d'État. »

Il y a un passage dans le document allemand qui mérite plus particulièrement notre attention et dans lequel on signale que, dans quelques lignes téléphoniques, les communications furent très altérées par la ligne Pollak-Virag. En effet ces altérations provenaient uniquement de la mauvaise disposition de ces lignes téléphoniques.

D'ailleurs, dans les expériences entre Berlin et Francfort-sur-Mein, sur une longueur de 550 kilomètres, rien de pareil ne fut constaté ; de même les expériences qui ont eu lieu l'année dernière pendant plusieurs mois entre Paris et Lyon n'ont donné lieu à aucun trouble sérieux, comme le prouve le texte suivant du rapport du Comité technique :

« Un fait à noter est l'immunité complète du système contre les « courants terrestres et ceux du voisinage ; d'autre part, le travail du « Pollak est perçu très nettement sur le circuit voisin, mais il « n'apporte aucun trouble dans la communication téléphonique. « Lors de son essai, la mise en route a été pour ainsi dire instan- « tanée et le fonctionnement régulier immédiat.

« En résumé, cet appareil réalise un progrès très marqué sur les « appareils similaires, et la vitesse de transmission (40.000 mots par « heure) dépasse celle de tous les autres appareils connus. »

Nous pouvons ajouter que les expériences ont eu lieu sur deux lignes Paris-Lyon : l'une de 522 kilomètres, en fil de 4 millimètres de diamètre, résistance 751 ohms, capacité 7/5 microfarad ; l'autre de 519 kilomètres, en fil de 3/5 millimètres, résistance 487 ohms, capacité 4/664 microfarad. Les deux fils étaient donc suffisamment différents, et néanmoins aucun trouble ne fut constaté.

En présence de ces succès indéniables, l'Académie hongroise des Sciences, dans sa séance annuelle de 1903, à Budapest, a décerné, en signe d'encouragement, le prix Wahrmann (2.000 francs) aux auteurs de cette invention remarquable.

Si nous passons maintenant à l'examen des conditions de service pratique du système Pollak-Virag, il nous faut tout d'abord remarquer que l'on ne peut pas employer avec ce système des lignes de fil de fer en usage avec les appareils télégraphiques actuels.

En effet de telles lignes, comme on peut bien le penser, ne permettent pas le passage de 300 à 400 émissions de courant par seconde, c'est-à-dire un nombre analogue à celui d'une communication téléphonique.

Il faut donc recourir à des lignes téléphoniques en cuivre ou bronze siliceux pour la transmission des télégrammes rapides. Nous nous empressons d'ajouter qu'il n'est pas nécessaire que ces lignes soient préservées du phénomène d'induction comme devraient l'être les lignes téléphoniques, car les appareils Pollak-Virag, ainsi que l'on peut s'en rendre compte par les schémas représentés plus

haut, possèdent des téléphones dans lesquels les effets d'induction s'éliminent par la disposition même des circuits. Ils sont donc relativement insensibles aux influences inductives, comme d'ailleurs les expériences précitées, surtout celles faites dans ce but en Allemagne entre Berlin et Francfort-sur-Mein, sur une longueur de 550 kilomètres, l'ont prouvé.

Toutefois, les avantages économiques du système ne sont pas altérés par l'emploi de lignes de cuivre, car, en réalité, le système Pollak-Virag procure une considérable économie sur l'établissement des lignes, puisqu'il permet, avec deux fils, de transmettre une même quantité de mots que le système Hughes, par exemple, permet à peine en employant 20 fils.

L'économie principale du système Pollak-Virag réside cependant surtout dans la réduction considérable de personnel et de main-d'œuvre. Pour nous en rendre compte, examinons le tableau suivant, qui offre une comparaison des quatre systèmes actuellement en usage : Morse, Hughes, Baudot et Pollak-Virag, en ce qui concerne leur production, leur capacité et le prix de revient de la transmission des dépêches, à l'aide de chacun de ces systèmes.

Il a été admis, comme base du calcul, que 6.000 mots taxés doivent être transmis entre deux stations par heure ; cela fait, avec les préambules, appels, ordres de service, etc., en réalité 11 à 12.000 mots à transmettre effectivement. Les dépenses, pour l'entretien de la ligne de 500 kilomètres de longueur et l'intérêt du capital investi, sont évaluées à 6.000 francs et les frais par employé à 2.400 francs par an, et par auxiliaire à 1.500 francs par an.

Pour le système Morse, ainsi que pour l'appareil Hughes, il faut deux employés par ligne, tandis que, pour le Baudot, où 4 appareils peuvent travailler en même temps sur une ligne pour transmettre 5 à 6.000 mots à l'heure, il faut huit employés et deux dirigeurs, soit, pour les deux lignes nécessaires avec deux quadruples, vingt personnes, sans compter les six auxiliaires chargés des expéditions, enregistrement, etc. Pour le système Pollak-Virag, il faut le travail simultané de l'employé transmetteur, de l'employé récepteur et de sept employés perforateurs, ainsi que de six auxiliaires. Comme l'appareil a une capacité de 40.000 mots à l'heure, il en résulte que, pour 6.000 mots taxés, soit 12.000 mots effectifs à l'heure, les employés transmetteur et récepteur resteront libres pendant 28/40, soit environ trois quarts d'heure, pour aider à perforer les rubans des dépêches

différentes. Il est également à remarquer que, dans le cas où une partie de la grosse clientèle, comme, par exemple, la presse et la banque, préparerait chez elle les rubans perforés, en les apportant à la place des textes écrits au bureau du télégraphe, le nombre des employés perforateurs pourrait être encore réduit dans une forte proportion.

Mais, même avec les conditions envisagées, le tableau démontre la grande supériorité suivante du système Pollak-Virag :

Système	Production et capacité en mots par appareil et par heure	La transmission de 6.000 mots taxés à l'heure exige — Nombres de dépenses pour					Total par an francs
		lignes	employés	auxiliaires	lignes	employés et auxiliaires	
Morse.....	500 à 2.000	20	40	6	120.000	105.000	225.000
Hughes.....	1.000 à 1.200	10	20	6	60.000	57.000	117.000
Baudot.....	5.000 à 6.000	2	20	6	12.000	57.000	59.000
Pollak-Virag.	40.000	2	2	13	12.000	24.300	35.300

Ce tableau serait encore tout autre si l'on pouvait l'appliquer à une ligne d'un trafic beaucoup plus intense. En effet, le nombre d'employés dans le système Pollak-Virag ne se modifierait que pour les opérateurs chargés de la perforation des bandes, tandis qu'un employé suffit entièrement à la station réceptrice. Or la perforation est le plus simple et le plus rapide de tous les travaux qui viennent en question, et elle se fait aussi rapidement que le travail sur une machine à écrire. Elle ne demande donc aucune notion préliminaire, mais seulement une habileté manuelle.

Comme, d'autre part, le système n'exige aucune marche synchronique des appareils, ce qui serait indispensable pour tout autre télégraphe imprimeur, les manipulations de l'employé expéditeur sont également très simples.

Par conséquent le système Pollak-Virag permet l'emploi d'une main-d'œuvre à bon marché.

Il en résulte en définitive la possibilité d'une réduction très notable des tarifs. Or cette dernière amènera la création de nouvelles sources de trafic et de recettes qu'il nous est impossible de passer sous silence. Nous voulons parler des *lettres-télégrammes* qui sont presque impossibles sous l'ancien régime, ainsi que des *dépêches circulaires*, la même dépêche pouvant être expédiée simultanément dans n'importe combien de directions et de stations distinctes en quelques

secondes au moyen du même ruban perforé, sans autre travail manuel ni préparation ultérieure.

Dès que l'emploi de la correspondance télégraphique sera rendu possible par le bon marché des communications, elle prendra certainement un développement rapide, surtout dans toutes les relations où le trafic postal prend plus d'une demi-journée, une nuit par exemple, c'est-à-dire principalement dans le trafic international. Cela constitue en même temps un changement très favorable au point de vue des recettes et des bénéfices de l'Administration des Télégraphes. En effet, avec les tarifs élevés d'aujourd'hui, le public se contente de courtes dépêches. Or il est démontré qu'avec les systèmes actuels chaque télégramme court représente pour l'Administration une perte effective. Dans le budget anglais, où l'on ne craint pas de représenter le déficit annuel provenant du service télégraphique, ce déficit a déjà dépassé 20 millions de francs par an, avec 673.642 kilomètres de lignes et 42.039 appareils télégraphiques, dont seulement 5.901 Morse. En France, le budget ne porte que les résultats d'ensemble des Postes, Télégraphes, Téléphones, et le déficit des deux derniers services est donc masqué par les bénéfices réalisés dans le service des Postes. D'après divers renseignements, nous ne devons pas nous tromper beaucoup en estimant pour 1903 le déficit des Télégraphes français (France et Algérie) à 9 millions par an, avec 700.000 kilomètres de lignes et 18.992 appareils, dont 13.354 Morse.

D'après le rapport officiel n° 2094 (p. 113) adressé au Parlement, pour l'exercice 1905 :

Le déficit des Télégraphes fut en France.	9.777.983 francs
Et le déficit des Téléphones.....	1.980.734
En face de l'excédent de recettes des Postes de.....	75.471.021

Ces chiffres parlent d'eux-mêmes.

Avec le télégraphe rapide, ces déficits se changeraient rapidement en bénéfices. En effet, aussitôt que les tarifs pourront être abaissés de telle sorte que l'on puisse expédier des dépêches jusqu'à 50 mots, c'est-à-dire de véritables lettres, pour 0 fr. 50, et jusqu'à 200 mots pour 1 franc, les petites dépêches disparaîtront complètement, car leur usage n'a été imposé que par les tarifs élevés actuels.

Ces lettres-télégrammes pourront être apportées au bureau préala-

blement perforées à domicile, quand l'expéditeur est une grande maison de commerce. Pour le reste du public, qui ne pourra pas se procurer une machine à perforer, on installerait dans les bureaux de postes des employés spéciaux chargés de perforer les lettres-télégrammes contre une rémunération minime.

Prenons comme exemple la ligne Paris-Dijon-Lyon-Marseille avec un appareil complet dans chacune de ces quatre villes. Il faudra 4 fois 2, soit 8 employés, et, avec la relève, en tout 16 employés, mettons même à 3.000 francs par an, soit ensemble 48.000 francs par an pour transmettre en tout 4.000 lettres-télégrammes par jour. Or, si l'on n'expédiait à chacune des 4 stations que 25 lettres-télégrammes à 1 franc par jour, c'est-à-dire 200 lettres en tout, la recette annuelle de 300 jours serait déjà de 60.000 francs, ce qui couvrirait largement le prix de revient, et le trafic pourrait devenir vingt fois plus considérable sans la plus petite dépense supplémentaire.

Dans les relations internationales, les résultats seraient encore beaucoup plus élevés, sans compter que les lignes et appareils pourraient, en outre, réaliser un bénéfice considérable par le trafic fourni par la presse pendant les heures de la nuit.

Aussi nos chiffres se passent de tout commentaire et, en considérant tous ces faits, nous devons reconnaître que le télégraphe rapide Pollak-Virag constitue une invention fort ingénieuse, qui est pleine d'avenir et peut avoir de grandes conséquences à tous égards.

BULLETIN DES SÉANCES

DE LA

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

38728. PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
55, quai des Grands-Augustins.

BULLETIN DES SÉANCES

DE LA

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE,

RECONNUE COMME ÉTABLISSEMENT D'UTILITÉ PUBLIQUE

PAR DÉCRET DU 15 JANVIER 1881.

RÉSUMÉ DES COMMUNICATIONS

faites pendant l'année 1906.

PARIS,

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ,

44, RUE DE RENNES,

1906

RÉSUMÉS DES COMMUNICATIONS

FAITES PENDANT L'ANNÉE 1906.

SÉANCE DU 5 JANVIER 1906.

PRÉSIDENCE DE M. H. PELLAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 15 décembre 1905 est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 19 janvier prochain.

M. BESSON, Ingénieur des Arts et Manufactures, Administrateur délégué de la Société centrale de Produits chimiques, à Paris.

Mlle CARON, Directrice du Lycée de jeunes filles de Laval.

MM. CHEER, Professeur, à Paris.

DUCHANGE (Maurice), Ancien élève de l'Ecole Polytechnique, Ingénieur de la Cie des Mines de Béthune, à Bully les-Mines (Pas-de-Calais).

FRIDERICH (Louis), Docteur ès Sciences, à Paris.

GAILLARD (Jules), Professeur au Collège Stanislas, à Paris.

JAGER (Gustave), Docteur Professeur de Physique à « Technischen Hochschule », à Vienne (Autriche).

JORDAN (Charles), Docteur ès sciences, à Budapest (Hongrie).

KOHLRAUSCH (Friedrich), Docteur President a D. Physikalisch Technischen Reichsanstalt, à Marburg (Bezick Cassel).

MACALUSO (D.), Docteur-Professeur, à l'Université de Palerme (Italie).

PRZIBRAM (Karl), Docteur Privat docent de Physique, à l'Université de Vienne (Autriche).

M. le PRÉSIDENT annonce que le Rapport de la Commission des comptes sera envoyé à tous les Membres de la Société et que l'on votera sur son adoption à la séance du 19 janvier 1906.

M. le PRÉSIDENT informe la Société que le 44e Congrès des Sociétés savantes s'ouvrira, à la Sorbonne, le mardi 17 avril prochain, à 2h précises. Ses travaux se poursuivront durant les journées des mercredi 18, jeudi 19 et vendredi 20 avril.

Le samedi 21, M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts présidera la Séance générale de clôture, dans le grand Amphithéâtre de la Sorbonne.

Sur l'entretien électrique du pendule. — M. LIPPMANN s'est proposé de construire une horloge électrique, sans perturbations. Le problème n'est pas celui de la transmission de l'heure ou de la synchronisation. Il s'agit de réaliser une horloge indépendante, automotrice, mais sans rouage mécanique.

Les irrégularités des horloges ordinaires sont dans un rouage qu'elles contiennent. M. Lippmann montre que la réaction de l'échappement sur le balancier produit des perturbations qui peuvent être notables : changement de phase et variation de la période. C'est pour cette raison qu'il convient de remplacer le rouage par un système d'entretien électrique.

Le pendule oscille librement, sans entraîner une ancre. A chaque passage par la verticale, il détermine, par l'intermédiaire d'un contact léger, le passage d'un courant instantané. Ce courant traverse une couple de bobines qui attirent un petit aimant fixé au pendule. Celui-ci reçoit donc une brève impulsion à chaque demi-oscillation, et chaque fois dans le sens de son mouvement. Chaque courant, en même temps qu'il agit sur le pendule, s'enregistre en faisant avancer d'un cran l'aiguille des secondes d'une minuterie. Les mouvements de la minuterie sont sans action sur le pendule. Dans un premier dispositif les courants instantanés, déclenchés par le pendule, sont les courants de charge et de décharge d'un condensateur mis périodiquement dans le circuit d'une pile. Dans un second dispositif, dû à M. A. Guillet, les courants moteurs sont les courants induits, direct et inverse, d'un petit transformateur dont le primaire est alternativement ouvert et fermé par le pendule. M. Guillet a vérifié par la méthode des inscriptions que l'entretien électrique n'agit ni sur la période, ni sur la phase de l'oscillation. M. Claude a fait la même constatation sur trois horloges du même type mis en expérience à l'Observatoire du Bureau des longitudes.

Sur les phénomènes pseudo-photographiques. — M. P. Villard s'exprime en ces termes :

Je me suis proposé de rechercher ce qu'il y avait de fondé dans la théorie au moyen de laquelle M. Guébhard explique les résultats qu'il m'a prêtés (1). La lecture des nombreux exposés de cet Auteur n'est pas sans intérêt: le langage et les expressions du voisin y sont traités de « logomachie » ou de « vocables nocifs » ; ses expériences et ses conclusions sont « quelconques » et il est entendu qu'il n'opère qu'« inconsidérément » et « sans mesure ». Ailleurs, M. Guébhard appelle cela « traduire en parler simple la pompe des jargons spéciaux » et emprunte à la traction des véhicules des comparaisons pittoresques qu'il qualifie lui-même de « vulgaires » et qu'on est tenté de rapprocher de la phrase suivante : « ...digne d'enrichir la jolie collection d'images verbales dont nous avons vu se payer complaisamment maints autres auteurs ».

Dans cette thèse contre les continuateurs M. Guébhard reconnaît d'ailleurs n'avoir répété aucune des expériences qu'il explique : on s'en doutait un peu, mais la raison de cette abstention vaut la peine d'être citée : c'est, dit-il, qu'« il risquerait fort de se heurter à des résultats contraires... ».

Ce procédé charitable ne va pas sans quelque intolérance; on est fort malmené si l'on parle d'image latente (2) et, à propos du silhouettage

---

(1) J'ai rectifié les faits principaux dans le *Journal de Physique*. Je me bornerai à dire ici qu'aucun n'a été exactement rapporté par M. Guébhard (destruction par le rouge, avec *descente* progressive au blanc pur transformée en lente *montée* des noirs qui exige, d'après le même auteur, un grand nombre d'heures de plein soleil au lieu de quelques minutes d'exposition dans un spectroscope; expérience comparative, donc à poses identiques, pour le retour à la sensibilité initiale, transformée en deux poses, l'une faible, l'autre très forte, etc.)

Il serait désirable que M. Guébhard fît connaître en détail le « procédé courant d'effacement des images au Soleil » qui rendrait les plus grands services et que je ne suis sans doute pas seul à « vouloir ignorer ». Ce serait particulièrement intéressant pour les papiers à noircissement direct sans développement.

(2) Il est regrettable que M. Guébhard n'ait pas fait connaître les expériences au moyen desquelles il a résolu le problème de l'image latente.

nécessairement réclamé par la « fonction photographique », l'auteur en question s'élève avec véhémence contre « ceux qui, sous le couvert de simples contradictions verbales, prétendraient l'y soustraire » (1).

Ce n'est pas seulement le silhouettage que revendique M. Guébhard; le renversement des raies du spectre, les doublets et triplets (phénomène de Zeeman?), certaines images solaires (couronne?) et même le ligament noir du passage de Vénus.

Les expériences sur lesquelles se fonde toute cette théorie mathématique de la photographie sont d'ailleurs peu variées : elles se réduisent à l'inversion par développement lent prolongé, et à de nombreux essais de surexposition en lumière blanche. Aucune valeur numérique n'est indiquée pour la courbe représentative de l'impression en fonction de la pose, courbe qui est simplement donnée comme « schéma symbolique ». Dans ses récentes recherches sur ce sujet, M. Guébhard manifeste une prudence d'interprétation (2) qui fait espérer que, quand cet Auteur aura réalisé les expériences (encore en projet) sur les diverses couleurs, il sera moins affirmatif sur leurs propriétés.

J'ai donc examiné les deux faits suivants : 1° relèvement des noirs par exposition très prolongée; 2° inversion par développement de longue durée.

I. *Relèvement des noirs par exposition prolongée.* — MM. Lumière avaient expliqué ce fait par l'addition du noircissement direct à l'effet du développement. Comme le noircissement direct va toujours en croissant, il ne peut, en effet, que relever les noirs et l'explication est très satisfaisante. M. Guébhard n'a pu opposer aucun fait à cette manière de voir; je puis en signaler un qui la confirme : les pellicules Eastmann, avec lesquelles le relèvement des noirs est bien plus rapide que sur plaques Lumière, donnent précisément un noircissement direct beaucoup plus rapide aussi que ces dernières, ce qu'il est facile de vérifier par comparaison.

II. *Inversion par développement prolongé.* — M. Guébhard a érigé en « loi générale du développement forcé » un phénomène qu'on observe avec certains bains, moyennant une durée qui peut atteindre une semaine, et seulement avec des clichés dont une partie au moins est très sous-exposée. Ce phénomène consiste dans l'inversion de l'image, comme par solarisation. Suivant le même auteur, le révélateur pourrait ainsi compenser, jusqu'à inversion, le défaut de pose, et l'on pourrait toujours avoir

$$\text{Action physique (Lumière)} + \text{action chimique (bain)} = \text{constante.}$$

Si cela était exact, en augmentant la pose on faciliterait évidemment l'inversion. C'est le contraire qui a lieu (3).

MM. Lumière ont signalé la possibilité d'expliquer le fait par le voile dichroïque. Cette manière de voir est en effet exacte.

Un cliché sous-exposé étant mis dans un bain dilué (4) se développe d'abord, puis s'inverse peu à peu; il faut une vingtaine d'heures au moins

---

(1) La contradiction dont il s'agit a été créée par M. Guébhard lui-même qui avait décrit une ligne noire là où était une ligne claire, et a donné ensuite une interprétation qui n'est pas davantage conforme aux faits comme on le verra plus loin.

(2) *Comptes rendus*, t. CXLI, 1905, p. 559. Il est question dans cette Note de deux maxima; est-ce le premier et le second, ou le second et un troisième, l'auteur fait toutes réserves à ce sujet.

(3) D'après les observations mêmes de M. Guébhard.

(4) Par exemple, métoquinone et sulfite de soude.

pour avoir l'inversion complète. Il s'est donc formé une image positive qui, finalement, a imposé son signe à l'ensemble de l'épreuve.

En même temps, le cliché se fixe complètement (par dissolution du bromure d'argent dans le sulfite de soude); ce fixage se produisant avant achèvement de l'inversion, il en résulte que l'image positive formée n'est pas l'effet d'un développement réel, puisque le bromure d'argent a disparu, et avec lui l'impression lumineuse. On ne peut donc attribuer l'inversion qu'au bain d'argenture formé par le bromure d'argent dissous et le réducteur, bain qui se manifeste par l'argenture plus ou moins sulfurée de la cuve et par un dépôt d'argent, voire de soufre, qui trouble le liquide. Tout ce qui facilite la formation du bain d'argenture (dose plus forte de sulfite de soude, addition de plusieurs plaques dans la cuve), accélère l'inversion et accentue les effets accessoires (dépôt d'argent, etc.).

Or le voile dichroïque est également dû à la présence simultanée d'argent dissous et de réducteur (fixateur ayant servi plusieurs fois, fixage sans lavage préalable, surtout avec la pyrocatéchine ou la métoquinone, ou *immersion dans le révélateur du cliché sortant du fixateur*). Ce voile présente en outre la très remarquable propriété d'être non pas uniforme, mais en raison inverse de l'intensité des diverses parties du négatif. *Le voile dichroïque est un positif*, et, comme tel, il est maximum dans les grandes transparences des clichés sous-exposés.

Il en est de même dans l'expérience en question. Les parties les moins impressionnées (particulièrement les bords de la plaque cachés par le châssis) s'inversent les premiers. On vérifie que la lumière n'est pour rien dans ce phénomène en constituant un cliché avec une plaque coupée en deux, l'une des moitiés étant seule exposée. Ce cliché spécial s'inverse mieux que tout autre. L'action physique (lumière) ne joue donc ici aucun rôle, et on en a la preuve immédiate en prenant un vieux cliché à blancs purs, faible de préférence pour mieux voir l'inversion, et l'immergeant dans un bain de métoquinone additionné de bromure d'argent. Peu à peu le voile dichroïque se forme, commençant par les fortes transparences du cliché, envahissant (difficilement) les demi-teintes à mesure qu'il devient plus intense, et l'inversion a enfin lieu, l'image positive fournie dépassant en intensité le négatif. Suivant la concentration du bain et surtout sa teneur en argent, l'expérience dure de 10 minutes à plusieurs jours.

On peut également imprégner le cliché d'un sel d'argent (sulfite, chlorure, bromure, dissous dans le sulfite ou l'hyposulfite de soude, ou plus simplement l'azotate d'argent), puis faire agir un révélateur : on obtient l'inversion en quelques instants.

On observe en même temps des dépôts d'argent métallique et l'aspect spécial des clichés inversés par développement prolongé (teinte blanchâtre du positif surajouté, ce qui donne à l'épreuve l'aspect négatif par réflexion).

Ainsi la lumière n'est pour rien dans cette inversion, et la sous-exposition sert uniquement à fournir les grandes transparences favorables au dépôt ultérieur de l'argent, comme pour le voile dichroïque.

Ce dépôt d'argent est à grain très fin (bleuâtre, violet, bistre ou rouge). Il est manifestement exclu des régions de la gélatine où il y a une image à gros grain (le négatif) provenant du développement ordinaire. Nombre d'expériences semblent indiquer qu'en général des particules très fines en voie de formation sont exclues par un dépôt préexistant à gros grain et attirées par un dépôt à grain fin, soit par action directe, soit par modification des propriétés du milieu, c'est-à-dire de la gélatine.

Ainsi un dépôt d'or réduit (or rose), formé dans une région d'une plaque de gélatine, constitue une image qui, loin de s'inverser dans les bains d'argenture précédents, s'y renforce par addition d'argent et c'est uniquement sur l'or que l'argent se dépose.

Une image de noircissement direct, sur papier salé ou plaques photographiques, surtout à grain fin, fixée (ou non), attire le dépôt d'argent ou un dépôt d'or. Une image de solarisation (aspect blanchâtre de l'argent à grain fin) se comporte de même.

Un très léger voile d'oxalate calcaire (acide oxalique, puis eau ordinaire) attire l'or réduit par certains réducteurs (oxalate de potasse).

L'expérience suivante, tout à fait singulière, montre qu'il s'agit ici non de Photographie, mais de Mécanique des petites particules : on détruit complètement, par le cyanure rouge et l'hyposulfite, un cliché quelconque; on le lave et, après séchage si l'on veut, on traite cette gélatine sans image par le bain de chlorure d'argent dissous dans le sulfite de soude et le révélateur à la métoquinone (étendu). Aussitôt *le cliché détruit reparaît* (1), à peu près identique à ce qu'il était auparavant. On peut le détruire à nouveau et recommencer. La trace laissée dans la gélatine par l'image est presque indélébile.

On peut varier à l'infini ces expériences; voici quelques exemples :

1° Négatif à blancs purs (cercle blanc sur fond noir ou gris par exemple) traité avant ou après fixage par le chlorure d'or (avec un peu d'acide oxalique), puis, au bout de quelques instants, par l'oxalate neutre de potasse (pas trop froid).

Il se forme une image positive d'or, presque toujours fortement miroitante sur le côté gélatine. Ce dépôt d'or est généralement bleu.

Même expérience en réduisant par le sulfate ferreux concentré et à 20° ou 22° (il est préférable de fixer le cliché). La réduction est très rapide et il faut agiter vivement pour éviter les taches.

2° Même expérience avec le chloropalladite de potassium, qu'il suffit de verser sur le cliché avec un peu de formiate de soude; miroir de palladium.

3° On peut aussi remplacer le chlorure d'or par le chloroplatinite de potassium (avec acide oxalique), puis réduire par l'oxalate ferreux à 35°; on a une image positive en platine.

Dans ces expériences, l'image d'argent est nécessairement virée et ne peut être enlevée. Les procédés suivants permettent de la supprimer :

4° Le cliché est traité par le permanganate de potasse (additionné de persulfate d'ammoniaque de préférence), ce qui donne un négatif en hydrate manganique. On l'imprègne de chlorure d'or fortement acétique, puis on le plonge dans le sulfate ferreux tiède. L'image positive aurique se forme aussitôt. L'hydrate manganique disparaît en partie, on achève de l'enlever avec l'acide oxalique ou chlorhydrique (dilué), on a ainsi une véritable inversion, dans laquelle les noirs primitifs deviennent réellement des blancs.

5° Les plus beaux résultats s'obtiennent en transformant le négatif (2) en ferrocyanure d'argent ammoniacal (par le cyanure rouge à 2 pour 100 additionné de *très peu* d'ammoniaque); ce corps oppose un obstacle presque absolu au dépôt d'or. On emploie le chlorure d'or (sans acide oxalique), on réduit par l'oxalate de potasse à saturation et tiède.

---

(1) En insistant, l'image négative revenue au ton primitif cesse de monter, comme si le grossissement du grain arrêtait la précipitation d'argent. Le bain continuant à réduire l'argent, le voile dichroïque se forme et il y a inversion, comme avec un négatif ordinaire.

Ces expériences expliquent parfaitement les inversions observées en essayant de renforcer les images sur collodion. C'est en effet une image de noircissement direct qu'on traite par un bain d'argenture. On a vu qu'une semblable image se renforce dans ces conditions. Mais elle ne peut condenser un poids indéfini d'argent; il y a saturation. Si alors on insiste pour essayer d'obtenir des détails dans les ombres, l'inversion se produira, précisément favorisée par les trop grandes transparences du cliché sous-exposé.

(2) Cliché de préférence heurté et à grandes transparences.

En réitérant l'expérience on obtient telle intensité qu'on veut; on fait franchir au dépôt d'or toutes les demi-teintes jusqu'à commencement d'attaque du ciel, et l'on obtient alors une image pourpre très vigoureuse (1). On enlève ensuite l'image négative par l'iodure de potassium concentré et il reste un positif à blancs parfaitement purs, formés d'or colloïdal transparent rouge pourpre.

6° Une image aurique faible, obtenue d'une manière quelconque, et d'intensité variée, étant traitée par les bains d'argenture déjà indiqués, se renforce considérablement et proportionnellement à son intensité. Cette image artificielle se comporte comme les images de noircissement direct.

7° Sur une plaque fixée sans image et lavée, puis imprégnée de chromate de potasse étendu, on fait un dessin quelconque avec une solution concentrée d'azotate de plomb s'écoulant d'une pipette, puis on lave à très grande eau. On a du chromate de plomb transparent.

Si l'on essaye ensuite de produire un précipité de sulfate de baryte (azotate de baryte et sulfate de soude) dans ce cliché spécial, il s'inverse immédiatement, c'est-à-dire que le sulfate de baryte, exclu par le chromate de plomb, est le positif du négatif constitué par ce dernier sel.

Cette forme particulière de l'expérience de M. Guébhard prouve surabondamment que la lumière n'y joue aucun rôle.

III. *Silhouettage.* — M. Guébhard a décrit à ce sujet une ligne noire séparant une plage solarisée d'une plage entourante (ou entourée) sous-exposée. La continuité exige en effet qu'entre ces deux minima il y ait un maximum. Mais, si l'on photographie par exemple un cercle blanc sur fond noir, jusqu'à solarisation, cette ligne de pose optima, limite du domaine de la solarisation, s'écartera du contour de l'image d'autant plus que la pose sera plus longue et la diffusion de la lumière dans la couche sensible plus considérable. Le mot de *silhouettage* paraît alors impropre; d'autre part l'épreuve présentée à la Société et décrite dans le procès-verbal montrait un liséré non pas noir, mais blanc.

Le même auteur a expliqué le fait rectifié en admettant que la plage la plus posée remontait vers le relèvement des noirs après solarisation. Or, cette plage était, d'une pose à la suivante, non pas montante mais descendante: d'autre part, elle avait reçu 30 secondes de rayons X et 4 secondes de la lumière d'un bec Auer à 50^{cm}, soit environ un million de fois moins qu'il ne serait nécessaire pour relever les noirs (2) sur les émulsions les plus favorables, d'après les expériences mêmes de M. Guébhard.

Il serait, je crois, excessif d'appeler *silhouettage* le renforcement qui dessine généralement le contour d'une tache sur gélatine par exemple (3).

Le silhouettage est une ligne claire séparant un dépôt en formation d'un dépôt préexistant qui exclut le second. C'est le cas de toutes les inversions précédemment décrites. Pour ces expériences un cliché sans demi-teintes (cercle blanc sur fond noir) convient parfaitement.

Quand le dépôt formé en second lieu, et sur lequel le silhouettage est nécessairement pris, devient très intense, la ligne claire arrive généralement à se combler. Cependant avec le platine cela ne m'a pas été possible.

Suivant l'intensité du premier dépôt, dont celle du second est indépendante, l'image silhouettée sera à volonté positive ou négative.

---

(1) La gélatine est tamisée par le cyanure, circonstance avantageuse pour la fin de l'expérience, mais qui a pour effet de modifier le grain du dépôt. Au lieu d'or bleu miroitant, on a de l'or pourpre sans miroitement.

(2) Quelques heures d'insolation directe.

(3) Ce renforcement s'observe aisément en déposant une goutte d'azotate d'argent sur de la gélatine, et réduisant ensuite : le contour de la goutte apparaît d'abord et reste prépondérant. De même en déposant une goutte d'azotate de plomb sur de la gélatine imbibée de chromate de potasse.

La largeur (très faible) de cette bande claire paraît être minima avec un second dépôt à grain très fin (or rouge) et le silhouettage se comble alors sans difficulté.

Le phénomène n'est pas dû à l'obstacle opposé par l'invisible pénombre bordant le premier dépôt. On peut, en effet, produire le silhouettage de manière à écarter cette interprétation :

Sur une plaque de gélatine imprégnée de chromate de potasse puis lavée sommairement et épongée on verse une grosse goutte d'azotate de plomb qu'on étale ensuite par saccades; on a du chromate de plomb transparent; mais les contours successifs de la goutte étalée sont tous marqués (sauf le dernier) par un silhouettage clair séparant chaque plage de celle formée avant elle.

On peut faire du silhouettage photographiquement : On expose un instant à la lumière d'une bougie une plaque photographique antihalo sur laquelle on a appliqué une cache de forme quelconque. On développe, puis, après lavage, on expose de nouveau à la lumière (sans la cache). La plage déjà développée forme cliché protégeant le bromure sous-jacent; la partie réservée s'impressionne seule ou au moins d'une façon prépondérante. Développant à nouveau, cette région rattrape la première, mais avec un grain différent (ton brun) et elle est fortement silhouettée en blanc.

On peut encore, sur une plaque uniformément exposée, déposer une goutte de révélateur à la pyrocatéchine, puis, presque aussitôt, traiter par l'hydroquinone. On obtient un disque noir fortement auréolé d'une teinte claire sur fond noir.

Si l'on intervertit l'ordre des révélateurs on n'observe rien de semblable.

Ainsi, tous ces phénomènes, d'une évidente généralité, ne sont pas autre chose que des actions réciproques de particules très petites dans un milieu spécial dont l'action n'est sans doute pas nulle (1). Ils peuvent s'observer en photographie, puisqu'on y utilise ces particules, mais ils n'ont rien de commun avec les actions chimiques de la lumière.

Si donc on laisse de côté, dans la théorie de M. Guébhard, l'affirmation non vérifiée que lumière, chaleur, émanations, rayons X, etc. produisent les mêmes effets (2), on voit qu'il en subsiste ceci :

Le développement peut compenser (dans une certaine mesure) un écart modéré de pose au voisinage du temps de pose photographique normal.

Quand une plaque photographique est exposée par échelons à la lumière pendant des temps de plus en plus grands, le noircissement produit par le révélateur augmente d'abord avec la pose, puis diminue (3), le relèvement ultérieur des noirs s'expliquant par le noircissement direct.

Ce qu'on savait déjà.

En prolongeant l'action de certains révélateurs lents, on inverse une image sous-exposée.

Ce qui, d'après ce qu'on a vu plus haut, est juste aussi photographique que la formation d'un précipité de sulfate de baryte.

---

(1) Il y a, par exemple, dépression de la gélatine sur une plage où l'on a réd de l'or.

(2) Il convient de rappeler, à ce sujet, la photographie des couleurs par Ed. Becquerel.

(3) Pour les émulsions courantes le point culminant correspond environ à une minute d'exposition à $0^{m},50$ d'un bec Auer. Le temps de pose *normal* est au moins 200 fois plus petit.

RAPPORT DE LA COMMISSION DES COMPTES

SUR L'EXERCICE 1904-1905.

MESSIEURS,

Le compte de l'Exercice clos le 30 novembre dernier comprend les articles suivants :

Recettes.

			fr
En caisse au 1er décembre 1904			2320,44
		fr	
Cotisations arriérées		490,00	11240,00
» 1905		10750,00	
Entrées			370,00
Souscriptions perpétuelles			3800,00
Intérêt du capital			7540,87
Vente des publications de la Société			1160,25
Subvention ministérielle			240,00
Dons Guébhard			300,00
» Anonyme			500,00
» Abraham (sa part dans les droits d'auteur pour la traduction allemande du *Recueil d'Expériences*)			367,80
Vente d'appareils provenant de la collection de M. Wormis de Romilly			2322,45
TOTAL DES RECETTES			30161,81

Dépenses.

	fr
Loyer du siège social	600,00
Traitement de l'agent et gratification	2600,00
Achat de livres	57,05
Abonnements et reliures	276,50
Indemnité pour le service de la Bibliothèque	525,00
Bibliothèque circulante	97,35
Frais de bureau, étrennes	1539,25
Distribution du *Bulletin* et des *Ordres du jour*	2288,07
Recouvrement des cotisations	415,40
Frais d'expériences	404,55
Séance de Pâques	1568,40
Gravure du *Bulletin*	262,80
Impressions Deslis	1277,40
» Gauthier-Villars	2658,95
Ions : traductions et impression	12134,39
Port des volumes des *Ions*	547,00
Divers	256,80
TOTAL DES DÉPENSES	27508,91

D'où résulte un excédent de recettes, en caisse au 1er décembre 1905, de 2652,90

Situation.

La situation de la Société au 30 novembre 1905 se résume ainsi :

Actif.

	fr
516 obligations Nord, Est, Paris-Lyon-Méditerranée, Midi, Orléans et Ouest achetées 229678fr,20 et valant au 30 novembre 1905	241481,00
En caisse au 30 novembre 1905	2652,90
TOTAL DE L'ACTIF IMMÉDIATEMENT RÉALISABLE	244133,90

Sur le prix 79996fr,90 de 190 des obligations ci-dessus ne provenant pas de l'achat fait en conformité du testament Worms de Romilly, une somme de 63500fr, égale au montant des souscriptions perpétuelles recueillies, correspond au placement obligatoire prévu aux Statuts (articles III et XIX) pour l'emploi des fonds provenant du rachat des cotisations annuelles.

Passif.

Néant.

Actif non immédiatement réalisable.

Indépendamment des titres déposés en banque et qui constituent son avoir immédiatement réalisable, la Société possède, en dépôt chez M. Gauthier-Villars, un grand nombre de volumes qui augmentent sensiblement son avoir. En voici le relevé :

Coulomb	525	3298 volumes.
Ampère I	579	
» II	713	
Pendule I	700	
» II	781	
Constantes I	711	2383 volumes.
» II	793	
» III	879	

Soit 5681 volumes ..... portés pour mémoire.
Cotisations à recouvrer, évaluées à 500fr,00

Statistique.

Au 1er décembre 1904		997 Membres.
Reçus en 1905		218
TOTAL		1215
A déduire :		
Décédés	16	46
Démissionnaires ou rayés	30	
Membres au 1er décembre 1905		1169

savoir :

457 à Paris,
448 en province,
264 à l'étranger,
1169

Les membres perpétuels sont au nombre de 332, savoir :

			fr		fr
305	(dont 58 décédés)	ayant versé...	200,	soit.....	61000,00
6	(dont 1 décédé)	» ...	150,	»	900,00
11	(dont 1 décédé)	» ...	100,	»	1100,00
10		» ...	50,	»	500,00
332					63500,00

La Commission a pu constater, comme d'ordinaire, l'ordre et la régularité des écritures de Monsieur le Trésorier, ainsi que son dévouement dans l'accomplissement de sa tâche; elle vous propose, Messieurs, d'approuver les comptes ci-dessus exposés et elle vous demande, en outre, de vouloir bien adresser à M. de la Touanne de sincères remerciements.

Paris, le 29 décembre 1905.

Les Membres de la Commission,
J. Gay, Vieille; Girardet, Rapporteur.

SÉANCE DU 19 JANVIER 1906.

Présidence de M. E.-H. Amagat.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.
Le procès-verbal de la séance du 5 janvier est lu et adopté.

M. le Président déclare le scrutin ouvert pour la nomination du vice-président, du vice-secrétaire et pour le renouvellement partiel du Conseil.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.
Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 2 février.

MM. Bardet (Dr G.), Secrétaire général de la Société de Thérapeutique, à Paris.
Bauer (Edmond), Agrégé de Physique, à Paris.
Chanoz (Dr), Chef des Travaux pratiques de Physique à la Faculté de Médecine, à Lyon.
Chomat (l'abbé Pierre), Licencié ès Sciences, à Paris.
Duclaux (Jacques), Dr ès Sciences, Préparateur à l'Institut Pasteur, à Paris.
Hartmann (Louis), Lieutenant-Colonel d'Artillerie en retraite, au Vésinet (Seine-et-Oise).

MM. Hondl (Stanko), Dr en Philosophie, Professeur au Gymnase, Professeur agrégé de l'Université, Zagreb (Agram), Croatie.
Imbert, ancien Directeur des Études à l'Ecole centrale, Membre du Conseil de perfectionnement, à Paris.
Lallemand (Charles), Ingénieur en chef des Mines, Directeur du Nivellement général de la France, à Paris.
Malassez, Préparateur à la Faculté des Sciences, à Paris.
Massiot, Constructeur d'Instruments de précision (Maison Radiguet-Massiot), Paris.
Robert (Charles-Marie), Professeur au Collège de Clermont-l'Hérault.

M. le Secrétaire général signale les Notes suivantes de M. D. Tommasi :

1° Préparation électrolytique de l'étain spongieux. — 2° Remarque sur l'expression *densité de courant.*

M. le Président annonce les pertes douloureuses que la Société vient de faire en les personnes de M. *G.-A.-W. Kahlbaum,* Dr Professeur à l'Université de Bâle (Suisse), et de M. *Théodore Schwedoff,* Professeur et ancien Recteur de l'Université d'Odessa (Russie).

M. G. Claude invite les Membres de la Société à visiter l'Usine de l'Air liquide (Usine de Boulogne-sur-Seine), le mercredi 24 janvier, à 3 heures de l'après-midi. Un tramway spécial partira du Louvre à 2 heures et demie pour cette visite.

M. le Président rappelle que le Rapport de la Commission des Comptes sur l'exercice 1904-1905 a été adressé à tous les Membres de la Société; il demande s'il y a quelques objections à faire à ce Rapport. Aucune observation n'étant présentée, le Rapport de la Commission des Comptes est mis aux voix et adopté.

Sur la proposition du Conseil : M. Gabriel Lippmann, Membre de l'Institut, et Lord Rayleigh R. F. S. sont élus à l'unanimité Membres honoraires de la Société.

M. le Président proclame le résultat du vote. Sont élus :

Vice-Président : M. Henri Le Chatelier, Ingénieur des Mines, Professeur au Collège de France.
Vice-Secrétaire : M. Debierne, Préparateur à la Faculté des Sciences.

Sont élus Membres du Conseil, pour une période de trois années, 1906-1909 :

Membres résidants :

MM. Féry (Ch.), Professeur à l'École de Physique et de Chimie.
Henri (Victor), Préparateur de Physiologie à la Faculté des Sciences.
Langevin (P.), Professeur suppléant au Collège de France.
Picou (R.-V.), Ingénieur des Arts et Manufactures.

Membres non résidants :

MM. Buisson (H.), Professeur à la Faculté des Sciences de Marseille.
Hale, Directeur de l'Observatoire de Mount-Wilson (U. S. A.).
Lamotte (M.), Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand.
Lorentz (H.-A.), Professeur à l'Université de Leyde (Hollande).

M. E.-H. Amagat prononce l'allocution suivante :

« Messieurs,

« L'usage veut qu'en cette séance le président de la Société ou celui qui en tient la place, avant de résumer les travaux de l'année, rende un dernier hommage à la mémoire de nos confrères décédés.

» Le premier que je rappellerai à votre souvenir sera celui qui, ce soir encore, devrait occuper ce fauteuil; permettez-moi donc de vous redire la carrière si bien remplie, quoique modeste, de notre regretté président H. Dufet, son dévouement à la Science, à notre Société, les services qu'il nous a rendus.

» Si les vides que la mort a faits parmi nous, pendant l'année qui vient de s'écouler, n'ont pas été plus nombreux que d'habitude, la perte n'en a pas moins été particulièrement grande, par la valeur de ceux que nous avons perdus.

» Peu de jours après la mort prématurée de H. Dufet, nous apprenions celle non moins soudaine du colonel Ch. Renard; des circonstances regrettables et dont il est permis de supposer qu'elles ont pu hâter l'heure de sa mort n'ont pas permis, à cet aimable et infatigable travailleur, de tirer de son œuvre les résultats dont il avait préparé et accumulé les matériaux, et la mort l'a frappé avant qu'il ait pu recevoir la haute récompense qu'il avait ambitionnée et à laquelle il avait, certes, le droit d'aspirer.

» Au mois de mai dernier, nous faisions une perte irréparable, mais à laquelle malheureusement nous étions préparés depuis longtemps. A. Potier, membre de l'Institut, ancien président de la Société, était emporté par la longue et cruelle maladie qui l'avait pendant si longtemps tenu éloigné de nos séances; ingénieur, mathématicien, physicien, géologue éminent, il a servi la Science jusqu'à son lit de mort; A. Potier était depuis plusieurs années Membre honoraire de la Société française de Physique.

» Permettez-moi encore de rappeler à votre souvenir l'un de nos Membres les plus anciens, l'un de ceux qu'on peut considérer comme les fondateurs de notre Société. Em. Fernet, ancien professeur au lycée Saint-Louis où il avait enseigné la Physique pendant près de vingt ans, était devenu, après une brillante carrière universitaire, inspecteur de l'Académie de Paris, puis inspecteur général de l'Université.

» Er. Bichat, que nous avons perdu pendant les dernières vacances, appartenait aussi à la Société de Physique depuis sa fondation; physicien distingué, il était Correspondant de l'Académie des Sciences; doyen depuis longtemps de la Faculté des Sciences de Nancy, il avait puissamment contribué à en faire une des mieux organisées que nous ayons en France.

» A ces noms déjà trop nombreux j'ai le pénible devoir d'ajouter une liste malheureusement fort longue; nous avons perdu encore dans le courant de l'année dernière : M. Delaurier, ingénieur; M. Delmas, professeur au lycée de Toulon; M. Maroto, professeur à l'Ecole des Arts et Industries de Madrid; M. Despratz, principal honoraire; M. Lemström, professeur à l'Université de Helsingfors; M. Muller, professeur au lycée du Puy; M. Tacchini, directeur du Bureau international météorologique d'Italie, à Rome; le baron Arnould Thénard, chimiste agronome; M. le Dr Fournier, à Rambervilliers (Vosges); M. Guerre, constructeur-électricien, et enfin, tout récemment, M. Radiguet, ingénieur-électricien, constructeur.

» Malgré des pertes si nombreuses, jamais le nombre des Membres de la Société ne s'est accru dans une aussi forte proportion qu'en 1905; le nombre des présentations a été, depuis le 1er décembre 1904 jusqu'au 15 décembre dernier, de 55 pour Paris et le département de la Seine, de 129 pour la province et de 92 pour l'étranger, soit 276 présentations; le nombre total des membres est actuellement de 1257.

» Les séances de Pâques ont été cette année brillantes à tous les points de vue; l'Exposition a été remarquable et le nombre des exposants si considérable qu'il faut renoncer même à rappeler seulement, le nom de ceux qui y ont été particulièrement remarqués. Que serait-ce, Messieurs, s'il fallait faire un compte rendu, même très superficiel, de l'Exposition pédagogique; plus de 150 professeurs, appartenant aux divers degrés de l'enseignement, avaient répondu à notre appel; on peut dire qu'ils ont rivalisé de dévouement à leurs fonctions et d'ingéniosité: l'idée première et la réalisation de cette heureuse innovation sont dues surtout, si je ne me trompe, à notre ancien et honoré président M. Joubert, dont vous connaissez tous l'infatigable dévouement à la Science en général et à notre Société en particulier.

» Permettez-moi encore de vous rappeler, Messieurs, la série de conférences, si magistralement inaugurée par M. le professeur Lorentz et brillamment continuée depuis, d'abord pendant la session même de Pâques par MM. Janet, P. Weiss, Le Blanc, de Kowalski, et depuis par MM. Picou, Hilairet, Jumeau, Boucherot, Weiss et de la Touanne. L'ensemble de ces conférences faites par des maîtres en chaque matière sera l'objet d'un Volume à part; déjà, elles ont été groupées dans le deuxième fascicule du *Bulletin* des Séances de 1905, et forment un ensemble dont certainement vous avez apprécié toute la valeur.

» Vous n'attendez pas de moi, Messieurs, l'analyse, même sommaire, des communications qui vous ont été faites depuis un an; le temps que je pourrais consacrer à cet examen ne répondrait ni au nombre des travaux, ni à leur valeur; je constaterai seulement que votre ardeur pour l'étude de la Physique ne s'est point ralentie, et que les physiciens mesurent moins leur peine que leur sont mesurés les moyens de travail, voire même les encouragements, sauf de bien rares exceptions.

» Enfin, j'aurai terminé l'exposé trop rapide sans doute de l'activité et de la vie scientifique de notre Société, depuis un an, quand j'aurai rappelé les deux magnifiques Volumes sur les ions, électrons et corpuscules, que nous devons à la Science et au désintéressement de nos deux savants Confrères MM. Abraham et Langevin.

» J'arrive maintenant à notre situation financière; sans être aussi brillante que nous pourrions le désirer, on peut cependant dire qu'elle est relativement satisfaisante (quand je dis relativement, je veux dire : Étant donné que l'usage n'a pas encore prévalu, que les largesses affluent vers les œuvres désintéressées qui ont la Science pour but); et, en effet, malgré la publication du Volume des ions dont les traductions et l'impression ont absorbé plus de 1200^{fr}, l'excédent des recettes au 1er décembre dernier était de 2652^{fr}, ceci grâce au produit de la vente des appareils de notre regretté et généreux *anonyme* de Romilly et aux dons faits par MM. Guébhard, Abraham et un autre généreux anonyme; grâce aussi, Messieurs, à l'habile gestion de M. de la Touanne, que je suis heureux de remercier ici bien sincèrement en votre nom.

» En résumé, Messieurs, si la prospérité de notre Société au point de vue financier s'est simplement maintenue, sa vitalité et son activité scientifique ont pris un essor incontestable pendant cette dernière année; ce résultat, notamment en ce qui concerne l'accroissement sans précédent, je crois, du nombre des présentations, est dû surtout à l'heureuse initiative et à l'activité incessante de notre Secrétaire général, M. Abraham. Je serai certainement l'interprète de vos sentiments en félicitant M. Abraham au nom de la Société de Physique, et aussi en rappelant le zèle et l'activité de son dévoué collaborateur M. Sandoz.

» Messieurs, au moment d'occuper, malheureusement sans y être convié suivant l'usage, le fauteuil de la présidence, permettez-moi de vous exprimer toute ma gratitude pour le grand honneur que je dois à votre

bienveillance. Cette bienveillance, vous ne me l'avez pas ménagée jusqu'ici, j'espère que vous voudrez bien me l'accorder encore pendant l'année dans laquelle nous allons entrer. »

Sur la densité de la glace et sa chaleur de fusion, par M. A. Leduc. — M. A. Leduc rappelle que la chaleur de fusion de la glace est, d'après Laprovostaye et Desains, 79,25 en fonction de la chaleur spécifique moyenne de l'eau entre 12° et 25° environ.

Ce nombre a été confirmé par Regnault. Mais Bunsen a trouvé 80,03, en fonction de la chaleur spécifique moyenne entre 0° et 100° environ.

Il se trouve que, d'après Callendar et Barnes, cette dernière se confond avec la chaleur spécifique vraie vers 15°.

Si l'on adopte cette dernière comme unité (calorie) conformément à la proposition faite par M. Griffiths au Congrès de 1900, et si l'on réduit à cette unité le nombre de Laprovostaye et Desains, on trouve 79,17. Le changement est insignifiant, et l'écart demeure ce qu'il était : 1 pour 100 environ.

M. Leduc trouve la cause de cet écart dans une petite erreur sur la densité de la glace d'après Bunsen et redétermine lui-même cette densité. A cet effet, il introduit dans un très grand flacon à densités de Regnault (108^{cm^3}) de l'eau longuement bouillie, il la fait bouillir encore dans le vide, puis la fait geler et fondre alternativement plusieurs fois dans le vide.

Après ces congélations successives qui font perdre à l'eau la majeure partie des gaz qu'elle avait retenus malgré l'ébullition prolongée, l'eau est isolée de l'atmosphère par une longue colonne d'huile de vaseline bouillie dans le vide, puis congelée sous la pression atmosphérique.

La masse spécifique de la glace à 0° est 0,9176 au lieu de 0,91674 trouvé par Bunsen, de sorte que la différence des volumes spécifiques $(u'-u)$ de la glace et de l'eau à 0° est 0,0897 au lieu de 0,09069.

On en déduit pour la chaleur de fusion d'après Bunsen

$$79,15.$$

Désireux de supprimer une décimale tout à fait illusoire et tenant compte de ce que le résultat moyen est légèrement supérieur, M. Leduc propose d'admettre

$$\lambda = 79,2 \text{ calories à } 15°.$$

Remarque. — M. Leduc reviendra sur la question des gaz retenus par l'eau longuement bouillie, surtout au point de vue qualificatif.

Ordre de grandeur des forces électromotrices mises en jeu dans les antennes réceptrices; par M. Tissot. — Quand une antenne réceptrice reliée à la terre est attaquée par une antenne d'émission accordée, il y a production d'une onde stationnaire dans cette antenne avec un ventre d'intensité à la base et un nœud au sommet. La distribution des tensions est inverse, c'est-à-dire qu'il y a au sommet un ventre de tension, et un nœud à la base.

Le calcul permet d'obtenir une relation simple, dans le cas des antennes filiformes, entre l'amplitude du courant à la base et l'amplitude du potentiel au sommet.

Si l'on désigne par l la longueur de l'antenne de rayon r, par V_0 l'amplitude du potentiel et par i_0 l'amplitude du courant, on a

$$V_0 = 2L\frac{2l}{r}i_0.$$

D'ailleurs, l'amplitude i_0 du courant est liée à l'*intensité efficace*, c'est-à-dire à la valeur fournie par un instrument thermique (bolomètre par exemple), intercalé entre l'antenne et la terre, par la relation

$$i_{\text{eff}}^2 = \frac{i_0^2}{4\gamma} \frac{4\pi^2}{4\pi^2 + \gamma^2} n\mathrm{T},$$

où T représente la période;
γ l'amortissement des oscillations dans l'antenne réceptrice;
n le nombre de trains d'ondes reçus par seconde.

La détermination de i_{eff} (détermination qui est très facile) permet ainsi de calculer V_0, amplitude du potentiel, ou V_{eff}, force électromotrice efficace au sommet.

On a en effet, évidemment,

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_0^2}{4\gamma} \frac{4\pi^2}{4\pi^2 + \gamma^2} n\mathrm{T}$$

et, par suite,

$$V_{\text{eff}} = 2\mathrm{L}\frac{2l}{r} i_{\text{eff}}.$$

M. Tissot a réussi à déterminer la force électromotrice efficace au sommet par une mesure électrométrique directe (par méthode idiostatique bien entendu) en mettant à profit la disposition particulière d'un poste qui permettait d'installer l'électromètre dans le voisinage de la partie supérieure de l'antenne, et d'utiliser une seconde prise de terre peu éloignée.

La mesure directe a donné, dans les conditions de l'expérience (antenne de 70^{m} attaquée par une émission accordée, étincelles de 5^{cm}), la valeur de $4^{\text{volts}},6$ efficaces à la distance de 1^{km}.

La valeur déduite par le calcul, en partant de la mesure du courant au bolomètre, fournit la valeur peu différente de $4^{\text{volts}},4$.

On sait que, dans la pratique, on procède en général, dans les réceptions sur cohéreurs, par *réception indirecte*, c'est-à-dire que l'antenne agit par induction (à la base) sur un enroulement secondaire dont les extrémités sont reliées au cohéreur.

La mesure des forces électromotrices efficaces aux extrémités de pareils enroulements, connus sous le nom de *jiggers*, a donné des valeurs de *même ordre de grandeur* que celles qui ont été citées ci-dessus (soit de 4^{volts} à 5^{volts} selon les cas à 1^{km}).

M. Tissot reviendra ultérieurement sur les conséquences qui en résultent au point de vue du fonctionnement des cohéreurs à distance.

SÉANCE DU 2 FÉVRIER 1906.

PRÉSIDENCE DE M. E.-H. AMAGAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 19 janvier est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 16 février.

MM. Belot, Docteur en Médecine, à Paris.
Benndorf (Dr Hans), Professeur à l'Institut de Physique de l'Université de Gratz (Autriche).
Billard (Marcel-Jacques-Camille), Professeur au Lycée Charlemagne, à Paris.
Blanc (Gian-Alberto), Dr ès Sciences à l'Institut de Physique de l'Université de Rome (Italie).
Bonacini (Dr Carlo), Professeur au Ro Liceo Muratori, à Modène (Italie).
Campanile (Dr Filippo), Professeur à l'École supérieure d'Agriculture de Portici, à Naples (Italie).
Cochet (Léon), Ingénieur des Arts et Manufactures, Directeur de la Société d'Eaux et d'Eclairage du Var, à Grimaud (Var).
Colson (Albert), Professeur de Chimie à l'Ecole Polytechnique, à Paris.
Le Poupon (Ferdinand), Licencié ès Sciences, Préparateur au Prytanée militaire de La Flèche.
Paillard (Gaston), Licencié ès Sciences, à Levallois-Perret (Seine).

M. le Président donne lecture des lettres de remercîments adressées à la Société par Lord Rayleigh et M. Lippmann, élus membres honoraires.

M. Henri Le Chatelier, élu Vice-Président ;

M. Debierne, élu Vice-Secrétaire ;

MM. H. Buisson, Ch. Féry, Hale, Victor Henri, Langevin, Lamotte, Lorentz et Picou, élus Membres du Conseil, adressent leurs remercîments à la Société.

M. A. Guébhard adresse une Note concernant ses études sur la *fonction photographique* (cette Note sera insérée dans le prochain *Procès-verbal*).

Sur la pression interne des fluides et l'équation de Clausius; par M. E.-H. Amagat. — M. Amagat étudie la relation bien connue de Clausius

$$dq = \mathrm{A} f(t)\, dt + \mathrm{A}(p + \pi_1)\, dv,$$

dans laquelle π_1, déduit des propriétés du viriel, a pour valeur $\sum \frac{r\varphi(r)}{3v}$.

Il montre que le terme $(p + \pi_1)$ est inacceptable, car on devrait avoir

$$\mathrm{A}(p + \pi_1) = l \qquad \text{d'où} \qquad \pi_1 + \mathrm{T}\frac{dp}{dt} - p.$$

Or il résulte des calculs effectués par M. Amagat que $\mathrm{T}\frac{dp}{dt} - p$, qu'on a appelé de même que π_1 *pression intérieure,* est une fonction très différente de π_1, et que les valeurs numériques de ces fonctions dans les limites de ses calculs présentent des différences de plusieurs milliers d'atmosphères. M. Amagat attribue la raison de ce désaccord au fait d'avoir considéré comme nulle la différentielle partielle par rapport à v de l'énergie intramoléculaire et aussi de ne point s'être préoccupé de l'énergie de rotation des molécules.

Il montre ensuite qu'on peut très simplement et sans faire d'hypothèses arriver à retrouver l'expression

$$\pi_1 = \frac{p_0 v_0}{v} - p,$$

à laquelle il a été conduit par la théorie du viriel et qui lui a servi à faire ses calculs numériques; il arrive par des considérations tout à fait élémentaires à une figure sur laquelle se lisent de suite les principales expressions intéressant la théorie, et qui en montre facilement les lois.

Comme conséquence de ces considérations, la relation de Clausius ne peut plus être mise, comme on le fait, sous forme

$$dq = \mathrm{A}\, f(t)\, dt + \frac{2}{3}\,\mathrm{AKT}\,\frac{dv}{v},$$

de laquelle résulte que $\frac{t}{\mathrm{T}}$ est le facteur rendant dq différentielle exacte, ce qui conduit de suite au principe Carnot-Clausius.

La fonction π_1, par la définition même qui sert de base à son calcul, paraît tout indiquée comme pression intérieure à introduire dans l'équation d'état; c'est en procédant ainsi que M. Amagat est arrivé à représenter l'ensemble des données relatives à l'acide carbonique, tant l'état liquide que l'état gazeux, y compris l'état de saturation.

Enfin M. Amagat termine par quelques considérations relatives au cas où, pour l'étude des fluides, on admet la loi approximative de la constance du coefficient de pression pour un volume donné.

M. Pilleux fait remarquer que les calculs de Clausius ne pouvaient le conduire à des résultats exacts, parce qu'il considère uniquement des molécules traversant un plan idéal, sans tenir compte du trouble apporté par la présence d'une paroi solide sur laquelle les molécules rebondissent; si l'on en tient compte, l'expression de pv relative aux gaz parfaits se trouve notablement modifiée. M. Amagat engage M. Pilleux à communiquer une Note sur cette question.

M. Pilleux s'excuse en arguant de l'aridité du sujet, et demande seulement à ajouter quelques mots, à propos des gaz dits *parfaits*.

Claudius, pour étudier ces gaz, suppose, au travers du volume de l'un d'eux, un plan, sur lequel il regarde venir les molécules gazeuses, dans toutes les directions possibles, au hasard.

Alors il trouve, avec raison d'ailleurs, que la moyenne des composantes normales de la vitesse v des molécules en question est $\frac{1}{2}v$, d'où la moyenne des carrés des composantes susdites sera $\frac{1}{3}v^2$, d'où enfin, dit-il, on pourra tirer

$$\mathrm{V}p = \tfrac{1}{3}\,\mathrm{M}v^2,$$

formule exprimant que, dans les gaz parfaits, le produit du volume par la pression doit être égal au tiers de la force vive des molécules (V volume du gaz, p pression, M masse des molécules, v vitesse de celles-ci).

Or ceci est faux pour la raison qu'un plan figuré, laissant passer les molécules qui se présentent sur lui, ne saurait être comparé à la paroi solide qui, limitant le volume d'un gaz, en repousse les molécules par rebondissement.

En effet, chaque molécule, venant de rebondir sur une paroi solide, doit rencontrer en arrière, presque aussitôt, une molécule qui n'a pas encore eu le temps de passer et qui la repousse vers la paroi, après un trajet plus court que la première fois et ainsi de suite.

Par là les molécules des gaz doivent s'entasser, auprès de toute paroi solide, en une couche mince, entrevue d'ailleurs et admise par beaucoup de physiciens, pour diverses autres raisons.

Ce n'est pas tout, les molécules qui arrivent très obliquement sur la paroi, en repartent après avoir accompli la presque totalité de leur trajet

ordinaire, tandis que celles qui arrivent moins obliquement perdent une fraction plus importante de ce trajet et que, enfin, celles qui arrivent normalement n'en accomplissent en moyenne que la moitié.

Il résulte de là évidemment que les molécules situées près d'une paroi solide doivent présenter un certain excès de directions normales, par rapport aux molécules situées plus loin.

Enfin les molécules qui viennent de rebondir sur une paroi solide ont d'autant plus de chance de rencontrer en arrière une molécule allant normalement qu'elles-mêmes vont plus obliquement ou une molécule allant obliquement qu'elles-mêmes vont plus normalement, de sorte que les directions de ces molécules tendent à s'uniformiser en se rapprochant quelque peu de la normale, pour la raison donnée plus haut.

Ces remarques semblent importantes. Pourtant Clausius ne s'en est pas occupé, ni lui ni aucun des physiciens qui ont étudié le même sujet, du moins à la connaissance de l'auteur. M. Pilleux croit même être le premier à signaler le désordre que la présence d'une paroi solide doit apporter dans les directions ordinaires des molécules des gaz.

En définitive l'auteur pense que la formule

$$Vp = \tfrac{1}{3} M v^2$$

devrait être remplacée par

$$Vp = \tfrac{1}{2} M v^2$$

ou plutôt par

$$\left(V - \frac{M}{D}\right) p = \tfrac{1}{2} M v^2,$$

si l'on veut tenir compte du *volume propre*, $\frac{M}{D}$, des molécules, volume qui, lui-même évidemment, ne change pas (M masse des molécules. D densité de celles-ci).

Phosphorescence. — Propriété atomique et moléculaire; par M. G. Urbain. — M. G. Urbain commence par exposer succinctement l'état actuel de la question des terres rares. Ces éléments, dont les propriétés chimiques sont très voisines, sont définis par des caractères spectraux : spectres d'étincelle ou d'arc, spectres d'absorption et enfin spectres de phosphorescence. Suivant le genre de spectre observé, les terres rares sont considérées tour à tour comme des éléments à spectre de lignes, des éléments absorbants, des éléments phosphorescents. L'identité possible de ces éléments diversement qualifiés n'a pas été, en général, établie. La richesse en bandes ou raies de ces spectres est la cause de nombreuses anomalies, apparentes ou réelles, qui ont été généralement attribuées à l'existence d'éléments nouveaux.

Après avoir obtenu les diverses terres rares dans un état de pureté qui n'avait pas encore été atteint, l'auteur a entrepris une étude systématique des différents caractères atomiques des éléments rares du groupe yttrique. A chacune des terres qu'il a étudiées en détail : europium, gadolinium, terbium, dysprosium, correspondent :

1° Un poids atomique constant; 2° un spectre d'étincelle; 3° un spectre d'absorption; 4° un spectre de phosphorescence cathodique.

Exposés dans le vide aux rayons cathodiques, un très grand nombre de composés des terres rares émettent de vives phosphorescences qui, examinées au spectroscope, donnent des spectres de bandes remarquablement étroites, très lumineuses et diversement groupées suivant la nature des terres.

L'auteur rappelle, au sujet de ces spectres, que leur littérature se limite aux publications de Sir W. Crookes et de M. Lecoq de Boisbaudran et que

les conséquences que ces savants ont déduites de leurs recherches sont contradictoires :

Sir W. Crookes a pris ces spectres comme guide de ses fractionnements. Il les suit comme on le fait d'habitude pour les spectres de lignes ou d'absorption. C'est admettre que leur éclat augmente lorsque s'accroît la proportion de la substance à laquelle on les attribue.

M. Lecoq de Boisbaudran attribue les phosphorescences, non pas aux masses principales dont la matière est composée, mais à certaines impuretés, et il a établi le fait en portant ses recherches non seulement sur les terres rares, mais encore sur un grand nombre d'éléments usuels.

Plusieurs auteurs attribuent également la phosphorescence provoquée par la lumière, dans les sulfures alcalino-terreux, par exemple, à la présence de traces de matières étrangères.

L'auteur a étudié plus spécialement la phosphorescence des terres rares provoquée par les rayons cathodiques et expose les premiers résultats de cette étude.

Les oxydes purs d'europium, de gadolinium, de terbium, de dysprosium, etc. ne sont pas ou sont extrêmement peu phosphorescents. Les mélanges de ces éléments manifestent le plus souvent de vives phosphorescences.

Les phosphorescences observées dans les fractionnements ont pu être reproduites en mélangeant dans des proportions diverses les terres pures deux à deux.

Ces mélanges ont été obtenus en précipitant la solution des terres mixtes par des réactifs appropriés et en calcinant les précipités.

En faisant varier de 0 à 100 pour 100 l'un des termes du mélange, la phosphorescence passe toujours par un optimum correspondant à de faibles teneurs ($\frac{1}{100}$ et au-dessous) de l'une des substances. Ainsi, par exemple, les mélanges d'oxydes d'europium et de gadolinium purs présentent l'optimum de phosphorescence pour une proportion d'oxyde d'europium d'environ $\frac{1}{250}$ du mélange.

Le spectre de ces phosphorescences a la même physionomie générale que le spectre que donne un mélange d'oxyde d'europium et de chaux.

Dans ces mélanges, la phosphorescence rouge est une propriété atomique de l'europium puisqu'elle est indépendante dans une certaine mesure de la nature chimique du système phosphorescent où l'europium est engagé.

La chaux ou la gadoline jouent là le rôle de diluants. On observe toutefois entre les spectres phosphorescents de l'europium dilué soit dans la chaux soit dans la gadoline de sensibles différences qui tiennent à l'influence exercée par la nature du diluant.

Dans la gadoline, le spectre subit de sensibles variations suivant la température à laquelle la substance a été calcinée. L'auteur attribue ce phénomène à un changement d'état moléculaire de l'oxyde de gadolinium. Des variations sont également observées si l'on engage le mélange dans une combinaison chimique quelconque (chlorure, sulfate, etc.).

Des faits analogues s'observent pour des mélanges de gadolinium et de chaux dont la phosphorescence est ultra-violette. A ce propos l'auteur montre que cette phosphorescence ultra-violette, attribuée par Sir W. Crookes à un élément nouveau, le victorium, appartient en réalité au gadolinium.

Des expériences semblables ont été reproduites avec les différentes terres rares que l'auteur a préparées, et il a pu attribuer déjà divers spectres de phosphorescences qui avaient été considérées comme caractéristiques d'éléments inconnus à plusieurs des éléments chimiques qu'il a obtenus à l'état de pureté.

En résumé la phosphorescence doit être considérée comme une propriété atomique pour l'excitateur et moléculaire pour le diluant.

L'auteur a constaté, en outre, que l'europium présente dans un même diluant 2 spectres différents suivant la dilution. Il recherche actuellement si ce phénomène doit être attribué à la présence de deux éléments distincts dans l'europium ou si ce phénomène a une origine purement physique.

SÉANCE DU 16 FÉVRIER 1906.

PRÉSIDENCE DE M. E.-H. AMAGAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 2 février est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 2 mars.

MM. AERTZ, Ingénieur, à Nancy.
AUMONT (Emmanuel), Ingénieur Agronome, à Boulogne-sur-Seine.
BELLIENI, Opticien-Constructeur, à Nancy.
BLAS CABRERA (Felipe), Professeur à la Faculté des Sciences de Madrid (Espagne).
BODIN (Maxime-Raymond), Ingénieur des Ponts et Chaussées, à Calais.
CAHEN (Marcel), Elève Ingénieur des Télégraphes, à Paris.
DESPAUX (Arsène-Joseph), Ingénieur des Arts et Manufactures, Inspecteur divisionnaire du Travail, à Limoges.
DESQUARTIERS (Adolphe), Ingénieur électricien, à Malo-les-Bains.
JUPPONT (Pierre), Ingénieur des Arts et Manufactures, à Toulouse.
KLUPATHY (Ienö), Docteur ès Siences, Professeur à l'Université de Budapest (Hongrie).
MADARIAGA (Jose-Maria de), Ingénieur des mines, à Madrid (Espagne).
PASCAL, Professeur au Lycée de Douai.
PAUL, Ingénieur, Ancien Elève de l'Ecole Polytechnique, à Nancy.
ROBERT (Esnault-Pelterie), Licencié ès Sciences, à Boulogne-sur-Seine.
SIERTSEMA (L.-D. Dr), Professeur de Physique à la Technische Hoogestchool, à Delft (Hollande).
THÉNOZ, Principal du Collège, chargé du cours de Physique, à Salins.
TOTCHIDLOWSKY (Ignace), Assistant de Physique à l'Université d'Odessa (Russie).

La SOCIÉTÉ PHILOSOPHIQUE AMÉRICAINE adresse, par la voie diplomatique, une lettre invitant la Société française de Physique à se faire représenter au deuxième centenaire de la naissance de Benjamin Franklin, qui sera célébré à Philadelphie du 17 au 20 avril 1906.

M. le SECRÉTAIRE GÉNERAL annonce l'envoi d'une Note de M. V. BIERNACHI, *Sur la décharge par étincelle à travers les gaz à pression élevée.*

M. A. GUÉBHARD, à propos d'une Note récente de M. *P. Villard* où il était mis en cause a, dans la dernière séance, adressé une Note pour dé-

clarer que ses publications antérieures (1) lui paraissant fournir toute réponse par anticipation à la plupart des questions et objections qui lui sont faites, il se fera un plaisir de les adresser à toute personne s'intéressant au sujet traité.

A part quelques inexactitudes évidentes (2), ce n'est d'ailleurs point, en général, sur la matérialité des faits, presque tous très anciennement connus (3), que porte la discussion, mais sur leur interprétation, qui renouvelle, en somme, l'éternel débat de la conception physique ou chimique des actions photographiques.

Contribution à l'étude des diélectriques liquides; par M. Gouré de Villemontée. — M. Gouré de Villemontée rend compte d'expériences faites sur les diélectriques liquides en vue de rechercher :

1° L'influence de la durée de charge;

2° L'état électrique de la masse après la charge.

Les premières recherches faites avec le pétrole ont montré la différence entre l'effet de l'air et celui des diélectriques liquides, l'influence prépondérante du temps et la marche générale du phénomène. Un second ensemble d'expériences a été entrepris avec l'huile de paraffine. M. Gouré de Villemontée rend compte des expériences faites avec ce dernier liquide.

Un condensateur cylindrique rempli d'huile de paraffine a été chargé avec une pile d'éléments Gouy. Trois séries d'expériences ont été faites :

Dans la première l'armature externe est portée au potentiel V, l'armature interne est au sol pendant un temps t, puis on établit brusquement les communications de l'armature interne avec l'électromètre et de l'armature externe avec le sol et l'on mesure la charge Q_t de l'armature interne.

Dans la deuxième série on mesure la charge prise par l'armature interne lorsqu'on maintient l'armature externe à un potentiel donné et l'armature

---

(1) Notamment : l'*Inversion photographique,* extraits de la *Rev. des Sciences photographiques.* — La *Fonction photographique; Explication énergitique simple de quelques vieilles expériences dites d'actions chimiques de la lumière.* Notices au *Journ. de Physique.* — Le *Silhouettage; Identité de cause du silhouettage noir et du silhouettage blanc,* l'*Irradiation.* Notes à l'*Académie des Sciences.* — Etc.

(2) L'épreuve présentée à la Société montre (*Rev. des Sciences phot.,* t. I, p. 260) à l'angle droit supérieur de la page, des lisérés non pas *blancs,* mais *noirs.* Donc *blancs* sur le phototype, duquel seul on a à s'occuper. Eliminer par définition l'un ou l'autre silhouettage peut être un procédé de polémique, mais non d'expérimentation, et les photogrammes publiés aux *Comptes rendus de l'Acad. des Sciences* (t. CXL, p. 1347; t. CXLI, p. 559), en montrant le passage de l'un à l'autre, établissent qu'il est impossible de les séparer autrement que par une opération *verbale,* aucunement compensatrice de celle qui consiste à introduire dans la discussion, à la place de mes spécifications très nettes, le phénomène de Zeeman, auquel je n'ai jamais fait allusion.

En détachant incompréhensivement, du graphique des noircissements en fonction du développement, l'équation conditionnelle qui lie l'action physique à l'action chimique pour l'obtention d'une valeur photographique déterminée, M. Villard en tire le contraire de ce qu'elle prouve. Par contre, en voulant ignorer la possibilité de réduction à zéro de l'un ou l'autre des deux termes du premier membre, il arrive précisément à corroborer ce que j'ai dit depuis longtemps, avec des exemples plus topiques, sur la possibilité d'obtenir, soit par l'action physique, soit par l'action chimique *seule,* et par des actions chimiques ou physiques très diverses, ce que l'on est habitué à demander au concours des deux. — Quant au « problème de l'image latente » j'ai si peu la prétention de l'avoir résolu, que je le regarde encore comme plus latent que l'image elle-même, et n'arrive pas à le séparer de celui des images, latentes ou non, mais toutes développables et inversables dues à toutes les autres formes de l'énergie, chaleur, électricité, radiances, etc.

(3) *Voir Rev. des Sciences photographiques,* t. II, p. 109, juin 1905.

interne en communication avec un électromètre pendant un temps déterminé.

Dans la troisième série on a cherché si le diélectrique était chargé dans sa masse, après une durée de charge déterminée.

Les charges ont été évaluées par la quantité d'électricité qu'il faut dégager sur un quartz piézo-électrique, soit pour produire une déviation égale à celle que détermine la charge de l'armature considérée, soit pour compenser la charge primitive (méthode de zéro).

Première série. — Les durées de charge ont été comprises entre $0^{sec},0042$ et 30 minutes;

Le potentiel de charge a été $19^{volts},46$;

La température comprise entre 21° et 24°,6.

Résultats. — 1° Le signe de la charge de l'armature interne est contraire au signe de la charge de l'armature externe;

2° En désignant par i le quotient $\frac{dQ_t}{dt}$; par V le potentiel de charge, par k et n deux constantes, on voit que les expériences sont résumées par la formule

$$\frac{i}{V} = kt^{-n}.$$

Deuxième série. — 1° La charge de l'armature interne est de même signe que la charge de l'armature externe.

2° Loi des forces électromotrices. Les potentiels de charge ont été variés de $1^{volt},39$ à $19^{volts},46$;

Les durées de charge ont été portées de 30 secondes à 27 minutes.

Il résulte des expériences que les quantités d'électricité mesurées sur l'armature interne, après des temps de charge égaux, sont proportionnelles aux potentiels de charge.

3° Variations des charges avec les durées de charge :

Les durées de charge ont été de $0^{sec},0042$ à 27 minutes;

Le potentiel de charge a été $8^{volts},34$;

La température comprise entre 15° et 20°.

Les résultats sont représentés par des courbes.

Troisième série. — En faisant écouler par le jeu d'un levier dans un cylindre relié à un électromètre l'huile de paraffine d'un condensateur chargé à $19^{volts},45$ pendant 4 à 10 minutes, on ne trouve aucune charge appréciable dans le liquide.

M. Gouré de Villemontée rapproche ensuite les résultats précédents de ceux qui ont été obtenus par M. J. Curie dans ses recherches sur la conductibilité des corps cristallisés (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XVII et XVIII) et met en parallèle les courbes obtenues avec l'huile de paraffine et les courbes obtenues avec le quartz et montre que la propagation des charges électriques à travers l'huile de paraffine est comparable à la propagation des charges électriques à travers le quartz.

Une analogie semblable a été signalée par Hertz (*Wiedemann's Annalen*, t. XX, 1883, p. 279) entre les propriétés de la benzine et des cristaux.

Expériences sur la phosphorescence. — M. G. Urbain reproduit d'abord l'une des expériences qu'il a faites en commun avec M. Brüninghaus sur l'optimum de phosphorescence des mélanges binaires.

Douze tubes consécutifs également excités électriquement renferment des mélanges de chaux et d'oxyde de manganèse. Chacun des tubes extrêmes renferme l'un des deux oxydes purs; ils n'émettent pas de phosphorescence sensible. Dans les autres tubes, la proportion d'oxyde de

manganèse va en décroissant et la proportion de chaux en croissant. La phosphorescence orangée passe nettement par un optimum très lumineux correspondant à environ 0,05 d'oxyde de manganèse pour 99,95 de chaux.

L'auteur montre ensuite les phosphorescences très vives que donnent les différentes terres rares, dans la chaux, dans l'alumine, dans la gadoline et l'yttria.

Les spectres de ces phosphorescences ont été projetés.

En présentant les phosphorescences obtenues avec les termes consécutifs de ses fractionnements, l'auteur montre comment les spectres de phosphorescence peuvent servir de guide dans les recherches chimiques, si l'on a soin de tenir compte de la loi de l'optimum.

Nouveaux moulages de réseaux de Rowland. — M. A. Cotton a apporté à la séance un des nouveaux *moulages* de réseaux de Rowland obtenus par M. Wallace, physicien à l'Observatoire Yerkes, à Chicago. En regardant directement au travers les belles substances phosphorescentes de M. Urbain, on est renseigné immédiatement sur les différences que présentent les spectres des diverses matières placées côte à côte; il suffit de se placer un peu loin pour que la source lumineuse formée par la petite quantité de poudre phosphorescente soit vue sous un faible diamètre apparent.

M. Cotton profite de cette occasion pour signaler l'intérêt particulier que présentent de semblables copies; non seulement elles sont appelées à vulgariser l'emploi des réseaux très dispersifs qui peuvent, dans beaucoup d'applications courantes, remplacer un spectroscope complet; mais les meilleures d'entre elles ont déjà été utilisées dans plusieurs recherches de précision où elles ont rendu des services presque équivalents à ceux d'un réseau de Rowland proprement dit. Il faut, dans ce dernier cas, que la pellicule obtenue par moulage du réseau plan original (M. Wallace fait cette opération avec un collodion spécial) soit appliquée ensuite sur une glace travaillée de façon que la surface striée redevienne bien plane. Bien que l'idée de mouler un réseau soit ancienne (Brewster) et a été appliquée par plusieurs physiciens, ce n'est que depuis peu que cette difficulté a été surmontée, et qu'on peut se procurer à bon compte, dans le commerce, des copies de ces instruments précieux.

Si M. Cotton signale en particulier les belles copies de Wallace, c'est aussi parce que leur auteur n'a pas fait mystère de son procédé, mais l'a au contraire décrit en détail (*Astrophysical Journal*, **22**, p. 123, juillet 1905 et **23**, p. 96, janvier 1906). M. Cotton l'a vu récemment essayer par M. Izarn, de Clermont-Ferrand, qui a réussi du premier coup; M. Izarn avait, il est vrai, déjà fait lui-même, il y a quelques années, des moulages très brillants avec de la gélatine, et remarqué alors que non seulement le réseau original n'est pas altéré, mais qu'il est, au contraire, admirablement nettoyé.

Le procédé de copie photographique qui réussit très bien avec les réseaux transparents semble inapplicable à un réseau de Rowland sur métal opaque. M. Izarn a lui-même indiqué (*Comptes rendus*, t. CXVI, p. 794, 1903) qu'il n'en est rien, et il aurait obtenu certainement, par cette méthode toute différente, de beaux résultats s'il avait eu à sa disposition un beau réseau de Rowland *plan*.

SÉANCE DU 2 MARS 1906.

PRÉSIDENCE DE M. E.-H. AMAGAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 16 février est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 16 mars.

M. GOSSE (A.), Ingénieur des Arts et Manufactures, attaché aux établissements Poulenc frères, à Paris.
Mme HAUDIE (L.), Professeur en congé, à Brest.
MM. JULIUS (Willem-Henri), Dr ès Sciences. Professeur à l'Université d'Utrecht (Hollande).
MOUTON (Henri), Dr ès Sciences, attaché à l'Institut Pasteur, à Paris.
ROY, Industriel, à Paris.
VAN RYSSELBERGHE (François), Dr ès Sciences, Professeur à l'Athénée de Saint-Gilles, Bruxelles (Belgique).
SERRES (Adalbert), Professeur au Lycée de Bordeaux.

M. le PRÉSIDENT annonce la perte douloureuse que la Société vient de faire en la personne de M. BIENAYMÉ (A.-F.), Inspecteur général du Génie maritime, au cadre de réserve, Correspondant de l'Institut.

M. BIERNACKI, à propos de la diminution, jusqu'à un certain minimum, de la résistance d'une couche d'air ionisé quand son épaisseur augmente, indiquée par MM. J.-J. Thomson et Rutherford en 1896, rappelle qu'il est arrivé, en 1894, à un résultat semblable avec l'étincelle, qui, d'après la théorie électronique, est un courant très rapide assimilable à celui qui traverse un gaz ionisé par des agents extérieurs; il a donné en effet, pour représenter la résistance d'une étincelle de longueur l, la formule

$$R = A l + \frac{B}{l^n},$$

où A, B, n sont des constantes positives. (Se reporter au *Journal de Physique*, 3e série, t. IV, p. 474; 1895.)

Sur les franges de réflexion des lames argentées, par M. MAURICE HAMY. — Ces franges s'obtiennent au moyen d'un dispositif, rappelant celui de Fizeau, composé de deux surfaces très planes M et N, pouvant être légèrement inclinées l'une sur l'autre ou rendues exactement parallèles, au moyen de réglages spéciaux. L'une, M, est argentée à fond; l'autre, N, qui appartient à une lentille convergente L, est recouverte d'une couche d'argenture transparente.

M. Hamy a étudié deux catégories de franges fournies par ce système optique : les unes non localisées, les autres localisées dans le plan focal situé du côté de la face sphérique de la lentille L. Les premières prennent naissance en inclinant légèrement, l'une sur l'autre, les surfaces réfléchissantes et en faisant passer la lumière incidente, par l'intermédiaire d'un prisme à réflexion totale, à travers un petit diaphragme placé près du foyer. Elles s'observent, sans oculaire, en plaçant l'œil devant l'image de ce diaphragme fournie par autocollimation. Les franges de la seconde

catégorie s'obtiennent en amenant les surfaces réfléchissantes au parallélisme parfait et en supprimant le diaphragme limitant la face de sortie S du prisme que l'on éclaire en totalité. Elles s'observent avec un oculaire, dans l'image de la surface S fournie par autocollimation, et affectent la forme de demi-circonférences décrites autour du foyer.

Ces franges jouissent de propriétés particulières, en dehors de celles qui leur sont communes avec les franges des surfaces vitreuses.

En général, les franges de l'une et l'autre catégorie sont dissymétriques; mais la symétrie peut être obtenue en donnant une épaisseur convenable à l'argenture du plan N. Il existe même plusieurs classes de franges symétriques jouissant des propriétés suivantes :

Lorsque l'argenture du plan N possède un pouvoir réflecteur voisin de 0,3 les franges ressemblent, à l'éclat près, à celles des surfaces vitreuses. Toutefois, elles possèdent la faculté de se décomposer en plusieurs systèmes, pour des différences de marche convenables, lorsque la lumière incidente contient deux radiations voisines. Les maxima sont, du reste, un peu moins larges que les minima.

Lorsque l'argenture du plan N a un pouvoir réflecteur voisin de 0,5, la largeur des maxima est le dixième environ de celle des minima. Ces franges ressemblent à celles de MM. Pérot et Fabry, mais sont beaucoup plus lumineuses. Elles jouissent de leurs propriétés séparatrices et se prêtent à l'analyse des radiations complexes. Le dispositif qui leur donne naissance permet d'observer les franges sombres des raies des spectres d'absorption et les franges de superposition.

Lorsque le pouvoir réflecteur du plan N est voisin de 0,9 le phénomène est tout différent. Les maxima sont complètement étalés et les minima se réduisent à des lignes noires d'une extrême finesse, d'aspect comparable aux raies solaires fournies par un réseau de Rowland. Ces franges ont des propriétés séparatrices encore plus accentuées que les précédentes.

En dehors de ces franges symétriques, on peut en obtenir d'autres qui présentent un aspect bien caractéristique, en donnant à l'argenture du plan N un pouvoir réflecteur peu éloigné de 0,8. Les maxima et les minima sont alors simultanément très déliés et presque en contact d'un côté.

Ces propriétés sont communes aux franges localisées et non localisées. Cependant, lorsque la différence de marche augmente, la finesse des franges non localisées se modifie assez rapidement, tandis qu'elle persiste pour les autres, tant que le défaut d'homogénéité de la source ne se fait pas sentir.

La théorie explique, dans leurs moindres détails, les propriétés si variées de ces franges. La considération des retards dus à la réfraction, à travers la couche d'argent déposée sur le plan N, et à la réflexion, sur ses deux faces, joue dans les raisonnements un rôle essentiel. Cette théorie fournit la loi de succession des maxima et des minima, en fonction de la différence de marche, qui n'est pas la même que pour les surfaces vitreuses, en général. Les phénomènes ne changent pas de nature si l'on remplace le miroir argenté, M, par une surface polie, taillée dans une substance quelconque, pourvu qu'elle réfléchisse la totalité de la lumière incidente. Cette propriété ne peut manquer de recevoir des applications dans les expériences réclamant des mesures très précises de petites variations de niveau de mercure.

A la fin de sa Communication, M. Hamy réalise, devant la Société, les franges à maxima fins et les franges à minima très déliés.

Une usine électrique de cent mille chevaux. La centrale de Saint-Denis, par M. Daniel Berthelot. — La nouvelle usine électrique que la Société d'Electricité de Paris vient de faire installer sur les bords de la Seine, à Saint-Denis, et que la Société de Physique se propose de visiter lors de la session de Pâques, représente la plus récente et la plus perfec-

tionnée des grandes stations centrales en fonctionnement à l'heure actuelle tant en Europe qu'en Amérique.

Constituée par un petit nombre d'unités de grande puissance, elle se distingue par un automatisme poussé à l'extrême qui a pour conséquence une réduction de personnel sans exemple jusqu'ici : le personnel total n'atteignant pas un homme pour 1400 chevaux.

Cette usine, en fonctionnement depuis le mois de décembre 1905, est aménagée pour fournir du courant triphasé (25 périodes, 10250 volts) au chemin de fer Métropolitain et au secteur Edison, du courant diphasé (42 périodes, 12300 volts) au secteur d'Eclairage et de Force, du courant continu (550 volts) aux tramways Nord-Parisiens, etc.

La puissance mécanique installée actuellement est représentée par quatre turbines donnant en régime normal 10000 chevaux et en surcharge continue 11500 chevaux. Chaque turbine commande un alternateur donnant 6000 kilowatts en régime normal et 7500 kilowatts en surcharge. A la fin de l'année 1906 le nombre de turbo-alternateurs installés sera de 10; la puissance mécanique de l'usine atteindra donc 115000 chevaux et l'énergie électrique disponible 75000 kilowatts.

L'usine est divisée en trois parties, nettement séparées : les silos à charbon, le bâtiment des chaudières, la salle des machines.

Manutention et emmagasinement du charbon. Bâtiment des silos. — Deux bateaux charbonniers, rangés le long d'un appontement en Seine, peuvent être déchargés simultanément par deux grues électriques, qui laissent tomber le charbon dans les godets d'une chaîne sans fin qui l'amène par une galerie métallique au bâtiment des silos, où il est concassé et pesé automatiquement. Un seul homme suffit pour le déchargement et le transport de 80000^{kg} de charbon par heure. Arrivés à la partie supérieure du bâtiment des silos, les godets basculent et déversent le charbon dans des soutes de 20^{m} de haut pouvant contenir actuellement 12 millions de kilogrammes de charbon, c'est-à-dire de quoi alimenter pendant 6 mois un réseau d'éclairage comprenant un million de lampes de 16 bougies. Une seconde chaîne de godets qui circule dans un tunnel ménagé sous les soutes reprend le charbon concassé, l'élève le long des murs de la salle des chaudières et le déverse dans les trémies d'alimentation des chaudières. L'évacuation des cendres et mâchefers est assurée mécaniquement par un dispositif analogue.

Génération de la vapeur. Bâtiment des chaudières. — La salle des chaudières comprend actuellement 24 chaudières Babcock et Wilcox : ce sont des chaudières à tubes d'eau, du type marine, de 420$^{m^2}$ de surface de chauffe, qui peuvent fournir par heure 250000^{kg} de vapeur à 16^{atm}; 24 surchauffeurs de 172$^{m^2}$ de surface portent la vapeur à 350° C. L'alimentation, la progression et l'évacuation du charbon se font mécaniquement; les grilles des chaudières sont animées d'un mouvement automatique réglable. L'équipe totale des chauffeurs se compose de 5 hommes. Leur rôle consiste à surveiller les indicateurs électriques de niveau d'eau et de tirage des cheminées.

Les générateurs de vapeur sont alimentés en eau par deux pompes triplex à pistons plongeurs et deux pompes centrifuges actionnées par des moteurs électriques de 80 chevaux, situés dans le sous-sol.

Génération de l'électricité. Salle des machines. — La vapeur est conduite aux turbines de la salle des machines par des tubes de 29^{cm} de diamètre, isolés calorifiquement à la diatomite. Les quatre groupes turbo-alternateurs Brown-Boveri-Parsons, actuellement en service, fournissent du courant triphasé à 25 périodes; leur vitesse est de 750 tours par minute. Chaque groupe n'a que 14^{m},50 de longueur, sur 3^{m},50 de hauteur et 4^{m},15 de largeur. Au-dessous des turbines se trouvent les condenseurs à surface desservis chacun par une pompe centrifuge actionnée par un moteur élec-

trique de 120 chevaux et par une pompe à air à pistons actionnée par un moteur électrique de 70 chevaux.

Le courant continu nécessaire au service de l'usine est produit par une turbo-dynamo de 300 kilowatts, à 230 volts, tournant à 2700 tours par minute, par deux moteurs générateurs de 375 kilowatts, transformant le triphasé, 10250 volts. en continu, 230 volts, et enfin par une batterie d'accumulateurs de 126 éléments, à laquelle est adjoint un survolteur.

La machinerie électrique est complétée par un transformateur polymorphique fabriqué par la Société parisienne pour l'Industrie des chemins de fer et tramways électriques, dans ses ateliers de Jeumont. Ce groupe est composé de deux alternateurs de 1500 kilowatts chacun, l'un triphasé à 10250 volts, fréquence 25, l'autre diphasé à 6150 volts, fréquence 42, montés sur un même arbre tournant à 500 tours par minute. L'un ou l'autre de ces alternateurs peut être employé comme moteur alimenté par le courant de l'usine; le second débite alors en parallèle avec les turbo-alternateurs du même type, soit directement, soit par l'intermédiaire d'un transformateur statique élevant de 6150 volts à 12300 volts la tension des courants diphasés. Ce même groupe polymorphique peut fournir du courant à 550 volts pour la traction; dans ce but, on a monté aux deux bouts de l'arbre deux dynamos à courant continu, de 750 kilowatts chacune.

Le réglage et la distribution des courants électriques se font par un tableau à cinq étages du système cellulaire avec commande des interrupteurs à distance. Les câbles sortent de l'usine par une galerie en ciment armé, d'une capacité de 48 câbles.

MM. A. Cotton et C. Raveau croient devoir faire connaître, par la voie du *Bulletin* (1), les impressions qu'ils rapportent d'un voyage à Nancy, où ils sont allés voir les expériences récemment décrites par M. Gutton (*Comptes rendus* du 15 janvier 1906, p. 145). Traités avec une complaisance dont ils sont heureux de témoigner leur plus vive reconnaissance aux physiciens nancéens, ils ont pu, pendant la journée presque entière du 24 février, assister à des expériences faites avec le dispositif déjà connu et avec un autre encore inédit, destinés tous deux à rendre manifeste l'action des rayons N par la variation d'éclat d'une étincelle secondaire.

Dans une première série, certains résultats ont été très nets, dans le sens prévu et, malgré le nombre relativement petit des cas de succès, le phénomène ne paraissait pas plus capricieux que les indications d'un appareil quelconque de haute sensibilité qui ne serait pas protégé contre les perturbations extérieures. Malheureusement, par la suite, les présomptions favorables qui avaient été conçues d'abord se sont évanouies.

Les expériences suivantes ont, en effet, été tentées :

1° L'étincelle secondaire étant réglée et montrant un changement marqué d'intensité à la suite de la manœuvre de l'écran interposé devant la lanterne, on *enlève* celle-ci avec la lampe Nernst qu'elle contient : aucune variation de l'étincelle n'a été observée au moment où l'on faisait cette opération.

(L'expérience consistant à *éteindre* la lampe n'a pas été faite, car le filament, dans l'opinion de M. Gutton, continue à émettre des rayons N longtemps après l'extinction.)

2° On a cherché à supprimer l'action attribuée aux rayons N d'une autre façon : en plaçant à l'intérieur de la lanterne, derrière le filament, une lame de plomb épaisse et en faisant tourner le tout de 180°. Le résultat a été négatif.

---

(1) Cette Note n'a pas été présentée à la Société, elle n'a été communiquée au Bureau qu'à la fin de la séance du 2 mars.

Ces expériences négatives ont été faites sans toucher, après les réglages préliminaires, à l'écran de zinc placé devant la lanterne. Cet écran porte sur une de ses moitiés une feuille de papier mouillé et on peut le faire glisser de façon à interposer la moitié recouverte ou la moitié nue. Dans les expériences, c'est toujours sur la même moitié que se trouvait la feuille de papier mouillé. MM. Cotton et Raveau auraient désiré que l'on transporte la feuille de papier sur l'autre moitié : cette expérience, qu'ils ont demandée, n'a pas été tentée.

SÉANCE DU 16 MARS 1906.

PRÉSIDENCE DE M. E.-H. AMAGAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 2 mars est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 6 avril.

MM. BASIN (Jules), Professeur au Lycée de Lille.
GAILLARD (Gaston), à Paris.
GARNIER (Charles), Assistant au Laboratoire de Physique de l'Université de Fribourg (Suisse).
GOCKEL (Albert), Dr Phil. Professeur à l'Université de Fribourg (Suisse).
GRADENWITZ, Dr ès Sciences Physiques, à Berlin (Allemagne).
GREENSTREET (William-John), M. A.; F. R. A. S.; steedmaster Marling School, Strond Glos (Angleterre).
GREYSON DE SCHODT, Ingénieur à Namur (Belgique).
KUCERA (Bohumil). Ph. Dr, Professeur suppléant à l'Université Tchèque, (laboratoire de Physique), Prague (Autriche).
NEGRO (Carlo), Professeur au Collège Saint-Luigi, à Bologne (Italie).
NOVAK (Vladimir), Ph. Dr, Professeur à l'Ecole Polytechnique Tchèque, à Brünn (Moravie, Autriche).
PORTER (Alfred-William), B. Sc.; Fellow of and Assistant Prof. of Physics, University College, London, W. C. (Angleterre).
SCHMID (Ch.), mécanicien constructeur, à Bar-le-Duc.
TOMMASINA (Thomas), Dr ès Sciences, Membre de l'Institut National et de la Société de Physique de Genève, Champel, près Genève (Suisse).
VOLTA (Alessandro), Sr conte, cav., Professeur au R. Liceo Manzoni, à Milan (Italie).
Le LABORATOIRE DE PHYSIQUE de l'Université de Fribourg (Suisse).

M. GUTTON adresse au Président de la Société de Physique une lettre au sujet de la Note récente de MM. Cotton et Raveau sur ses expériences concernant les rayons N.

M. Gutton fait observer que les critiques de MM. Cotton et Raveau s'adressent en partie à des expériences inachevées et non encore publiées.

Passage de l'électricité à travers des couches de gaz épaisses. Loi de Paschen. Application à la haute atmosphère; par M. E. BOUTY. — 1. M. BOUTY rappelle, en quelques mots, la méthode qui lui a servi pour étudier le passage de l'effluve à travers les gaz. Il a établi précédemment qu'aux pressions supérieures à quelques millimètres de mercure, le champ

électrique nécessaire pour provoquer l'effluve dans un ballon déterminé, à masse de gaz constante, est indépendant de la température. Pour un gaz donné, ce champ critique y est lié à la pression p par la formule

$$(1) \qquad y = a\sqrt{p(p+b)},$$

a est une constante spécifique du gaz que M. Bouty a nommée *cohésion diélectrique*. Le premier objet de la Communication actuelle est l'étude du coefficient b.

Cette étude exige l'emploi de couches de gaz épaisses et par conséquent de condensateurs à très larges plateaux, entre lesquels doit trouver place le ballon contenant le gaz. M. Bouty a fait usage de plateaux de zinc de 1^m et de $1^m,70$ de diamètre, avec des ballons ou tubes très larges de 12^{cm} à 40^{cm} de diamètre dans la direction du champ. Ses expériences ont porté sur l'air et sur l'hydrogène. Il a trouvé que le coefficient b varie rigoureusement en raison inverse du diamètre des ballons évalué dans le sens du champ, c'est-à-dire en raison inverse de l'épaisseur de la couche de gaz employée.

Cela posé, la formule (1) des champs critiques peut s'écrire

$$(2) \qquad y = a\sqrt{p\left(p+\frac{k}{e}\right)},$$

e représentant l'épaisseur de la couche gazeuse et k une nouvelle constante spécifique du gaz.

Nous pouvons évaluer la différence de potentiel totale Y, entre les extrémités de la colonne gazeuse intéressée par l'effluve. Pour cela, il faut multiplier le champ critique y par l'épaisseur e

$$(3) \qquad Y = ae\sqrt{p\left(p+\frac{k}{e}\right)} = \sqrt{pe(pe+k)}.$$

On voit que Y ne dépend que du produit pe et, par conséquent, *que de la masse de gaz intéressée à l'effluve et rapportée à* 1^{cm^2} *de section.*

Quand, au lieu d'étudier la différence de potentiel d'effluve, on étudie la différence de potentiel explosive entre électrodes métalliques, on trouve aussi, d'après les expériences de Paschen et celles de Carr, qu'à température constante, la différence de potentiel explosive ne dépend que de la masse gazeuse. La loi de Paschen est donc rigoureusement applicable aux expériences de M. Bouty, dans le cas des pressions assez élevées pour que la paroi diélectrique n'intervienne pas.

L'asymptote à la courbe (3) construite en prenant pe pour abscisses et Y pour ordonnées est

$$(4) \qquad Y_1 = a(pe) + \frac{ak}{2}.$$

Le coefficient angulaire de cette asymptote est la cohésion diélectrique. On appellera son ordonnée à l'origine $\frac{ak}{2}$ l'*adhésion diélectrique*.

2. M. Bouty a aussi étudié la relation de la différence de potentiel d'effluve à la différence de potentiel explosive. Il a employé pour cela de larges tubes de verre, aux extrémités desquels on pouvait mastiquer soit des plaques de verre, soit des plaques métalliques de même épaisseur. On peut à volonté isoler les plaques de verre ou les plaques métalliques ou

bien les faire appuyer sur les plateaux du condensateur en relation avec la source électrique.

Dans cette dernière condition, avec les plaques de verre, on n'observe qu'une lueur instantanée et parfaitement uniforme remplissant tout le tube, tandis qu'avec les plaques métalliques on voit se produire la décharge ordinaire des tubes de Geissler avec ses régions nettement différenciées.

En ce qui concerne la mesure des potentiels minimum d'effluve ou d'étincelle, la disposition expérimentale, très inférieure à la disposition mise habituellement en œuvre par M. Bouty, permet cependant de constater que, tout au moins tant que la différence de potentiel Y ne dépasse pas 10000 volts à 12000 volts, *il n'y a aucune différence entre les deux sortes de potentiel minimum*. A l'origine, l'étincelle comme l'effluve est donc un phénomène entièrement localisé dans le gaz. Les électrodes n'interviennent qu'après coup pour entretenir la dépense d'électricité. C'est aussi la conclusion à laquelle est arrivé M. Hemsalech par l'étude du spectre de l'étincelle.

3. En terminant, M. Bouty fait remarquer que la formule (3) du potentiel d'effluve ou d'étincelle tend vers zéro avec la pression, quelle que soit l'épaisseur. On sait que, si l'épaisseur est petite, il faut ajouter à ces formules un terme complémentaire qui croît sans limite quand la pression tend vers zéro. Mais ce terme peut provenir d'une action propre de l'électrode ou de la paroi diélectrique. En tout cas, l'expérience apprend que les formules monomes (1) ou (3) suffisent à représenter les phénomènes à des pressions d'autant plus basses que l'épaisseur de la couche gazeuse est plus considérable. Ainsi, le potentiel minimum d'effluve qui, pour un ballon de $5^{cm},6$ d'épaisseur, était de 129 volts par centimètre (pression de $\frac{1}{4}$ de millimètre), n'est plus que de 16 volts pour un tube large de $3^{cm},5$ d'épaisseur dans le sens du champ (pression de $\frac{1}{25}$ de millimètre). Il est probable que ce décroissement se poursuit beaucoup plus loin et peut, par exemple, descendre, pour de l'air suffisamment raréfié, au-dessous du champ électrique moyen de la terre. Dans une couche suffisamment raréfiée de la haute atmosphère, on peut donc supposer que, sous la seule influence du champ terrestre, une décharge pourrait passer entre deux masses de cirrhus plus ou moins éloignées l'une de l'autre. A cette altitude l'air serait donc normalement ionisé.

Si ces vues étaient confirmées par des expériences poussées suffisamment loin, il en résulterait, pour la Météorologie, des conséquences que M. Bouty laisse aux hommes compétents le soin de déduire.

M. Chauveau rappelant que, d'après les recherches de M. Le Cadet, la variation en hauteur du champ terrestre est plus faible aux grandes altitudes que près du sol, M. Bouty voit dans ce fait une confirmation de ses inductions.

M. E. Bloch fait observer que les remarques de M. Hemsalech et de M. Bouty sur la décharge sont entièrement d'accord avec les théories ionistiques.

M. Villard signale une erreur d'interprétation assez répandue au sujet d'une expérience de M. J.-J. Thomson, rappelée incidemment par M. Bouty, et dans laquelle le gaz contenu dans un ballon s'illumine vivement lorsqu'on lance de fortes décharges alternatives dans deux ou trois spires de fil entourant le ballon. Si l'on répète, en effet, l'expérience avec un solénoïde un peu long, l'illumination se produit dans le champ électrostatique des premières spires, et ne se produit pas au milieu du solénoïde, où le champ

électrostatique est nul. Cette lueur n'est donc pas d'origine électromagnétique.

Spectro-réfractomètre à liquides de M. Ch. Féry. — M. Chéneveau rappelle le principe du réfractomètre à lecture directe de M. Féry. On annule par un prisme solide d'angle variable et d'indice constant (formé par une lentille de verre plan-convexe) la déviation imprimée à un rayon lumineux par un prisme creux, d'angle fixe, rempli du liquide dont on veut déterminer l'indice de réfraction. La simple mesure du déplacement qu'il faut donner à la lentille, pour compenser la déviation due au prisme liquide, permettra d'évaluer l'indice. Dans le dernier modèle de cet appareil, la graduation est faite directement en indices, en prenant comme repères les deux indices bien connus de l'eau et du verre de la cuve.

M. Chéneveau, qui a utilisé l'appareil de M. Féry dans ses recherches sur la réfraction des solutions, a pu vérifier son exactitude par deux moyens. Il a d'abord employé une méthode absolue d'auto-collimation, qui lui a permis d'obtenir l'indice du verre, l'indice de l'eau et les indices de quelques liquides de pouvoirs réfringents intermédiaires. Il a ensuite opéré par comparaison avec le réfractomètre de précision de Pülfrich. Il a ainsi trouvé qu'il est permis de compter, pour la valeur absolue de l'indice, sur la quatrième décimale, à une unité près : cette précision n'est dépassée par aucun réfractomètre.

L'appareil de M. Féry ne se prêtait, sous sa forme primitive, qu'à la détermination d'indices de liquides pour la raie D. Le spectro-réfractomètre, présenté à la Société de Physique, permet de faire la mesure des indices pour toutes les radiations du spectre visible. Il a suffi, pour cela, de mettre un prisme à vision directe en avant de la lentille objective qui, comme celle du collimateur, est rendue achromatique. La fente éclairée par une lumière quelconque (par exemple, celle provenant d'un tube à hydrogène) envoie un faisceau de lumière homogène. Celle-ci traverse la cuve à liquide et est décomposée par le prisme. On connaît la dispersion du verre de la cuve et de l'eau. On peut donc, en comparant les écarts vrais entre les indices se rapportant aux différentes raies (dans l'exemple choisi, les raies C, F, Hγ) pour le verre et pour l'eau, aux écarts observés dans l'appareil pour les mêmes corps, avoir une constante caractéristique de la radiation. Il suffira alors de multiplier l'écart entre l'indice observé pour un liquide et l'indice observé pour l'eau, par la constante correspondant à une raie définie pour avoir la différence entre l'indice vrai du liquide et de l'eau, pour cette raie. Pour éviter ce calcul, on peut dresser, une fois pour toutes, une Table qui permettra, pour les diverses radiations, d'avoir de suite l'indice vrai lorsqu'on aura l'indice observé.

La sensibilité du spectro-réfractomètre est comparable à celle du réfractomètre.

M. Chéneveau répète devant les membres de la Société une expérience de déterminations d'indices à l'aide du spectro-réfractomètre.

Il présente, enfin, des Tables d'indices obtenues avec le réfractomètre. Ces Tables montrent l'intérêt que présente, tant au point de vue scientifique qu'au point de vue industriel, la connaissance de l'indice de réfraction des corps liquides.

A propos des rayons N. — M. Turpain a poursuivi pendant plus d'un an des recherches sur les rayons N produits par la lampe Nernst, l'acier trempé, les champs magnétiques non uniformes, le champ hertzien, les champs électrostatiques. Dans les expériences où il savait si les rayons N agissaient ou non sur le sulfure, le pourcentage des concordances entre l'effet observé et l'effet attendu a oscillé entre 77 pour 100 et 85 pour 100.

Dans d'autres expériences où les choses étaient disposées de telle façon qu'il ne pouvait pas savoir si les rayons agissaient ou non, mais seulement connaître après coup les conditions réalisées pendant chaque expérience, le pourcentage des concordances entre l'observation et les prévisions a oscillé entre 48 pour 100 et 54 pour cent. Ces résultats semblent indiquer l'existence d'une sorte d'autosuggestion à laquelle se soustrait malaisément l'observateur et que, seules, des expériences de contrôle peuvent mettre en évidence.

A propos des expériences dont M. Mascart a rendu compte à l'*Académie des Sciences*, M. Turpain constate que, seules, les mesures de M. Blondlot sont très concordantes. Sans s'arrêter à l'explication de ce fait par un effet inconscient de la mémoire de l'effort musculaire nécessité par la mise en marche de la machine à diviser, explication qui pourrait paraître mettre en doute la bonne foi des expérimentateurs, M. Turpain regrette que l'on n'ait pas songé à contrôler les expériences en déplaçant le chariot porteur de la ligne de sulfure au moyen d'un mécanisme capable de lui donner plusieurs vitesses, aussi faibles qu'on l'aurait voulu, mais inconnues des observateurs, et en enregistrant les points de repère sur un tambour.

Il semble y avoir une contradiction flagrante entre la possibilité des mesures dans l'expérience du prisme d'aluminium et l'impossibilité de comparer photométriquement deux écrans au sulfure placés côte à côte et dont l'un est protégé contre les rayons N par une logette de plomb oxydé. L'œil, selon une hypothèse suggérée par M. Garbe, « n'acquerrait-il le surcroît de sensibilité nécessaire que lorsqu'il reçoit, non pas les rayons N directs, mais les rayons N ayant traversé le sulfure? » Le déplacement de deux lignes de sulfure (dont une serait protégée par une logette de plomb oxydé) dans le champ des faisceaux réfractés par le prisme permettrait, sans doute, de vérifier la validité de cette hypothèse. Mais M. Turpain ne croit pas que les expériences faites avec l'écran au sulfure puissent permettre d'établir d'une manière irréfutable l'existence des rayons N.

Il souhaiterait que MM. Blondlot et Rubens pussent reprendre en commun les expériences de photographie de la petite étincelle — qui seraient décisives — et se mettre définitivement d'accord.

M. Colson, au cours d'expériences inédites, a constaté une augmentation de luminosité du sulfure de calcium pendant certaines précipitations extrêmement lentes, comme celles de l'oxyde chromique précipité de l'acétate violet. L'étincelle est moins impressionnée par cette réaction.

M. Villard considère les variations apparentes de luminosité, dans les expériences avec le sulfure, comme des effets dus à une insuffisance d'adaptation de l'œil au noir, et n'a jamais constaté, une fois l'adaptation obtenue, que des apparences explicables par des actions calorifiques.

M. A. Guébhard, à l'appui de la mise hors de cause de la parfaite bonne foi des expérimentateurs nancéens, rappelle qu'il est d'observation physiologique courante, dans certains actes plus ou moins automatiques, de voir la mémoire musculaire *inconsciente* l'emporter de beaucoup comme fidélité et comme précision sur les appels volontaires et réfléchis à la mémoire consciente.

SÉANCE DU 6 AVRIL 1906.

PRÉSIDENCE DE M. E.-H. AMAGAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 17 mars est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 4 mai.

MM. BACCEI (Pietro), Professeur de Physique, R. Istituto tecnico di Bari (Italie).

BACON (Arthur-A.), Professeur de Physique. Hobart College, Geneva, N. Y. (U. S. A.).

BIDLOT (Emile-M.-E.), Ingénieur de la Compagnie belge pour la fabrication des compteurs et matériel, gaz, eau, électricité, à Bruxelles (Belgique).

BILARD (André), ancien Elève de l'Ecole Polytechnique, Ingénieur diplômé de l'Ecole supérieure d'Electricité, à Paris.

BRUCE (V. Hill), Dr Phil. Professeur à l'Université de Kansas (U. S. A.).

BURGESS (George Kimham), Bureau of Standards, Washington, D. C. (U. S. A.).

BUSILA (Constantin-D.), Ingénieur des Ponts et Chaussées, à Constantza (Roumanie).

CALMELS, Constructeur, à Paris.

CANTONE (Michele), Professeur à l'Université de Naples (Italie).

CHAPOCHNIKOFF, Assistant au Laboratoire de Physique du Polytechnicum, à Saint-Pétersbourg (Russie).

CONTINI (Attilio), Professeur de Physique, R. Istituto tecnico, Messine (Italie).

DENIZOT (Alfred), Dr en Philosophie, à Charlottenburg (Allemagne).

DESSAU (Bernardo), Professeur de Physique, à l'Université de Pérouse (Italie).

GEHRCKE (Ernest), Privat dozent a. d. Universität technischer Hulfsarbeiter a. d. Physikalisch-technischen Reichsanstalt, Berlin (Allemagne).

GUGLIELMO (Giovanni), Professeur de Physique, à l'Université de Cagliari (Italie).

HAAG, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Professeur à l'Ecole des Ponts et Chaussées et à l'Ecole Polytechnique, Paris.

HOUBART (Eugène), Professeur d'Electricité, à l'Ecole industrielle de Seraing (Belgique).

INDRIKSON (Theodor), Assistant à l'Institut de Physique de l'Université de Saint-Pétersbourg (Russie).

LADENBURG (Erich), Dr Phil. Assistant à l'Institut de Physique « Techn. Hochschule », à Charlottenburg (Allemagne).

LOUVET (Edouard), Elève libre à l'Ecole des Mines, Paris.

OBEAR (George Barrow), Professeur de Physique, Brown University Providence, Rhode Island (U. S. A.).

PERKINS (Henry-Augustin), M. A., E. E., Professeur de Physique, Trinity College, Hartford, Conn. (U. S. A.).

PIZZARELLO (Antonio), Professeur de Physique au Lycée de Macerata (Italie).

ROSA (Edward Bennett), Physicien du Bureau of Standards, Washington, D. C. (U. S. A.).

ROTHMUND (Vicktor), Prof. Dr Professeur de Chimie physique, à l'Université allemande, à Prague (Autriche).

RUBENS (Henrick), Dr Professeur à l'Ecole technique supérieure, à Charlottenburg (Allemagne).

MM. Salvioni (Enrico), Professeur de Physique, à l'Université de Pavie (Italie).
Stevens (James Stacy), M. S., Professeur de Physique, à l'Université du Maine, Otono, Maine (U. S. A.).
Toudorowsky (Alexandre), Assistant au Laboratoire de Physique du Polytechnicum, à Saint-Pétersbourg (Russie).
Venturino Venturini, Dr en Physique, Assistant à l'Institut de Physique de l'Université de Naples (Italie).
Wolcott (Edson Ray), Professeur de Physique, à l'Ecole des Mines du Colorado, à Golden, Colo. (U. S. A.).
Watennan (Frank, Allan), Professeur de Physique au Smith College, Northampton, Mass. (U. S. A.).

M. le Président annonce que le 6e Congrès international de Chimie appliquée se tiendra à Rome du 25 avril au 3 mai de cette année.

M. Henri Le Chatelier est délégué pour représenter la Société française de Physique, à ce Congrès.

Sur l'irradiation photographique, par M. A. Guébhard. — De par le principe de la visibilité des objets matériels, toute particule de sel sensible en suspension dans l'émulsion photographique devient, sitôt frappée par l'onde lumineuse, un centre secondaire de vibration, diffusant en tous sens toute l'énergie incidente non absorbée au travail moléculaire dit de l'*image latente*.

Une portion de cette *irradiation*, pénétrant dans le support vitreux, donne par réflexion totale les phénomènes dits de *halo*. Une autre portion, la presque totalité même, s'il n'y a pas de support vitreux, s'épand latéralement dans la couche sensible, en y produisant une série décroissante d'impressions, à partir d'une certaine sous-valeur de l'impression principale, jusqu'à zéro. D'où il résulte qu'en dehors même des aberrations optiques étudiées par MM. André et Angot, toute image d'objet clair sur fond noir doit se trouver bordée d'un dégradé, qui, du dehors au dedans, doit donner l'image même de la fonction photographique, c'est-à-dire des valeurs de noircissement en fonction d'impressions croissantes, depuis zéro jusqu'à une valeur qui peut être expérimentalement rendue très grande. C'est ainsi qu'en exposant des pellicules ou papiers sensibilisés sous une cache opaque percée d'un simple trou, l'on trouve l'image de celui-ci entourée de cercles concentriques alternativement clairs et foncés qui, pour des expositions très longues (plusieurs semaines), ont pu dépasser le second minimum des observations de M Janssen et atteindre même un troisième tandis que le premier et la réascension consécutive s'obtiennent facilement en moins d'une simple journée.

Si, au lieu d'un trou, c'est une fente étroite que l'on expose sous une cache graduée, on voit l'image, par transformations successives, reproduire exactement en s'étalant toutes les variations d'aspect qui, dans la photographie des raies spectrales et des étincelles, ont donné lieu depuis longtemps aux interprétations les plus diverses. Et comme on retrouve toujours, sous toutes les circonstances expérimentales invoquées, celle d'une variation d'éclat corrélative, il est permis de penser que celle-ci seule a été la cause directe et constante de changements attribués à des détails aussi secondaires que variés.

Il n'est pas jusqu'aux élargissements dissymétriques de raies claires qui ne paraissent attribuables à la visible répulsion qu'exercent l'une sur l'autre, à leurs confins, les plages d'irradiation : d'où cette conséquence, vérifiable sur tous les exemples jusqu'ici examinés, que c'est toujours du côté de moindre résistance que s'étale le plus une raie surexposée, c'est à-dire du côté de la bande spectrale qui correspond à une phase de descente de l'arc schématique de fonction photographique.

Quant aux raies noires sur fond clair, il est évident qu'elles doivent, avec la plus grande facilité, par irradiation, s'inverser et se dédoubler soit en clair, soit en noir.

Cela est rendu surtout frappant au moyen de fils métalliques tendus parallèlement aux échelons d'une cache combinée de manière à imiter la répartition de l'*actinisme* dans le spectre. Si l'on impressionne sous cette cache une surface préalablement impressionnée elle-même, par échelons, dans le sens perpendiculaire, on obtient une superposition de bandes pseudo-spectrales, reproduisant, par la seule action graduée de la lumière blanche, toutes les singularités spectrales, et particulièremeut les prétendues *destructions* attribuées par divers observateurs aux causes les plus diverses.

Si enfin l'irradiation se produit sur une plage déjà impressionnée, il en résulte un liséré frontière, correspondant à une valeur d'impression moyenne, dépendant de l'écart des deux autres et qui, au développement, pourra se manifester soit en blanc, soit en noir, ou en simple dégradé, suivant que sa courbe de noircissement en fonction du temps de développement sera restée en dessous, en dessus, ou entre les deux autres.

Mais la complexité des cas ne fait que mieux ressortir la simplicité des lois et l'identité de cause des silhouettages blanc ou noir ressort avec évidence de leur transformation l'un dans l'autre sur un même cliché qui se manifeste en surdéveloppement pour les impressions faibles, et en développement ordinaire, ou même sans développement, pour les grandes.

Sur deux appareils destinés à l'étude graphique de la composition des mouvements vibratoires de même direction ou de directions rectangulaires, par M. Chassagny. — Dans ces deux appareils, les oscillations à composer sont produites de la même façon : ce sont les oscillations des têtes de deux longues bielles commandées par des manivelles dont les axes de rotation sont parallèles. Ces têtes de bielles sont assujetties à se déplacer dans des directions déterminées, parallèles ou normales; les manivelles sont, en réalité, fixées sur des roues et leurs extrémités peuvent être plus ou moins rapprochées des axes de rotation, ce qui permet de faire varier l'*amplitude* des oscillations. L'une des roues entraîne l'autre par une courroie sans fin, de telle sorte que, si l'une d'elles est animée d'une rotation uniforme, il en est de même de l'autre et les *périodes* des mouvements sont entre elles dans le rapport des rayons. Enfin, en décalant les manivelles l'une par rapport à l'autre, on peut établir entre les mouvements à composer telle différence de *phase* que l'on veut.

Dans l'appareil qui sert à composer deux oscillations de même direction, les roues sont voisines et la courroie sans fin peut alors être avantageusement remplacée par une denture. Aux manivelles sont attachées les extrémités d'une longue corde de boyau qui vient passer sur une poulie montée sur un levier; celui-ci est mobile autour d'un axe parallèle à celui des roues et il est constamment ramené par un ressort qui assure la tension de la corde. On démontre aisément que le mouvement du levier est la résultante des mouvements simples que lui imprimerait isolément chaque manivelle.

L'extrémité du levier porte une aiguille qui s'appuie sur un tambour enregistreur; seulement, au lieu de s'astreindre à imprimer des rotations uniformes au tambour et aux roues, on les entraîne par la même commande. On réalise ainsi mécaniquement l'élimination du temps entre les équations des mouvements composants.

M. Chassagny indique aussi le principe d'un autre appareil permettant de réaliser les mêmes expériences et que M. Ducretet construit actuellement sur ses indications : plusieurs roues dentées, dont les rayons ont telles valeurs que l'on veut, engrènent les unes avec les autres. Chacune d'elles porte une petite manivelle qui commande une bielle et chaque tête de

bielle est, d'autre part, fixée au centre d'une membrane en caoutchouc qui ferme un cylindre de métal. Tous ces cylindres communiquent avec un même réservoir dans lequel se *totalisent algébriquement* les variations de pression produites par les déplacements des membranes. La variation de pression résultante est inscrite à l'aide d'une capsule de Marey sur un tambour enregistreur entraîné par la même commande que les roues. On peut évidemment, à l'aide de ce dispositif, reproduire toutes les courbes que l'on rencontre dans l'étude du timbre.

M. Chassagny fait passer sous les yeux de la Société des graphiques montrant les diverses particularités de la composition de deux mouvements simples de même période, les changements qu'éprouve la forme d'une vibration quand on lui ajoute son premier harmonique, le phénomène des battements, etc., etc.

Dans l'appareil qui sert à la composition des mouvements rectangulaires, les roues sont éloignées l'une de l'autre : les bielles, placées à angle droit pour leur position moyenne, sont articulées à leurs extrémités libres. Ces bielles sont tantôt des tiges rigides, comme dans le modèle construit par M. Ducretet, tantôt des fils métalliques maintenus tendus par une traction sur l'articulation, comme dans les modèles destinés aux expériences de projection. Au point d'articulation est fixée une pointe qui s'appuie sur un plan : en tournant à la main l'une des roues, l'autre est entraînée par la courroie sans fin et l'on voit alors la pointe décrire les courbes bien connues de Lissajous. L'élimination du temps se trouve encore obtenue mécaniquement.

On peut obtenir l'inscription de ces courbes soit en se servant d'une plaque de verre ou d'une feuille de bristol enfumée; soit en employant une pointe d'argent monnayé sur une feuille de papier au plomb ou sur une feuille de papier couché; soit, enfin, en opérant dans l'obscurité et en employant une plaque sensible sur laquelle le développement fait apparaître une trace noire tout le long du trajet suivi par la pointe.

M. Chassagny projette la droite, l'ellipse, le cercle que l'on obtient en composant des mouvements vibratoires simples de même période, les courbes non fermées que l'on obtient quand les périodes sont peu différentes, la courbe donnée par deux vibrations à la quinte, etc., etc.

Boîte pour la mesure de la résistance des électrolytes, par M. Armagnat. — Le dispositif de MM. Ferrié et Carpentier pour la mesure des résistances des électrolytes repose sur les propriétés des détecteurs électrolytiques.

Lorsqu'un fil de platine très fin est plongé dans un liquide conducteur, l'acide sulfurique par exemple, le courant passe facilement du fil à l'électrolyte et difficilement dans le sens inverse, tant que la différence de potentiel ne dépasse pas une valeur critique comprise entre 1 et 2 volts. Le détecteur est composé essentiellement de deux électrodes en platine plongeant dans un vase rempli d'eau acidulée; il faut que l'une des deux électrodes ait une très petite surface, l'autre peut être quelconque.

En réunissant un détecteur et une pile ou un accumulateur avec un galvanomètre, on constate que celui-ci ne dévie pas; mais, si l'on envoie dans le même circuit un courant alternatif ou un courant périodique quelconque, le galvanomètre dévie dans le sens du courant fourni par la pile. La déviation obtenue n'est pas proportionnelle au courant alternatif, elle tend vers une limite qui correspond au courant maximum que peut fournir la pile dans le circuit considéré.

Ce dispositif permet de déceler de très petits courants alternatifs au moyen d'un galvanomètre à courant continu, il peut remplacer le téléphone pour la mesure de ces courants et il a l'avantage sur ce dernier de donner des indications visibles.

Pour la mesure des résistances des électrolytes une boîte de résistances à pont de Wheatstone peut être employée, car il n'est pas nécessaire d'avoir la continuité qui est indispensable lorsqu'on se sert de téléphone.

Le schéma de la boîte construite par M. Carpentier pour ces mesures est celui du pont de Wheatstone : deux bras de proportion A et B donnent les rapports $\frac{1}{10}$, 1 et 10. Une série de résistances à contacts glissants permet de donner à R des valeurs comprises entre 10 et 5000. La boîte renferme un galvanomètre à cadre mobile, monté sur pivots, dont la sensibilité est suffisante pour déceler nettement un courant de 3 à 4 microampères; dans ces conditions il est facile de mesurer, à moins de 1 pour 100 près, des résistances d'électrolytes comprises entre 100 et 50000, en faisant usage du courant alternatif à 110 volts des réseaux d'éclairage. A défaut de ce courant on peut employer, comme dans la méthode de Kohlrausch, le courant fourni par une petite bobine d'induction.

SÉANCE ANNUELLE.

JEUDI 19, VENDREDI 20 ET SAMEDI 21 AVRIL 1906,

à 8 heures du soir.

EXPOSITION.

Le courant continu fourni aux exposants est produit par un groupe transformateur de la **Société Gramme** et distribué par des accumulateurs **Alfred Dinin.**

Bobine « Ella » de 60cm d'étincelle, à double enroulement primaire, l'un pour le fonctionnement normal, l'autre pour le fonctionnement avec un interrupteur Wehnelt, avec condensateur réglable; modèle spécial pour télégraphie sans fil, radiographie et haute fréquence. — Matériel « Ella » pour haute fréquence fonctionnant avec bobine de 60cm; grand transformateur Tesla, avec secondaire isolé à l'huile, batterie de condensateurs cylindriques, déchargeur à boules. — Nouvel interrupteur rotatif pour bobines à contacts multiples cuivre sur cuivre dans le pétrole, avec réglages de la vitesse et des contacts. — Soupape électrolytique « Ella » nouveau modèle, type 1906. — Interrupteurs Wehnelt, modèles « Ella ». — Bobine « Ella » de 10cm d'étincelle, avec rupteur atonique type 1906, réglable. — Support universel pour analyse spectrale, modèle de laboratoire. — Tableau de distribution avec disjoncteur automatique, pour petits groupes électrogènes de laboratoire. — Matériel de démonstration type 1906 pour télégraphie sans fil : poste transmetteur et récepteur ..... **M. Louis Ancel.**

Applications du bois durci à l'appareillage électrique..... **Appareillage électrique Grivolas.**

Interrupteur turbine pour courants alternatifs de M. **Blondel.** — Nouveau galvanomètre enregistreur et cyclographe de MM. **Blondel** et **Ragonot.** — Tambour automatique à magasin pour enregistrement photographique de MM. **Blondel** et **Boutin**..... **M. Blondel.**

Tableaux électromédicaux. — Transformateur utilisant le courant de 110 volts pour la galvanocaustique. — Fontaine chauffante..... **M. A. Brémont.**

Petits accumulateurs pour recherches d'électrostatique..... **M. J. Butaud.**

Nouveau baromètre enregistreur compensé. — Pyromètre thermo-électrique industriel, modèle à 1000° et 1600°. — Galvanomètres différentiels (deux modèles). — Mesure des résistances de joints de rails. — Wattmètre calorique à sensibilités variables et transformateurs à couplages variables. Ohmmètre à cadran à magnéto. — Mégohmmètre. — Synchronoscope. — Appareils divers..... **MM. Chauvin et Arnoux.**

Différentes substances radioactives..... **M. Armet de Lisle.**

Appareil Wilson pour les expériences de condensation, modifié par M. **Langevin**. — Lampe à arc à mercure de M. **Dufour**. — Tubes à phosphorescence cathodique de M. **Urbain**. — Tubes de Crookes à nouveau régulateur automatique. — Localisateurs pour rayons X..... **M. G. Berlemont.**

Spectrographes et spectroscopes à réseau moulé disposés pour les lectures directes en longueurs d'onde. — Réseaux moulés concaves. — Ecrans colorés spéciaux et colorants pour la sensibilisation uniforme des préparations photographiques à la totalité des radiations visibles..... **M. H. Calmels.**

Appareils de M. **Langevin** pour l'étude des ions. — Galvanomètre de M. **Abraham** pour les courants alternatifs. — Appareils **Ferrié-Carpentier** pour la mesure de la résistance des électrolytes. — Perméamètre pour l'étude du fer dans des champs de 100 gauss à 1000 gauss. — Bobine de 50^{cm} d'étincelles, construite d'après la méthode de M. **Klingelfuss** de Bâle. — Voltampèremètre de précision et shunt multiple. — Nouveaux modèles d'ampèremètres et voltmètres de précision. — Milliampèremètre à cadre mobile, grande sensibilité. — Appareils de tableaux pour courants alternatifs : voltmètres, ampèremètres et wattmètres thermiques, phasemètre. — Appareils de tableaux pour courant continu ..... **M. J. Carpentier.**

Compteurs « Aron » à remontage électro-automatique et à dispositif de tarif maximum. — Compteur « Aron » à remontage électro-automatique et à système de dépassement. — Compteur étalon portatif à remontage électro-automatique. — Compteur étalon portatif à shunt. — Réducteur d'intensité portatif. — Compteur triphasé d'induction pour distribution à 4 fils, muni du dispositif à double tarification à remontage électro-automatique. — Compteur d'induction triphasé. — Compteur d'induction à prépaiement. — Compteur horaire à remontage électro-automatique. — Horloge à remontage électro-automatique et à sonnerie électrique. — Œil-de-bœuf fonctionnant sympathiquement.... **Cie française des compteurs système « Aron ».**

Electromètre enregistreur pour la mesure des ions de MM. **Langevin** et **Moulin** (Electrodes diverses et accessoires pour l'électromètre). — Electromètre à miroir à sensibilité variable de M. **Moulin**. — Wattmètre triphasé enregistreur système **Meylan-d'Arsonval** à déroulement continu avec dispositif automatique de compensation des effets de la température. — Wattmètre indicateur de même système. — Millivoltmètre à courant continu système **Meylan-d'Arsonval** avec compensateur automatique des effets de la température. — Fréquencemètre à lecture directe système **Meylan-d'Arsonval**. — Ohmmètre à magnéto. — Sonde thermo-électrique pour la mesure des échauffements des dynamos, rhéostats, etc., etc. — Canne pyrométrique avec galvanomètre à pivot système **Meylan-d'Arsonval**. — Voltmètre à grande sensibilité système **Meylan-d'Arsonval**. — Appa-

reils industriels divers, voltmètres à aimant à échelles amplifiées..... **Cie pour la fabrication des compteurs et matériel d'Usines.**

Lampe à arc à électrodes de terres rares de M. **G. Urbain**... **Cie générale d'Electricité.**

Appareils destinés à l'étude graphique des mouvements vibratoires de même direction ou de direction rectangulaire... **M. Chassagny.**

Petit moteur à vaporisation instantanée pour la démonstration. — Un groupe électrogène composé d'un moteur du même principe et d'une dynamo actionnant trois petites lampes à incandescence (démonstration).— Un groupe électrogène à moteur à essence et dynamo donnant 12 volts et 3 ampères destiné à la charge d'accumulateurs pour l'allumage des automobiles et autres ..... **M. E. Chomeau.**

Expériences sur des milieux colloïdaux qui ont été soumis à l'action du champ magnétique et qui en ont gardé la symétrie : 1° ces corps sont *dextrogyres* sur une face et *lévogyres* quand on les retourne: 2° ils sont magnétipolaires et se comportent comme des aimants transparents..... **MM. A. Cotton et H. Mouton.**

Périmètre-photoptomètre du Dr **A. Polack** construit par.... **M. Delagrange.**

Support d'ampoule modèle très léger pour examen radioscopique au domicile du malade et pour toute application de la radiologie (construit suivant les indications du Dr **Beclère**). — Fauteuil pour la prise de radiographie d'après l'examen radioscopique par substitution de la plaque sensible à l'écran fluorescent (modèle du Dr **Beclère**). — Brûleur à gaz pour le chauffage à distance de l'osmo-régulateur des ampoules pour la production des rayons X (modèle du Dr **Barret**)..... **M. L. Drault.**

Tubes de Crookes à vide régénérable par le passage de l'étincelle..... **M. Drissler.**

1. *Appareils à inscriptions graphiques.* Appareil de MM. **Dufour** et **Lemoine.** — Inscription des mouvements du pendule pesant, soit libre, soit soumis à un frottement solide, liquide ou magnétique. Etude graphique des lames vibrantes seules ou combinées; *courbes de Lissajous*. — Appareil de M. **Chassagny** pour l'inscription graphique de la composition des mouvements périodiques de même direction. — Appareil de M. **Chassagny** pour la représentation graphique de la composition des mouvements, et en particulier de deux mouvements vibratoires rectangulaires; courbes de Lissajous. Modèle de **E. Ducretet**. — Cylindre enregistreur, avec chariot automoteur à vitesses variables, débrayage rapide; modèle **E. Ducretet** pour les manipulations de Physique. — Appareil à deux pendules simples combinés; modèle **E. Ducretet** à déclic électrique; il permet d'obtenir le tracé des *courbes de Lissajous de l'unisson à l'octave*. — 2 *Télégraphie sans fil.* Récepteur **Morse** automatique, type **Ducretet** 1905-1906, à encrage continu et de longue durée. — Récepteur à relais et radioconducteur **E. D.** à réglage, avec tube en écaille; de grande sensibilité et fixité.— Relais à cadre mobile, avec suspension à fils et amortisseur, type **E. D.** — Récepteur électrolytique, suivant M. le capitaine **Ferrié**; type avec électrode à la Wollaston; modèle portatif de grande sensibilité. — Condensateur industriel de **E. Ducretet**, avec liquide isolant, éclateur de sûreté. Double cuve dont une métallique pour le transport. Utilisé dans les *postes transmetteurs puissants* (T.S.F.) et dans l'indus-

trie électrique. — 3. *Divers*. Electromètre-balance de MM. **Abraham** et **Lemoine**, modèle classique. — Transformateur électrolytique des courants alternatifs en courants redressés ondulatoires; type de M. **de Faria** *à circulation du liquide électrolytique*. — Galvanomètre optique de M. **Gaston Gaillard**, à indications lumineuses pouvant servir à l'enregistrement photographique.....	M. E. Ducretet.
Stéréophotographies par le procédé des réseaux obtenues par	M. Estanave.
Nouveau système de chauffage par corps radio-incandescents.	Etablissements Grunberg, Léon et Cie.
Appareils divers.....	M. Ch. Féry.
Thermomètre enregistreur à distance (800m) destiné à l'Observatoire de Roscoff. — Divers appareils.....	M. Fournier.
Nouvelle machine statique.....	M. François.
Résonnateur symétrique à onde de longueur variable, système **Ferrié-Gaiffe**. — Emploi de ce résonnateur pour toutes les applications des hautes fréquences à la thérapeutique. — Résonnateur de M. le Dr **Oudin**. — Expériences avec résonnateurs conjugués. — Installation complète de la haute fréquence et radiographie avec la bobine et interrupteur autonome. — Localisateur nouveau modèle de M. le Dr **Belot**, avec diaphragme iris de M. le Dr **Beclère**. — Pied porte-ampoule modèle de M. le Dr **Barret**. — Compresseur automatique d'air avec réservoir à pression pratiquement constante, pour pulvérisations et nébulisations médicamenteuses, vibrateur mécanique à air comprimé, sonde électrique à air chaud de M. le Dr **Bourgeois**. — Appareils électro-mécano-thérapique, grand modèle et modèle portatif. — Nouvel appareil d'induction, système **D'Arsonval-Gaiffe**. — Tabouret à pieds isolants système de M. le **Benoist**. — Manche à cautère et éclaireur, contact à levier, avec verrou.	M. G. Gaiffe.
Compas de route à indications lumineuses.....	M. Gaston Gaillard
Nouveaux modèles d'appareils photographiques.....	MM. L. Gaumont et Cie.
Radiateurs et condenseurs électriques. — Etuves de laboratoire à chauffage électrique. — Chaufferettes et chauffe-pieds électriques. — Stérilisateur électrique du Dr **Wiart**.....	M. G. Goisot.
Fréquencemètre-balance à indications absolues.....	M. E. Gossart.
Appareil pour la production des franges de réflexion des lames argentées.....	M. Maurice Hamy.
Standard-dynamomètre d'après **Bruger**. — Potentiomètre simple d'après **Artemnieff**. — Pont pour les recherches des défauts de câble système **Hartmann et Braun**. — Phasemètre transportable. — Self variable. — Lanterne de lecture simple. — Millivoltmètre apériodique. — Galvanomètre de démonstration. — Standard-millivoltmètre. — Standard-voltmètre. — Nouveau galvanomètre. — Essayeur statique. — Divers instruments de précision en forme de montre. — Instrument de démonstration à cadre mobile. (Tous ces appareils système **Hartmann et Braun**.) — Pompe à huile d'après **Kohl**. — Appareil pour la téléphonie sans fil. — Appareil pour la télégraphie sans fil. — Indicateur d'orages à distance. — Insufflateur à air chaud. — Divers appareils électro-médicaux. — Divers appareils de chauffage électrique.....	M. Heller (Richard Ch.)
Appareils divers.....	M. A. Jobin.

Astrolabe à prisme système **Claude** et **Driencourt**. (Instrutrument ayant servi à la détermination de longitudes Paris-Brest par l'Observatoire du Bureau des Longitudes sous la direction de M. le Cᵗ Guyou.) Prismes en flint du spectrographe de M. **Hamy** à 2 trains de 5 prismes chacun ayant servi à l'observation de l'éclipse de 1905.....	M. A. **Jobin**.
Appareil universel pour effectuer les mesures électriques et photométriques sur des lampes à courants alternatifs.....	**Laboratoire de l'Usine municipale des Halles.**
Energétomètre **Charles Henry**. — Appareil d'enregistrement continu du CO^2 exhalé, de la chaleur dégagée et de l'énergie dépensée par le muscle.....	**Laboratoires Adolphe Goy.**
Electromètre enregistreur des ions de l'atmosphère (nouveau modèle) (construit par la Cᵢᵉ des Compteurs).....	MM. **Langevin** et **Moulin**.
Photographies des ondes électriques produites par les bobines d'induction. — Photographies d'organoïdes résultant de la croissance de cellules artificielles dans un milieu nutritif.	M. S. **Leduc**.
Ecrans magnétiques préservant les montres quelconques de l'aimantation.....	M. **Louis Leroy**.
Appareils narcose-chloroforme. — Appareils projections donnant 3000 bougies. — Appareils pour le découpage rapide de l'acier, du fer, etc. — Appareils de sauvetage, pompiers et mineurs, ayant servi aux mines de Courrières....	**L'oxhydrique française.**
Rhéostat de laboratoire permettant d'obtenir toutes les résistances comprises entre 0 et 110 ohms; intensité maxima : 25 ampères; volume réduit. — Applique murale porte-ampoule pour rayons X. — Bobine transportable pour radiographe. — Batteries diverses et faradique.....	M. G. **Lexy**.
Nouvelle bobine d'induction.....	MM. **Malaquin** et **V. Poulignier**.
Bouteilles thermos, bouteilles à double enveloppe entre lesquelles le vide complet a été fait et qui permettent, par conséquent, la conservation de tout liquide à sa même température et la conservation de l'air liquide. — Isolateur de 50000 volts que la Karlsbader Kaolin Industrie Gesellschaft a fourni pour le transport de force, Moutiers, Lyon.	M. **Marcel Meyer**.
Balance de torsion de construction pratique.....	M. P. **Morin**.
Électromètre à quadrants.....	M. **Moulin**.
Appareil trichrome donnant les trois négatifs simultanément.	M. C. **Nachet**.
Hygromètre à spirale de gélatine disposé en appareil indicateur du temps.....	M. A. **Nodon**.
Soudure autogène, brasure et fusion de l'aluminium sans perte.....	MM. **Odam** et Cᵢᵉ.
Spectroréfractomètre de M. **Ch. Féry** (Tables d'indices). — Spectrolographe de M. **Nodon** (expérience). — Trousse de métallographie de M. **L. Guillet**. — Galvanomètre pyrométrique enregistreur à inscriptions automatiques sur papier continu, de M. **F. Pellin**. — Amortisseur de M. **Crémieu**.....	M. **Ph. Pellin**.
Creusets en matières réfractaires résistant à 2000°.....	M. **Piestrak**.

Quelques diapositives tirées des collections de la Maison **Molteni**. — Gros projecteur de 50 ampères destiné aux effets de scène et à l'éclairage des grands espaces. — Appareil universel modèle 1906, avec ses différents accessoires destinés aux différents modes de projections. — Tableau pupitre du Dr **Guilleminot**, pour l'électricité médicale. — Ozoneur du Dr **Guilleminot**. — Cinématographe modèle 1906, permettant la projection des bandes de perforations quelconques. — Indicateur de vitesse **Luc Denis**, modèle spécialement applicable aux automobiles. — Projection à l'aide d'un nouveau mégascope d'épreuves en couleurs obtenues d'après le procédé **Lippmann**..... **MM. Radiguet et Massiot.**

Régulateur à échauffements et refroidissements alternatifs, modèle de M. **Villiers**. — Application de ce régulateur à l'éclairage intermittent : 1° par le gaz; 2° par l'électricité. — Appareil à niveau constant de M. **Villiers**. — Trompe à mercure rapide à serpentin (modèle **Regnier**). — Pile voltaïque **Buhot-Regnier**. — Appareil à purifier le mercure. — Détecteurs électrolytiques de M. le **Capitaine Ferrié**. — Localisateur du Dr **de Keatnig-Hart** pour la radiothérapie. — Localisateurs nouveaux modèles **Regnier**. — Tubes de Crookes du Dr **de Keatnig-Hart** et **Regnier**. — Repéreurs du Dr **Kocher**, pour la recherche des aiguilles et corps étrangers par la Radiographie. — Compte-gouttes modèles déposés de M. **Yvon**. — Appareils divers..... **M. J. Regnier.**

Cémètre : montre divisant décimalement le jour entier de 2¼ heures avec dédoublante rattrapante battant 400000 fois par jour construite par la maison **L. Leroy** et Cie, Paris-Besançon..... **M. J. de Rey-Pailhade.**

1. *Précision*. Girouette anémométrique à papier sans fin. — Baromètre à poids petit modèle. — Sismographe à plateau. — Dynamo-cinémomètre enregistreur pour les essais de moteurs par dynamo-frein. — Scrutateurs donnant à distance la température des chambres frigorifiques. — Thermomètre enregistreur extra-sensible gradué de — 5° à + 5° C., et marchant pendant 56 jours pour le contrôle dans des transports frigorifiques. — Relais thermique et à sensibilité réglable à volonté pour l'entretien automatique de la température dans les transports frigorifiques. — Contrôleur enregistreur de la vitesse des trains. — 2. *Electricité*. Boîte de contrôle pour courant continu, petit modèle. — Ampèremètre et voltmètre jumellés pour automobiles électriques, modèle ordinaire. — Le même, petit modèle pour voiturettes. — Ampèremètres et voltmètres enregistreurs à cadre mobile pour véhicules. — Ampèremètre enregistreur à papier sans fin. — Ampèremètre et voltmètre en boîte étanche. — Ampèremètres et voltmètres apériodiques. — Nouvel ohmmètre. — Ampèremètre à sensibilité variable. — Appareil pour la vérification des joints des rails. — 3. *Photographie*. Perfectionnements apportés au vérascope. Le cône stéréopostal. — Le Glyphoscope. — Le Taxiphote court foyer. — Agrandissements de clichés du Vérascope. — Projections de vues du Vérascope avec le Taxiphote..... **M. Jules Richard.**

Interrupteur turbine permettant de faire fonctionner les bobines d'induction sur les courants de la ville, sans rhéostat et sans condensateur. — Radioqualitamètre. — Bobine à isolement rationnel et proportionnel..... **M. C. Ropiquet.**

Electrodynamomètre à miroir, nouveau modèle pour mesures de très faibles puissances de courants alternatifs. — Electromètre **Beggerow**. — Galvanomètre à miroir Deprez-

d'Arsonval avec dispositif pour mesures balistiques et avec shunt magnétique monté sur l'appareil. — Machine pour produire des courants à haute fréquence destinés à la mesure des coefficients d'induction et de la perte d'énergie dans les appareils à courants alternatifs. — Étalon d'induction mutuelle. — Eclairage des lustres de la grande Salle par les lampes à filament de Tantale.....	MM. **Rousselle** et **Tournaire.**
Nécroscope collimateur à réflexion de M. **Arcimis**.....	M. **G. Secrétan.**
Appareil à faire le vide par l'air liquide. — Chalumeau à gaz d'éclairage et oxygène pour la soudure autogène des métaux.....	**Société de l'air liquide.**
Lampe **Cooper Hewitt** à vapeur de mercure pour courant alternatif. — Appareil P.I. comportant deux lampes mobiles pour les usages photographiques. — Lanterne munie de deux lampes en série.....	**Société Westinghouse.**
Groupe transformateur.....	**Société Gramme**
Electromètre apériodique, système **Curie**, à fil de quartz, isolement à ambroïde, modèle 1906. — Electromètre apériodique, système **Curie**, à fil de platine, isolement à ambroïde, modèle 1906. — Condensateur cylindrique, système **Curie**, pour l'étude radioactive des gaz. — Trousse de fils de quartz de diamètres variables jusqu'à 2^{μ}. — Balance magnétique **Curie-Cheneveau** avec manipulateur, modèle 1906. — Trompe à mercure à jauge de **Mac-Leod** mesurant le vide à $\frac{1}{10\,000}$, automatique; fonctionnant avec 250^{g} de mercure, système **Chatelain**. — Appareil à distiller le mercure automatique, système **Chatelain**. — Appareil à séparation du chlorure ferrique par l'éther, système **Chatelain**. — Appareil à distillation fractionnée dans le vide, **Chatelain**. — Filtre-presse de laboratoire avec pompe indépendante. — Radium et émanation radioactive.	**Société centrale de Produits chimiques.**
Recharge des accumulateurs par le courant alternatif au moyen de la soupape électrique à vibreur.....	M. **A. Soulier.**
Interrupteur à mesure de M. **P. Villard** pour courants alternatifs (nouveau modèle). — Lunette radiochromométrique de M. **L. Benoist**, avec viseur (nouveau modèle). — Châssis radiométrique de M. **L. Benoist.** — Compteur altimétrique avertisseur de M. **Roger-Aubry**. — Tubes de Crookes (nouveau modèle). — Arc au mercure de M. **P. Villard**, en quartz.....	M. **J. Thurneyssen.**
Expériences sur la fluorescence de quelques terres rares.....	M. **G. Urbain.**
Phénomènes photographiques divers.....	M. **P. Villard.**
Téléphot (système **Vautier-Dufour** et **Schaer**).....	M. **Vautier-Dufour.**
Le Créoscope, appareil à composition de dessins pour toutes industries.....	M. **A. Wormser.**

COMMUNICATIONS.

RÉUNIONS DES 19, 20 ET 21 AVRIL 1906.

1° *Le rayonnement des manchons à incandescence;* 2° *Expérience pour démontrer des ondes stationnaires acoustiques,* par M. le Dr H. Rubens.

Recherches sur la direction d'aimantation des roches volcaniques, par M. Bernard Brunhes. — M. Brunhes expose les résultats des recherches qu'il a entreprises depuis 1901, avec la collaboration de M. David, sur la direction de l'aimantation permanente dans les roches volcaniques.

Melloni avait émis l'idée que les laves du Vésuve, en se refroidissant, doivent prendre et garder la direction d'aimantation du champ terrestre dans lequel elles se solidifient. Cela peut ne pas donner une direction bien définie; moins encore à cause de la longue durée du refroidissement des laves — qui peut durer 40 ans et plus — que parce que les parties superficielles, les premières refroidies, portées sur une masse restée fluide, peuvent être déplacées après la solidification. G. Folgheraiter, reprenant l'idée de Melloni, a voulu voir dans quel sens étaient aimantées les laves dans la direction verticale; il a examiné une centaine d'échantillons, en prenant des aiguilles verticales des diverses roches, et a toujours trouvé le pôle Nord en bas et le pôle Sud en haut. Il n'a pas étudié la direction de l'aimantation horizontale dans ces roches.

Les recherches de magnétisme terrestre l'ont conduit à parcourir la campagne romaine, et à y trouver des singularités qui avaient attiré l'attention de Filippe Koller, et qui ont donné lieu depuis à des travaux de plusieurs physiciens allemands, Tœpler et Pockels, notamment. Ce sont les *punti distinti* de Keller où l'aiguille aimantée devient folle, et change brusquement de direction entre deux points très voisins. Des travaux de ces savants et de ceux de Folgheraiter lui-même, il résulte que ce sont des points qui ont été frappés de la foudre; autour du point (ou de la ligne) suivant laquelle le courant est entré dans le sol, a été créé un champ magnétique instantané, mais très intense, qui a aimanté les roches lorsqu'elles ont, comme les roches volcaniques, une teneur suffisante en fer. M. Brunhes a eu l'occasion d'observer en divers points ces roches aimantées par la foudre et a trouvé, en général, comme Toepler, que la disposition des lignes de force qui se sont fixées dans la roche indique un courant électrique allant de la terre à l'atmosphère, c'est-à-dire une chute d'électricité négative sur le sol.

Ces singularités curieuses montrent qu'il faudra se garder de tirer des conclusions de quelques mesures isolées; elles sont une complication dans la recherche de la direction d'aimantation vraie d'une roche, mais ne sont point la cause générale de l'aimantation rémanente de la roche.

Folgheraiter s'est préoccupé, à la suite de ses premières études sur le sens de l'aimantation d'aiguilles verticales, de la question de la *stabilité* de l'aimantation et a établi une distinction entre les *pépérines* et les roches formées de poussières agglomérées, et les *basaltes* ou *andésites;* il semble que la transformation du sesquioxyde de fer en magnétite, dans les sels de fer que contiennent les roches, rende l'aimantation plus stable. Ce sont ces remarques qui l'ont conduit à l'étude systématique de l'aimantation

rémanente de la brique. Il a montré que l'argile ferrugineuse conserve, après la cuisson, la direction de l'aimantation du champ magnétique dans lequel on l'a cuite. On connaît les beaux travaux par lesquels il en a conclu à la variation de l'inclinaison magnétique depuis le VIIe siècle avant notre ère jusqu'à nos jours. Il a étudié des vases d'argile cuite, allant depuis la période de la céramique étrusque jusqu'à celle de l'industrie pompéienne, et a déduit de leur forme et de leurs propriétés magnétiques l'angle que devait faire avec la verticale la direction du champ terrestre à l'époque de leur cuisson.

Il a été amené à penser que les vases les plus anciens ont été fabriqués à une époque où l'inclinaison, dans l'Italie centrale, était en sens inverse de ce qu'elle est aujourd'hui, où le pôle Nord de l'aiguille aimantée se dirigeait vers le haut. C'est ce résultat surprenant qui n'a pas été admis, en général, par les physiciens qui s'occupent du magnétisme terrestre, par le physicien suédois Carlheim-Gyllenskjöld en particulier.

MM. Brunhes et David ont étudié d'abord la direction d'aimantation dans des *couches de brique naturelle en place;* ce sont des couches d'argile qui ont été cuites, sur place, par une coulée de lave. Il est rare qu'on trouve de pareilles couches, assez étendues, et permettant, sans s'effriter, la taille d'échantillons assez gros et assez réguliers pour l'examen. On en a cependant trouvé plusieurs dans le département du Puy-de-Dôme et dans celui du Cantal.

1. On a reconnu qu'en général, dans une même couche, on a une direction d'aimantation bien définie, fort différente de la direction du champ terrestre actuel.

2. On a reconnu que la direction d'aimantation est la même dans la couche de brique naturelle et dans la couche de lave supérieure, avec des écarts plus notables dans la couche de lave que dans celle de brique.

3. On a noté qu'à Pontfarein [commune de Cezens (Cantal)], une couche de brique naturelle dont on a pris plusieurs échantillons sur une centaine de mètres de longueur, ont tous le pôle Nord en haut et le pôle Sud en bas; et qu'il en est de même des échantillons pris dans la coulée de lave supérieure.

Voici les nombres pris sur quelques échantillons. Ce sont les différences des lectures sur l'échelle divisée, quand on présente au déclinomètre une des forces de l'échantillon cubique (par exemple, la force horizontale supérieure H, et la force horizontale inférieure B). Les échantillons sont taillés et *orientés sur place*, les arêtes étant respectivement verticale, parallèle à la direction actuelle de l'aiguille de déclinaison et perpendiculaire à cette direction. (Quand les directions des arêtes horizontales ne sont pas parallèle et perpendiculaire à l'aiguille de la boussole, on l'indique et l'on trace toujours sur la face horizontale supérieure, avant de la détacher du roc, la direction actuelle de l'aiguille aimantée, la direction du Nord magnétique étant indiquée par une flèche.)

	Brique de Royat R.B.1	Basalte de Royat R.B.3	Brique de Pontfarein n° 2	Basalte de Pontfarein n° 1
Composante verticale HB ...	—1,9	—4,05	+3,5	+19,0
Composante NS.....	+0,3	+1,6	—0,5	— 4,1
Composante EW.....	—0,55	—1,15	—0,5	— 2,0

Ces nombres montrent le parallélisme des directions d'aimantation dans la brique et dans la coulée de lave supérieure, et permettent de se rendre compte en même temps du degré de précision des mesures.

On a, dans certains cas particuliers, des mesures plus précises.

C'est ainsi que M. David a examiné les grandes dalles rectangulaires de

domite qui formaient le dallage du temple de Mercure, au sommet du Puy de Dôme. Ces pierres ne viennent pas du Puy de Dôme même; elles forment de grands rectangles parfaitement homogènes d'un mètre de large sur $1^m,50$ à $1^m,80$ de long (et $0^m,40$ de hauteur).

Il a reconnu :

1° Que la direction d'aimantation sur divers échantillons d'une même dalle est bien la même;

2° Que les *déclinaisons* de plusieurs dalles en place, juxtaposées, sont très variables de l'une à l'autre;

3° Que l'*inclinaison* est la même pour toutes, *au signe près*.

Ces dalles doivent avoir été taillées dans un même banc horizontal, en une carrière qu'on espère ainsi pouvoir déterminer, *et l'une d'elles a été retournée sens dessus dessous*. En tous les cas, les variations du champ magnétique terrestre, depuis plus de deux mille ans, n'ont pas modifié la direction d'aimantation de ces dalles : chacune a conservé la sienne propre.

Dalle n° 1.	1er échantillon.	Déclinaison.....	144°	E
»	»	Inclinaison.....	—55	
»	2e échantillon.	Δ.....	143	E
»	»	I.....	-58	
Dalle n° 2.	1er échantillon.	Δ.....	86	E
»	»	I.....	—52	
»	2e échantillon.	Δ.....	85	E
»	»	I.....	—54	
Dalle n° 3.	1er échantillon.	Δ.....	74	W
»	»	I.....	+53	
»	2e échantillon.	Δ.....	71	W
»	»	I.....	+53	
Dalle n° 4.	»	Δ.....	141	E
»	»	I.....	—56°30′	

Enfin, le domite même du Puy de Dôme présente, en divers points, les directions d'aimantation les plus irrégulières. Il est probable que le mécanisme de la formation de la montagne est celui que M. Lacroix a vu et décrit dans son bel Ouvrage sur la Montagne Pelée : une aiguille centrale a surgi sous la poussée intérieure, s'élevant progressivement, et se séparant en morceaux qui tombaient à droite et à gauche quand la hauteur devenait suffisante pour rendre la colonne instable. La recherche de l'aiguille centrale et sa distinction d'avec les morceaux qui en sont de simples éclats, paraissent rendues possibles, par l'étude de la direction d'aimantation en divers points. Dès à présent, un échantillon de domite, pris dans une tranchée, à l'Est et près du Sommet, donne une intensité et une direction d'aimantation qui, si on les suppose telles dans l'ensemble de la montagne, rendent compte de l'anomalie du champ terrestre qui a été décrite antérieurement par MM. Brunhes et David.

Cet échantillon de domite (échantillon cubique de $0^m,09$ de côté) a pour composantes de son moment magnétique :

$$HB = -2,8$$
$$NS = -0,8$$
$$EW = -0,4$$

et la comparaison de son aimantation avec celle d'un barreau connu conduit à lui assigner une intensité d'aimantation dans le sens vertical de 0,00275.

Or, si l'on néglige, dans une première approximation, la composante horizontale, dont l'effet, étant donnée la forme de la montagne, sera moins sen-

sible, et si l'on regarde la montagne comme formée d'un cône d'axe vertical terminé par une calotte sphérique tangente suivant le parallèle de 45°, on trouve que la perturbation du champ horizontal au voisinage du sommet sera bien représentée par un vecteur centripète, atteignant son intensité maximum sur le parallèle de 45°. Or, c'est bien la distribution à laquelle l'étude préalable de MM. Brunhes et David les a conduits; le maximum de déclinaison à l'Est, le minimum à l'Ouest et le minimum de composante horizontale au Nord, se trouvent bien sensiblement sur le parallèle de 45°. Et les mesures antérieures des mêmes auteurs les ont conduits à fixer à $0^{\text{gauss}},015$ la valeur maximum de la composante horizontale de ce vecteur perturbateur centripète. *Or, cette valeur conduit à admettre une aimantation verticale uniforme d'intensité* 0,0024. C'est sensiblement le nombre obtenu avec l'échantillon examiné, alors que d'autres ont donné des nombres très différents, et des directions d'aimantation très éloignées de la verticale. Comme contre-épreuve, la composante verticale du champ terrestre sur le sommet s'est montrée, en gros, supérieure de 5 pour 100 à la valeur normale. Elle doit être en effet : $\frac{8}{3}\pi Z$, si Z est l'intensité d'aimantation verticale; la valeur de la composante horizontale du champ perturbateur en un point de la surface de la sphère où la normale à la surface fait l'angle α avec la verticale est $4\pi Z \sin\alpha \cos\alpha = 2\pi Z \sin 2\alpha$, qui est maximum pour $\alpha = 45$. En admettant pour $2\pi Z$ la valeur 15 milligauss, on trouve $Z = 0,0024$; d'où $\frac{8}{3}\pi Z$ au sommet $= 0,020$; c'est-à-dire $\frac{1}{20}$ de la composante verticale du champ terrestre dans nos régions.

Nous indiquerons en terminant que M. Carlheim-Gyllenskjöld, qui a entre les mains des échantillons de brique naturelle de Pontfarein, s'est rallié à l'idée de la possibilité d'une inclinaison négative dans nos régions, à l'époque où cette brique s'est formée.

Le four électrique dans la métallurgie du fer, par M. Matignon.

SÉANCE DU 4 MAI 1906.

Présidence de M. E.-H. Amagat.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 6 avril est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 18 mai.

MM. Adams (Edwind, P.), Phil. Dr Professor of Physics, Princeton University, Princeton, N. Y. (U. S. A.).

Cartmel (William Bell), Instructor in Physics, Cincinnati, Ohio (U. S. A.).

Chavanne (George-Charle), Chargé de Cours à l'Université libre, à Bruxelles (Belgique).

Chrétien, Astronome à l'Observatoire de Nice (Alpes-Maritimes).

Cross (Charles-Robert), Professor of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Boston, Mas. (U. S. A.).

De Cock (Adhémar), Ingénieur des Ponts et Chaussées, à Ostende (Belgique).

MM. De Donder (Théophile-Ernest), Dr ès Sciences physiques et mathématiques, à Bruxelles (Belgique).
Dorsey (Noah, Ernest), Ph. Dr Assistant Physicist Bureau of Standards, Washington (U. S. A.).
Mlle Gates (Fanny, Cooke), Associate Prof. of Physics Woman's College, Baltimore, Md. (U. S. A.).
MM. Gargelon (Henri), à Paris.
Grandenzio (Fantoli), Ingénieur, à Milan (Italie).
Granqvist (Per. Gustav. David), Professeur à l'Université d'Upsal (Suède).
Grassi (Francesco), Professeur d'Electrotechnique à la Société d'Encouragement des Arts et Métiers, à Milan (Italie).
Gilbert (Norman, E.), Ph. Dr Professeur of Physics, Darmouth College, Hanover N. H. (U. S. A.).
Ives (James-Edmund), Assistant Professor of Physics, University of Cincinnati, Ohio (U. S. A.).
Kimball (Arthur, Lalanne), Ph. Dr John's Hopkins University, Prof. of Physics, Amherst College, Amherst, Mass. (U. S. A.).
Lyman (Theodore), Instructor in Physics Harward University, Jefferson Laboraty, Harward College, Cambridge, Mass. (U. S. A.).
Moore (Joseph, Haines), Dr of Ph. Assistant in Spectroscopy in the Lick Observatory, Mt. Hamilton, California (U. S. A.).
Nardroff (Ernest-R. von), E. M. D. Sc ; Head of Science, of Science Department Erasmus Hall High School, Brooklyn, N Y. (U. S. A.),
Nipher (Francis-E.), Prof. of Physics, Saint-Louis, Missouri (U. S. A.).
Orstrand (Charles, Edwin, von), Assistant Physicist U. S. Geological Survey, Washington, D. C. (U. S. A.).
Pernter (Josef-Marie), Dr i. r. Conseiller de la Cour, Professeur à l'Université, Directeur de l'Institut central de Météorologie et Géodynamique, Vienne (Autriche).
Porter (B., Albert), Consultant and Importer Drive Evanston, Ill. (U. S. A.).
Poynting (John-Henry), Prof. of Physics the University, Birmingham (Angleterre).
Remy-Roux, Docteur en Médecine, à Avignon.
St John (Charles-Edward), Professor of Physics, Oberlin College, Oberlin, Ohio (U. S. A.).
Selby (Arthur-L.), Prof. of Physics University College of South Wales, Cardif (Angleterre).
Stutz (Emile-Henri), Lieutenant de vaisseau, Défense fixe, Baie Ponty, à Bizerte (Tunisie).
Uhler (Horace Scudder), Fellow in Physics in the Hopkins University, Ph. D. John's Hopkins Univ., Baltimore, Md. (U. S. A.).
Whitehead (John-B.) Ph. Dr John's Hopkins University, Baltimore, Md. (U. S. A.).
Societa d'Incorraggiemente Arti e Mestieri, Milan (Italie).

M. le Président annonce la mort de M. P. Curie.

« Messieurs,

» Un épouvantable accident vient d'enlever, à la Science française, l'un de ses représentants les plus brillants et les plus sympathiques, en pleine force de l'âge, dans toute la maturité d'un talent dont elle avait à attendre encore de longs et éclatants services.

» Il serait superflu ici de rappeler les travaux de P. Curie, vous les connaissez tous; mais, pour le public et même pour beaucoup de gens d'une certaine culture, il en est tout autrement, et le radium, précisément parce que sa découverte a dans une certaine mesure éclipsé ses œuvres antérieures, pourrait passer pour résumer tout ou presque tout ce que la Science lui doit; rien n'est moins vrai cependant, et, dans la plupart de ses Mémoires, la profondeur de vue, l'intuition des phénomènes et de leurs rapports, le discernement des analogies, en un mot tout ce qui constitue

le tempérament du vrai physicien se retrouve à un degré aussi élevé que dans le travail célèbre auquel il doit la popularité de son nom; la vérité est que les travaux de P. Curie, antérieurs à la découverte du radium, comportaient déjà la matière d'une remarquable carrière scientifique; ils auraient suffi largement à justifier les hautes récompenses dont il a été ici l'objet et la situation tardive, trop tardive, qui enfin lui avait été faite; Curie a connu, en effet, des temps difficiles, il a subi d'amères déceptions et ceci à une époque où cependant sa valeur ne pouvait plus être discutée; j'aurai toute ma vie sur le cœur que des travaux dont nous sommes aujourd'hui légitimement si fiers aient failli ne pas sortir d'un Laboratoire français.

» Vous savez tous, Messieurs, quel a été l'homme privé; faut-il vous rappeler le charme de ce caractère empreint de douceur et de naïveté, son incomparable modestie, une loyauté absolue et une droiture dans ses convictions qui s'imposait même à ceux qui étaient loin de les partager.

» Je serai certainement, Messieurs, l'interprète de vos sentiments à tous en adressant à Mme Curie l'expression de notre respectueuse sympathie; elle fut, pour notre malheureux confrère, non seulement une compagne dévouée, mais encore une inestimable collaboratrice, qui bien souvent a dû raviver l'espoir chancelant au milieu des difficultés et des insuccès passagers de longues et laborieuses recherches; elle a droit à notre reconnaissance en même temps qu'à notre sympathie. »

M. le Président donne lecture des télégrammes de condoléances envoyés par M. Piltchikoff et par M. Hesehus au nom des Membres de la Société physico-chimique russe de Saint-Pétersbourg.

M. le Président adresse ensuite quelques paroles à la Société à propos de la perte qu'elle vient de faire dans la personne de M. Emile Nogué.

Il adresse ensuite ses remerciements au nom de la Société de Physique :

A Messieurs les Directeurs des Compagnies de chemins de fer qui ont bien voulu faciliter le voyage de Paris à plus de 200 de nos confrères de province.

A la Société Gramme et en particulier à M. Javaux qui a mis gracieusement à notre disposition le groupe transformateur qui a servi à nos séances.

De même à M. Dinin qui nous a gracieusement prêté la batterie d'accumulateurs.

A Messieurs les Conférenciers :

Particulièrement à M. le Professeur Rubens pour sa très remarquable conférence; et à MM. B. Brunhes et Matignon dont les intéressantes conférences ont eu un vif succès.

A la Direction de l usine centrale de Saint-Denis et en particulier à M. Genis, Président du Conseil d'Administration, pour la belle réception faite aux Membres de notre Société.

Enfin à M. Sandoz pour le zèle éclairé avec lequel, comme toujours, il a présidé à l'organisation de nos séances.

Il remercie enfin M. Mildé, qui nous a prêté ce soir la batterie d'accumulateurs pour les expériences de la séance.

Aimants transparents. Propriétés optiques et magnétiques, par MM. A. Cotton et H. Mouton. — Depuis leur Communication du 17 no-

vembre 1905, MM. Cotton et Mouton ont complété l'étude de la biréfringence magnétique (phénomène de Majorana) que présentent certaines solutions colloïdales d'hydroxyde de fer placées dans un champ magnétique et traversées par un rayon lumineux *normal* aux lignes de force. Ils ont en outre étudié les phénomènes qu'on observe lorsque la lumière se propage *parallèlement* au champ.

I. M. Cotton indique d'abord rapidement les résultats qu'a fournis cette étude des liquides : 1° le pouvoir rotatoire magnétique de l'hydroxyde ferrique dans certaines solutions colloïdales est très grand. La valeur de ce pouvoir rotatoire dépend des échantillons qui, à titre égal, donnent ici encore des résultats très différents. En particulier, dans certains cas, un chauffage prolongé, qui augmente beaucoup la grosseur des grains ultramicroscopiques contenus dans le liquide, donne un pouvoir rotatoire considérable à des solutions dont les propriétés auparavant ne différaient pas sensiblement de celles de l'eau. 2° Le pouvoir rotatoire propre à la substance en suspension dans les liquides étudiés n'obéit pas à la loi de Verdet (proportionnalité au champ magnétique); la courbe qui représente ses variations en fonction du champ rappelle la courbe d'aimantation d'une substance ferromagnétique, résultat analogue à celui qui avait été trouvé pour le fer en couche très mince; mais il faut noter que ce pouvoir rotatoire propre est cette fois négatif. 3° Ce pouvoir rotatoire magnétique est accompagné d'un dichroïsme circulaire magnétique, les vibrations circulaires qui ont le sens des courants d'Ampère sont plus affaiblies en traversant le liquide que les vibrations de sens opposé.

II. Comme l'avait fait Schmauss pour le phénomène de Majorana, MM. Cotton et Mouton ont fixé le phénomène de la polarisation rotatoire magnétique. On ajoute pour cela à une solution colloïdale convenablement choisie (1) une solution tiède de gélatine : on abandonne le mélange homogène dans un champ magnétique jusqu'à ce qu'il se soit pris en gelée par refroidissement. Cette opération était faite dans une petite cuve à faces parallèles de $3^{mm},2$ d'épaisseur dont les glaces terminales étaient placées parallèlement aux pièces polaires de l'électro-aimant (champ de 11800). La solution étant prise en gelée, on retire la cuve de l'électro-aimant et l'on trouve qu'elle garde maintenant, en dehors de tout champ magnétique, mais avec moins d'intensité, les propriétés optiques (pouvoir rotatoire et dichroïsme circulaire) que possédait l'hydroxyde ferrique pendant qu'il était dans le champ.

Pour mettre en évidence d'une façon simple par une expérience la première des deux propriétés qui est la plus importante, MM. Cotton et Mouton montrent un polarimètre de Laurent dans lequel on a placé la petite cuve précédente normalement aux rayons. Le polarimètre est éclairé par la lumière jaune de l'arc au mercure. L'égalité des plages étant obtenue, il suffit de retourner la cuve face pour face pour détruire cette égalité et pour pouvoir mesurer le double du pouvoir rotatoire magnétique résiduel. Dans l'expérience présentée à la séance, cette double rotation était d'environ 50 minutes pour la cuve mince et la gelée peu concentrée employées (2). Le fait que ce pouvoir rotatoire résiduel change de sens quand

(1) Comme exemple de solution convenant pour cette expérience, on peut indiquer le liquide obtenu en chauffant pendant 16 heures à une température de 100° environ la solution d'hydroxyde ferrique préparée sans dialyse par le procédé de M. Jacques Duclaux (*Thèse de Doctorat*, Paris, 1904).

(2) Le colloïde dont on est parti renfermait 0,0116 de son poids d'extrait sec, et la gelée n'en renfermait que 0,0026. La moyenne des deux lectures du polarimètre ne donne pas le zéro de l'appareil à cause du léger pouvoir rotatoire (lévogyre) de la gélatine.

on retourne la cuve peut être considéré comme une illustration des considérations développées par Curie sur la symétrie du champ magnétique (symétrie d'un cylindre tournant).

III. L'existence du phénomène précédent rendait probable que les particules en suspension dans le liquide peuvent garder une aimantation permanente notable. Cette aimantation résiduelle a pu être mise en évidence elle aussi par l'expérience suivante : une petite bouteille en verre mince de révolution autour d'un axe vertical est suspendue à un fil fin entre les pôles d'un électro-aimant. Elle est remplie du mélange de gélatine et de colloïde qui a servi précédemment et qu'on laisse ici encore prendre en gelée dans le champ. La direction des lignes de force est marquée par un index solidaire de la bouteille qu'on maintient immobile pendant la solidification. Le courant étant supprimé, on fait ensuite tourner le fil de suspension de telle sorte que l'index dans sa position d'équilibre soit exactement à 90° de celle qu'il occupait précédemment. Si l'on vient à lancer dans l'électro-aimant d'abord un courant plus faible que le courant employé auparavant, on voit la bouteille tourner d'un angle droit dans un sens ou dans l'autre suivant le sens du courant et reprendre par rapport au champ la position qu'elle occupait pendant la solidification. On constate ainsi un magnétisme résiduel dont le sens bien déterminé se trouve être celui qu'on prévoyait. On a fait le contrôle qui consiste à produire la coagulation dans différentes orientations de la bouteille. La gelée a donc bien pris les propriétés d'un aimant : c'est un *aimant transparent*.

Cette aimantation résiduelle est remarquablement stable : on peut, en fixant la bouteille dans la position à rebours de celle qu'elle tend naturellement à prendre, soumettre la gelée à des champs inverses très intenses sans changer le *signe* de l'aimantation résiduelle. Avec l'un des colloïdes employés, cette inversion n'a pas été obtenue, même en employant des champs plus intenses que lors de la prise en gelée.

Cependant, bien que l'aimantation résiduelle garde un signe remarquablement constant, la substance n'est pas saturée. On constate en effet qu'on peut forcer la bouteille à osciller autour d'une position d'équilibre à 180° de celle qu'elle tend naturellement à prendre et que la durée d'oscillation n'est que légèrement accrue. Cela peut même arriver accidentellement si le champ directeur est intense et l'orientation de la bouteille mal réglée.

Les trois expériences qui permettent de constater ces propriétés magnétiques singulières ont été montrées aux séances de Pâques de la Société. On en trouve d'ailleurs une vérification en faisant les expériences optiques correspondantes (étude du pouvoir rotatoire de la gelée pendant et après l'action d'un champ inverse). Le pouvoir rotatoire résiduel varie dans le même sens que l'aimantation et change de signe avec elle.

Ces expériences viennent en outre à l'appui de la théorie de la biréfringence magnétique par l'orientation et l'aimantation des particules. Une expérience sur le pouvoir rotatoire serait inexplicable dans l'hypothèse de particules sphériques et isotropes : elle consiste à placer dans une cuve le mélange de gélatine et de colloïde et à la soumettre au champ magnétique après la prise en gelée. Le pouvoir rotatoire résiduel peut encore être constaté dans certains cas, mais il est toujours plus faible. On pourra peut-être, de la comparaison des résultats des mesures faites sur la biréfringence, le pouvoir rotatoire et les oscillations dans le champ magnétique, déduire des indications sur la forme des particules ultramicroscopiques elles-mêmes.

M. P. Villard présente quelques expériences relatives aux rayons cathodiques et magnétocathodiques :

1° Enroulement cathodique circulaire dans un champ uniforme. Rayons non déviables de J.-J. Thomson;

2° Enroulement composé en zigzag dans un champ non uniforme produit entre deux pôles d'électro-aimants;

3° Rayons magnétocathodiques émis par une lame de mica perforée, frappée par des rayons cathodiques et placée dans un champ intense.

L'auteur expose ensuite ses recherches sur la lumière positive :

L'hypothèse d'un transport d'électricité par simple convection (corpuscules ou ions positifs ou négatifs) ne paraît pas susceptible d'expliquer les faits. Ainsi, quand on dévie sur une partie de son trajet la lumière positive dans un tube large, et à une pression assez forte pour que cette lumière n'occupe que la partie axiale du tube, on observe qu'à l'endroit où le champ est maximum la direction de la colonne lumineuse est parallèle à sa direction initiale. L'obliquité devrait être maxima en ce point s'il s'agissait de particules électrisées en mouvement. La figure obtenue est au contraire celle d'un fil tendu, repoussé par les parois et écarté localement de l'axe par une force normale à cet axe.

Si la déviation est suffisante pour appliquer la lumière positive sur la paroi, aucune interruption ne se produit dans cette lumière. On sait cependant, au moins pour les corpuscules cathodiques, que ceux-ci, arrivant sur un obstacle, s'y arrêtent et y restent.

La déviation augmente avec l'intensité du courant : c'est également ce qui a lieu pour un fil souple en repos (ou en mouvement lent) parcouru par un courant; on ne voit pas au contraire comment la déviation d'une particule électrisée dépendrait du nombre de celles qui l'accompagnent.

Il semble donc qu'on est en présence d'un problème non de Dynamique, mais de Statique, et que la colonne positive est une sorte de conducteur gazeux, une chaîne de particules ou molécules polarisées, tendue entre l'anode et la cathode; cette manière d'envisager la colonne positive non comme un ensemble de particules indépendantes, mais comme un objet unique dont les diverses parties sont liées entre elles, paraît confirmée par les expériences suivantes :

Dans un tube en U, les deux moitiés de la colonne positive s'attirent si le courant est faible (attraction électrostatique supérieure à la répulsion électrodynamique), si le courant augmente la répulsion diminue et cesse. On peut faire la même expérience avec un fil souple peu conducteur suspendu à deux bornes à grande différence de potentiel.

Les rayons cathodiques ayant la propriété de briser les molécules doivent pouvoir couper la lumière positive et la supprimer sur leur passage. C'est ce qu'on vérifie aisément en produisant des rayons cathodiques dans un tube latéral au moyen d'une source auxiliaire synchrone de la source principale et en phase avec elle; si la lumière positive ne contenait que des ions, ceux-ci ne seraient pas modifiés.

L'espace obscur de Faraday s'explique alors très simplement par la présence de la cathode qui supprime la lumière positive dans son voisinage. Comme on doit s'y attendre, cet espace diminue de longueur quand le courant augmente et que le nombre des files de molécules à briser va en augmentant. De même s'explique l'incompatibilité absolue de la lumière négative ou des rayons cathodiques avec la lumière positive : ainsi, dans un tube de Crookes de n'importe quelle forme, il n'y a de lumière positive que si l'anode est à l'abri des rayons cathodiques. On peut faire l'expérience sous une forme plus singulière encore : on excite en courant alternatif un long tube de Geissler large, à une pression de quelques millimètres. L'espace de Faraday relatif à l'une des alternances devrait être masqué par la lumière anodique de l'alternance suivante : d'une électrode à l'autre on devrait voir une lumière ininterrompue. Il n'en est rien : il y a deux espaces obscurs; la colonne positive correspondant à une alternance ne

peut se former dans la région où subsistent encore les corpuscules lancés à l'alternance précédente par l'électrode qui était alors cathode. L'approche d'un aimant écarte ces corpuscules et la lumière positive réapparaît; à un vide avancé le phénomène ne se produit plus, les corpuscules pouvant alors s'éloigner de la cathode sans difficulté.

Dans une vaste ampoule, la lumière positive, entourée de corpuscules négatifs qui tendent à la détruire, doit constituer un courant d'intensité décroissante de l'anode à l'espace obscur de Faraday [1]; en cette région, il ne s'annule pas, mais devient un courant de convection, l'électricité étant alors transportée par les ions. Autrement dit tout se passe comme pour un fil conducteur plongé dans un électrolyte; l'intensité décroît le long du fil et l'action d'un champ magnétique peut mettre le fait en évidence. Il en doit être de même pour la lumière positive et on le vérifie aisément en soumettant cette lumière à un champ uniforme. L'étalement de celle-ci dans le champ est évité par l'emploi d'une décharge condensée, légèrement ralentie par une bobine de self-induction (2 microfarads, 0,001 henry). L'enroulement, qui a bien lieu dans le sens prévu pour un fil, n'est pas circulaire, mais se rapproche d'une spirale logarithmique. On démontre aisément que, si le courant varie en raison inverse de la longueur du conducteur, c'est en effet une spirale qu'on doit observer. (La force étant normale, la tension est constante et le rayon de courbure est inversement proportionnel à la force, c'est-à-dire à l'intensité du courant; si celui-ci varie en raison inverse de l'arc, le rayon de courbure doit varier proportionnellement à cet arc, c'est ce qui a lieu dans la spirale logarithmique.)

L'assimilation de la lumière positive à un véritable conducteur se trouve encore justifiée par l'expérience consistant à produire une décharge entre une électrode auxiliaire et la colonne positive obtenue entre deux autres électrodes; tout se passe comme si l'on produisait une étincelle entre une électrode et un fil parcouru par un courant.

Semblable encore à un conducteur attaché à l'anode, la lumière positive présente une charge positive; elle est attirée par une cathode. Sa tendance à se centrer sur l'axe d'un tube n'est plus alors qu'un effet de la répulsion par les parois.

L'auteur montre ensuite la propagation de la phosphorescence bien connue de l'oxygène dans un tube de Geissler contenant de l'azote et de l'oxygène. Cette phosphorescence part de la lumière positive et envahit de proche en proche tout espace communiquant avec le tube à décharge. La vitesse de propagation est assez faible pour qu'on puisse la suivre à simple vue. Le phénomène ne se produit pas au delà de la cathode, ce qui semblerait indiquer qu'il est dû à des ions positifs se diffusant en tous sens.

M. E. Bloch présente les observations suivantes :

Les critiques que M. Villard a adressées à la théorie des ions semblent s'appliquer à une autre théorie que celle généralement admise. D'après elle, les corpuscules qui provoqueraient la luminosité de la colonne positive par leurs chocs contre les molécules formeraient des traînées allant directement de la cathode à l'anode, comme de véritables rayons cathodiques. En réalité, les trajets libres des corpuscules sont courts et limités à chaque instant par leurs chocs contre les molécules. La colonne positive n'est que la résultante complexe de ces chocs, de ceux des ions positifs et de la recombinaison incessante des deux espèces d'ions. Elle paraît tout à fait comparable à un véritable courant de conduction, produit par le mécanisme qui a été précisé dans la théorie cinétique des métaux. La seule

---

[1] Cette décroissance étant évidemment beaucoup moindre dans un tube étroit, la lumière positive y est plus longue, à intensité égale, que dans un tube large.

différence est que, dans un métal, les corpuscules semblent être libérés spontanément avant le passage du courant alors que, dans la colonne positive, c'est le passage même du courant qui entretient la production des corpuscules. On s'explique ainsi l'analogie, signalée par M. Villard, entre la colonne positive et un courant de conduction ordinaire.

Pour faire une théorie complète de la déviation magnétique de la colonne positive, il faudrait indiquer le mécanisme par lequel la colonne, rejetée latéralement par le champ magnétique, tend à être ramenée dans sa position d'équilibre, de même qu'un fil traversé par un courant s'incurve dans un champ magnétique jusqu'à ce que la réaction élastique du fil arrête le déplacement. Il faudrait, dans cette théorie, tenir compte de l'action des parois, des charges présentes dans le gaz même en dehors de la colonne, de la réaction électrodynamique de la colonne déviée, du mécanisme même de la formation de la colonne au moyen des chocs. Cette théorie complète n'existe pas encore, mais il n'est pas évident qu'elle ne permettra pas de rendre compte dans ses moindres détails de la forme des courbes obtenues par M. Villard. En particulier, le fait que la déviation magnétique de la colonne augmente avec l'intensité du courant de décharge, et que M. Villard n'arrive pas à concilier avec la théorie balistique, s'interprète fort simplement dans cette théorie.

Enfin le mécanisme des strates, la distribution du champ le long de la colonne stratifiée ou non, s'expliquent, tout au moins qualitativement, dans la théorie des ions, et la théorie de M. Villard ne paraît pas en rendre compte.

Répondant aux objections de M. Bloch, M. P. Villard fait remarquer que, s'il a dû s'écarter des hypothèses admises, c'est précisément parce qu'elles ne permettent pas d'aborder le problème. La théorie qu'il propose permet au contraire d'expliquer les faits, se prête à des vérifications géométriques et a fait prévoir plusieurs phénomènes que l'expérience a ensuite permis d'observer. Si l'on veut admettre que la lumière positive est uniquement due à l'ionisation, on se heurte en outre immédiatement à ce fait que la lumière en question est précisément absente là où il y a des rayons cathodiques, c'est-à-dire une cause puissante d'ionisation.

Les deux interprétations ont d'ailleurs ceci de commun, c'est qu'elles assimilent la colonne positive à un courant semblable à celui qui existe dans un conducteur. Elles ne diffèrent que sur un point, à savoir que l'une d'elles accorde à ce conducteur une cohésion qu'il paraît nécessaire d'admettre pour expliquer la déviation magnétique et l'incompatibilité avec les rayons cathodiques.

A propos des rayons nommés par M. Villard *magnétocathodiques*, et qu'il vient de montrer à la Société, M. Broca rappelle qu'il a découvert ces rayons en 1898. Il a montré alors que, pour une valeur donnée du champ magnétique, naissent subitement des rayons cathodiques qui suivent le champ, tandis que les rayons ordinaires enroulés autour du champ subsistent cependant. Il a donné à ces rayons nouveaux le nom de *rayons cathodiques de seconde espèce;* cette dénomination a l'avantage de ne rien préjuger sur la nature de ces rayons, l'hypothèse de leur magnétisation, avancée par M. Villard, étant extrêmement séduisante, mais encore fort sujette à discussion.

Galvanomètre à cadre mobile pour courants alternatifs, par M. Henri Abraham. — On peut mesurer des courants alternatifs de l'ordre du centième de micro-ampère avec un galvanomètre à cadre mobile dont le champ magnétique est créé par un électro-aimant excité par un courant

alternatif de même fréquence. Pour les mesures très délicates, il peut être bon d'actionner cet électro-aimant au moyen d'un petit transformateur auxiliaire bien isolé.

Description de l'appareil. — L'appareil a été réalisé avec la collaboration de M. J. Carpentier, et nous avons aussi entrepris la construction d'un modèle moins sensible destiné à diverses mesures industrielles.

La disposition générale est celle d'un galvanomètre d'Arsonval ordinaire. L'électro-aimant, en forme de couronne horizontale, est à pôles saillants intérieurs. Entre ces deux pôles se trouve placé le noyau de fer cylindrique, également feuilleté. Les différentes parties de l'appareil sont isolées à l'ébonite.

Les fuites magnétiques de l'électro-aimant alternatif induisent dans les pièces métalliques fixes de l'appareil des courants qui tendent à réagir sur le circuit du cadre. S'il y a quelque dissymétrie dans la construction, le cadre mobile sera donc légèrement entraîné d'un côté ou de l'autre comme dans un champ tournant. On ne peut pas faire qu'il n'y ait aucune dissymétrie, mais il est facile de supprimer, une fois pour toutes, l'effet d'entraînement dont il vient d'être question, en plaçant dans l'entrefer une petite lame de métal convenablement orientée.

Couple directeur électrique. Sa suppression. — L'électro-aimant étant excité, si l'on ferme le circuit du galvanomètre sur une résistance faible, on voit le cadre mobile se fixer violemment dans la position où il n'est traversé par aucun flux. Si on l'écarte de cette position, il y est ramené par un couple directeur puissant qui s'ajoute au couple de torsion du fil. Il semble donc que la sensibilité de l'appareil doive se trouver énormément réduite.

Ce couple directeur provient du courant induit dans le cadre par le flux alternatif. Si ce courant était exactement en quadrature avec le champ, il ne produirait aucune déviation; le couple observé est dû au retard de phase que la self-induction du cadre impose au courant. Pour faire disparaître le couple, il n'y a qu'à faire disparaître le retard de phase.

Or, ceci est facile à obtenir. On met *en série* avec le cadre mobile une capacité shuntée par une résistance réglable. Cette deuxième partie du circuit avance la phase du courant, et, pour une valeur convenable de la résistance, on fait disparaître le retard de phase et, en même temps, le couple directeur.

On peut remarquer que la compensation est ainsi faite une fois pour toutes, et que le circuit du cadre mobile, suivi de la capacité shuntée, n'intervient plus que par sa résistance (1).

Sensibilité obtenue. — Le cadre mobile a, par exemple, une résistance de 200 ohms et une période d'oscillation de 10 secondes. La compensation du couple directeur est obtenue par la mise en circuit de 1 demi-microfarad shunté par une résistance de 330 ohms. Le galvanomètre, fermé sur une résistance de 2000 ohms, est apériodique et son zéro est stable, à moins de 1 demi-millimètre près, l'échelle étant à 1^m de l'appareil. Dans ces conditions, la sensibilité est de 275^{mm} par micro-ampère.

---

(1) Une capacité C shuntée par une résistance R compense une self-induction L donnée par la formule

$$L = \frac{CR^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2}.$$

Si donc on met dans le circuit du cadre mobile une self-induction inconnue, la mesure de la résistance de réglage fera connaître la valeur de cette self-induction. Le procédé est très commode pour la mesure à 1 pour 100 près des coefficients de self-induction, à partir de quelques cent millièmes de henry.

Remarque. — Lorsque l'on fait le réglage de la compensation du couple directeur électrique, il peut être intéressant d'exagérer l'action de la capacité de réglage, de manière à mettre le courant induit dans le cadre en avance sur la force électromotrice. Au lieu d'un couple directeur, on a alors un couple d'instabilité qui se retranche du couple de torsion du fil, et l'on arrive à ce résultat paradoxal d'obtenir une sensibilité plus grande que ne le comporte la torsion du fil.

Dans l'expérience précédente, par exemple, si l'on porte de 330 à 340 ohms la résistance qui shunte la capacité compensatrice, la sensibilité atteint 400^{mm} par micro-ampère.

SÉANCE DU 18 MAI 1906.

PRÉSIDENCE DE M. E.-H. AMAGAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 4 mai est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 1er juin :

MM. ERVIN S. FERRY, Perdue University Lafayette, Indiana (U. S. A.).
GRAVET DE LA BUFFIÈRE, Capitaine adjudant-major, au 37e régiment d'Artillerie, à Bourges.
RICHARDSON (Owen-Williams), Docteur ès Sciences, Trinity College, Cambridge (Angleterre).
SCARPA (Oscar), Docteur ès Sciences, R. Scuola Superiore Politecnica, à Naples (Italie).
TAMARU (Takurô), Professeur adjoint à l'Université de Tokio (Japon).

M. HOLLARD fait hommage à la Société de Physique d'un Ouvrage qu'il a fait en collaboration avec son préparateur, M. Bertiaux : l'*Analyse des métaux par électrolyse*. Bien que le titre de cet Ouvrage semble le désigner plus particulièrement aux chimistes qu'aux physiciens, il mérite également l'attention des physiciens parce que c'est surtout à la Physique qu'il y est fait appel dans l'interprétation des phénomènes ainsi que dans l'exposé des lois et des principes.

Pour la première fois, dans ce Livre, on trouve exposée, d'une façon complète, une *théorie de l'analyse électrolytique*, c'est-à-dire, d'une part, une interprétation des phénomènes de l'électrolyse appliqués à l'analyse; d'autre part, une orientation pour ceux qui voudront faire des recherches d'analyse électrolytique. Ce Livre n'est pas un Ouvrage de compilation, mais c'est le résultat de douze années de recherches expérimentales.

Les méthodes de séparation et de dosage qui s'y trouvent ont été vérifiées sur des éléments pesés et mélangés en proportions quelconques; puis ces méthodes ont été appliquées aux produits les plus variés (métaux industriels, alliages, minerais et produits d'usine).

Les auteurs ont surtout dirigé leurs recherches là où l'analyse pondérale ou volumétrique laisse à désirer soit au point de vue du manque de précision, soit au point de vue de la lenteur ou des difficultés de la manipulation.

Les auteurs sont arrivés à pouvoir déposer sur les électrodes, dans un grand nombre de cas, des quantités illimitées de métal. C'est là une ressource très précieuse lorsqu'il s'agit de séparer ce métal d'avec des éléments (impuretés ou corps ajoutés intentionnellement), qui s'y trouvent noyés en très petites proportions, car ces éléments restent, après l'électrolyse, seuls dans le bain et peuvent correspondre à une quantité de métal aussi grande qu'on le désire, conditions très favorables à la simplicité et à la précision du dosage de ces éléments.

Discontinuité des chaleurs spécifiques à saturation et courbes de Thomson, par M. E.-H. Amagat. — A propos du réseau des chaleurs spécifiques de l'acide carbonique entrepris par lui, il y a quelques années, M. Amagat rappelle la formule qu'il a donnée pour calculer la différence des chaleurs spécifiques sous pression constante quand on passe de l'état liquide à l'état de vapeur à saturation; un calcul analogue donne, pour les chaleurs spécifiques sous volume constant, la relation

$$(1)\quad c - c' = \mathrm{AT}\left[(u-u')\frac{d^2p}{dt^2} + \frac{d(u-u')}{dt}\frac{dp}{dt} - \frac{du}{dt}\left(\frac{dp}{dt}\right)_v + \frac{du'}{dt}\left(\frac{dp'}{dt}\right)_v\right].$$

Il remarque qu'on a adopté jusqu'ici la relation

$$(2)\qquad c - c' = \mathrm{AT}(u-u')\frac{d^2p}{dt^2}$$

et cherche la raison de ce désaccord. Il montre que la relation (2) peut être déduite d'une formule de J. Bertrand qui peut facilement entraîner à confusion.

Les relations (1) et (2) deviennent identiques si, aux points où la courbe de saturation est coupée par l'isotherme, on a les conditions

$$(3)\qquad \left(\frac{dp}{dt}\right)_v = \frac{dp}{dt} = \left(\frac{dp'}{dt}\right)_v$$

(la lettre primée s'appliquant à l'état de vapeur).

Au contraire, la forme de l'isotherme, conformément aux idées reçues à propos de l'interprétation des courbes de Thomson, conduit aux relations

$$(4)\qquad \left(\frac{dp}{dt}\right)_v > \frac{dp}{dt} > \left(\frac{dp'}{dt}\right)_v.$$

M. Amagat montre que, partant de là, on arrive en chaque point de la courbe de saturation à une discontinuité dans la chaleur spécifique sous volume constant. Les valeurs de c et c' répondant à la formule (1) et les valeurs de c_1 et c'_1 à la formule (2).

Ces deux discontinuités sont données par les relations :

$$c - c_1 = \mathrm{AT}\frac{du}{dt}\left[\left(\frac{dp}{dt}\right)_v - \frac{dp}{dt}\right],$$

$$c' - c'_1 = \mathrm{AT}\frac{du'}{dt}\left[\left(\frac{dp'}{dt}\right)_v - \frac{dp}{dt}\right].$$

Pour que ces discontinuités disparaissent, il faudrait que les conditions (3) soient satisfaites, et l'on voit facilement que, pour qu'il en soit ainsi, il faudrait que, contrairement aux idées reçues, la partie rectiligne des isothermes se raccorde avec les parties extérieures à la courbe de saturation au lieu de former avec celles-ci des points anguleux.

Les coefficients c_1, c'_1 sont des quantités de chaleur complexes et non des chaleurs spécifiques normales, ainsi que cela résulterait de l'utilisation qui a été faite notamment de la relation (2); s'il en était ainsi les discontinuités qui précèdent reviendraient à dire que, dans des conditions identiques de température, de volume et de pression, et *tout en restant sur l'isotherme normale,* un même liquide ou une même vapeur peut exister sous deux états physiques différents, ce qu'il est difficile de concevoir.

La discontinuité disparaîtrait en même temps qu'on identifierait les relations (1) et (2), en *admettant* le raccordement des parties de l'isotherme dont il vient d'être question.

Dans ce cas, on peut encore concevoir des courbes de Thomson prolongeant l'isotherme normale et correspondant aux retards des changements d'état, on peut même concevoir ces courbes sous deux formes et il est possible que ces deux formes correspondent aux deux sens dans lesquels le point figuratif des phénomènes peut se déplacer sur l'isotherme.

Recherches de sels complexes d'hydrogène par la mesure des conductibilités.— M. Hollard a déterminé les conductivités des mélanges de l'acide sulfurique avec un de ses sels, en toutes proportions et à toutes les concentrations. Le sel en question a été successivement le sulfate de soude, le sulfate de magnésie, le sulfate de zinc, le sulfate de cuivre.

A 3 pour 100 de SO^4H^2, la conductivité reste constante *quel que soit le sulfate ajouté et quelle qu'en soit la quantité.*

Pour des concentrations supérieures, la conductivité diminue si l'on ajoute un sulfate quelconque et quelle qu'en soit la quantité; pour des concentrations inférieures à 3 pour 100 de SO^4H^2, la conductivité augmente, au contraire, lorsqu'on ajoute un sulfate quelconque.

Ces résultats s'expliquent par la formation d'ions complexes d'hydrogène $\overline{SO^4H}$ qui se dissocient en ions $\overline{\overline{SO^4}}$ et H à mesure que la concentration de l'acide sulfurique diminue.

Le sulfate d'ammoniaque n'a pas les propriétés des autres sulfates : avec ce sel la conductivité reste constante pour des concentrations de 8 pour 100 de SO^4H^2 environ.

M. Boizard donne lecture de la Note qu'il a présentée à l'Institut le 12 mai sur *la conductibilité du sulfate d'ammoniaque dans les mélanges d'acide sulfurique et d'eau.* Le sulfate d'ammoniaque donne des solutions plus conductrices que le solvant quand celui-ci contient en poids de 100 pour 100 à 95 pour 100 et de 2 pour 100 à 0 pour 100 d'acide sulfurique. De 95 pour 100 à 2 pour 100, la solution est moins conductrice. Les résultats obtenus diffèrent pour ce sel de ceux de M. Hollard sur le pourcentage du point de transformation, passage des solutions moins conductrices aux solutions plus conductrices, point qui dépend en outre de la quantité de sulfate dissous. L'auteur a étudié de plus les effets de dilution et de température, et a généralisé le phénomène en indiquant qu'on peut remplacer : 1° le sulfate d'ammoniaque par tous les sulfates, les bisulfates, les acides minéraux ou organiques et différents sels; 2° le solvant par les mélanges d'eau et d'acide azotique, ou phosphorique, ou même de soude, mélanges formant des solutions très conductrices. Au contraire, l'addition d'un sel à des mélanges mauvais conducteurs (eau et acide acétique ou formique) donne en général des solutions beaucoup plus conductrices que le solvant correspondant. De sorte qu'il tire la conclusion suivante : « Dans les mélanges d'acides ou de bases formant avec l'eau des solutions très conductrices, la dissolution d'un sel donnera une diminution de conductibilité pour des pourcentages convenables du solvant en acide ou en base ». La théorie proposée par M. Hollard, dans le cas particulier des sulfates,

paraît à M. Boizard acceptable, mais il se réserve d'en indiquer dans la suite une autre qui s'étendra à tous les phénomènes qu'il a observés.

M. Daniel Berthelot rappelle que l'étude des équilibres des sels d'hydrogène en solution aqueuse par la méthode des conductibilités électriques a déjà fait l'objet de travaux étendus. Dans un Mémoire paru, en 1888, aux *Annales de Chimie et Physique*, M. Bouty a déterminé les proportions de bisulfate de potasse formé dans les mélanges de sulfate neutre et d'acide sulfurique et mesuré les effets de la dilution, de la température et des excès de l'un ou l'autre des constituants.

Dans des expériences publiées aux *Comptes rendus* de 1889 à 1891 et aux *Annales* de 1891 à 1893, M. D. Berthelot a étudié de même les sels acides, neutres ou basiques, d'un grand nombre d'acides tant minéraux qu'organiques et mis en lumière le rôle de la basicité, de l'isomérie et des principales fonctions organiques (acide, phénol, alcool, alcali, etc.), ainsi que leurs influences réciproques.

Il rappelle que la conductibilité d'un mélange ne peut se calculer par une règle de simple proportionnalité que s'il s'agit de corps bons conducteurs (tels que les sels neutres ou les acides minéraux en solution étendue); mais pour ces corps en solution concentrée, et pour les acides ou bases organiques, même très dilués, il est indispensable de tenir compte de la variation de conductibilité moléculaire avec la dilution. Il en résulte parfois pour les courbes de conductibilité des mélanges des allures spéciales. C'est ainsi que l'on peut ajouter jusqu'à 50 pour 100 de benzoate de soude à de l'acide benzoïque à 0,01 équivalent par litre sans accroître sensiblement la conductibilité du mélange; bien que la conductibilité du benzoate soit égale à environ 1,7 fois celle de l'acide. Si l'acide benzoïque était plus dilué, ce qui aurait pour effet d'augmenter sa conductibilité moléculaire, l'addition de sel neutre diminuerait la conductibilité du mélange; s'il était plus concentré, elle l'augmenterait. Le premier de ces deux derniers cas est offert lorsqu'on ajoute un formiate à l'acide formique à 0,01 équivalent par litre qui offre une conductibilité moléculaire supérieure à celle de l'acide benzoïque; et le second par l'acide acétique à 0,01 équivalent par litre qui est moins bon conducteur. Plus l'acide est bon conducteur, plus est grande la concentration pour laquelle se produit le changement de signe dans la conductibilité des mélanges d'acide et de sel neutre. Avec les acides minéraux, le phénomène ne se manifeste que dans des liqueurs beaucoup plus concentrées que les précédentes. D'ailleurs, dans aucun des cas ci-dessus, il n'y a d'action chimique, et les conductibilités observées se déduisent exactement de celles des deux électrolytes isolés : sel neutre et acide.

Dans le cas des acides bibasiques, au contraire, il y a formation de sels acides, le plus souvent décomposés partiellement par l'eau, mais stables dans certains cas particuliers (acide aspartique, acide phosphorique, par exemple). Mais, pour évaluer la proportion de ceux-ci, c'est-à-dire l'action chimique résultant du mélange, il importe de tenir d'abord compte par le mode de calcul précédent du changement purement physique de conductibilité du mélange dû à la variation de conductibilité moléculaire des électrolytes isolés par la dilution.

Sur la répartition du courant dans les accumulateurs, par M. U. Schoop. — M. Schoop s'est proposé d'étudier expérimentalement la répartition du courant dans les électrolytes en général, et sa distribution à la surface des électrodes d'accumulateurs. Il a imaginé pour cela un certain nombre d'expériences d'une réalisation facile et qui s'appliquent tout spécialement à ce genre de recherches.

En premier lieu, il s'attache à démontrer pratiquement le fait déjà connu théoriquement, à savoir que, dans un électrolyte traversé par le courant, il y a des lignes de courant non seulement entre les électrodes, mais encore en tous les points du liquide. Son dispositif expérimental consiste essentiellement en deux petites plaquettes de platine ou de plomb spongieux, reliées soit à un galvanomètre, soit à un téléphone. Cet analyseur permet de connaître la direction des lignes équipotentielles et par suite des lignes de courant, sans toutefois permettre de mesurer leur intensité. M. Schoop a pu constater ainsi que, dans un récipient de forme quelconque, la portion d'électrolyte non comprise entre les électrodes est cause de perturbations profondes dans la répartition des lignes de courant, et il propose d'appeler cette portion extérieure : *shunt électrolytique,* pour bien montrer son action. Dans un accumulateur, par exemple, le travail inégal des électrodes peut être attribué en grande partie au shunt électrolytique constitué par le liquide entourant le faisceau de plaques. Il rappelle que dans l'électrolyse avec électrodes solubles, et malgré une agitation mécanique intense qui empêche la formation de couches de liquide de densités différentes, les électrodes sont complètement dissoutes à la partie inférieure, alors que la partie supérieure est à peine attaquée. Il cite encore le phénomène de la diminution de capacité de plaques négatives d'accumulateurs dont la partie inférieure n'avait plus que 50 pour 100 de la capacité de la partie supérieure. Enfin M. Schoop termine en montrant comment on peut constater que les plaques d'un accumulateur travaillent inégalement suivant leur place dans l'élément, et comment on peut vérifier la distribution du courant sur les deux faces et en tous les points d'une même plaque. Il souhaite que cet ensemble de recherches soit de quelque utilité aux praticiens de l'électrolyse, et contribue à perfectionner cet instrument si intéressant qu'est l'accumulateur.

SÉANCE DU 1er JUIN 1906.

PRÉSIDENCE DE M. E.-H. AMAGAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 18 mai est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 15 juin.

MM. DAY (Arthur-L.), Ph. Dr Director geophysical Laboratory Carnegie Institution of Washington (Etats-Unis).

ROSSI (Paolo), Dr en Physique, adjoint à l'Institut de Physique de l'Université de Naples (Italie).

SENATORE (Vincenzo), Dr en Physique, Assistant à l'Institut de Physique de l'Université de Naples (Italie).

M. A. GUÉBHARD, à propos du dispositif de M. U. Shoop, fait remarquer que l'introduction, dans un champ électrolytique, d'un circuit métallique, surtout à larges extrémités, bien loin de pouvoir servir à explorer ce champ, ne fait que le perturber profondément, en créant un véritable court-circuit entre deux portions de champ que sépare une résistance

liquide extrêmement grande par rapport à la dérivation offerte. Il y a un appel considérable des lignes de flux sur les électrodes parasites, un détournement de courant tout à fait disproportionné, et, en aucun cas, même au zéro, les indications ne correspondent au champ préexistant, mais à un champ tout différent. Seul l'emploi d'un électromètre en circuit ouvert et d'explorateurs punctiformes pourrait légitimer ce mode d'exploration, et encore à condition de tenir grand compte des phénomènes de polarisation qu'exagère, dans le dispositif de M. Shoop, l'emploi du plomb spongieux.

Relations entre le volume et le covolume, par M. Honoré Moulin. — L'équation caractéristique, qui a été présentée à la Société de Physique dans sa séance du 17 novembre 1905, soit

$$p + \frac{a}{v^2} = (1 + \alpha t)\left[\frac{1}{v - b} + \frac{c^0}{(v - b)^2}\right],$$

où les annotations sont les mêmes que dans la formule de M. Van der Waals avec c^0 comme constante nouvelle, conduit aux deux règles suivantes :

I. Pour une pression p donnée, les coefficients de dilatation vraie du covolume et du volume sont proportionnels.

II. Pour une température donnée, les coefficients de compressibilité vraie du covolume et du volume sont proportionnels.

Ainsi on a :

$$(1) \qquad \frac{1}{v}\frac{dv}{dt} = q_p \frac{1}{b}\frac{db}{dt}, \qquad \frac{1}{v}\frac{dv}{dp} = q^t \frac{1}{b}\frac{db}{dp}.$$

En remontant aux intégrales

$$\frac{bq_p}{v} = \text{const.}, \qquad \frac{bq^t}{v} = \text{const.}$$

Application à l'acide carbonique. — On a la formule concrète :

$$p + \frac{0,0075}{v^2} = (1 + \alpha t)\left[\frac{1}{v - b} + \frac{0,00000642}{(v - b)^2}\right],$$

q prend alors les valeurs suivantes :

I. p fixe, t variable : q est constant et égal à 1,11 quelle que soit la pression.

II. t fixe, p variable : q décroît quand croît la température.

On a à

0°	q égal à 2,00
50	q égal à 1,20
100	q égal à 1,10

Mesures de longueurs d'onde dans le spectre du fer, pour l'établissement d'un système de repères spectroscopiques (Expériences de MM. Fabry et Buisson). — Les mesures spectroscopiques se font ordinairement par interpolation, en partant de raies dont les longueurs d'onde sont déjà connues; d'où la nécessité d'avoir dans le spectre un certain nombre de repères exactement mesurés. Les nombres de Rowland, dont on se sert aujourd'hui, présentent des incertitudes et des erreurs systématiques. La réunion tenue à Oxford, en septembre 1905, a émis le vœu

qu'un nouveau système de repères soit établi; la distance entre deux raies consécutives ne doit pas excéder 50 angströms, ce qui fait plus de 100 raies dans le spectre visible et ultra-violet entre les longueurs d'onde 7000 et 1800. Les raies destinées à servir de repères devront être empruntées à un spectre d'arc.

MM. Fabry et Buisson ont entrepris des mesures pour répondre à ce programme. Les repères mesurés par eux sont des raies du spectre d'arc du fer (arc jaillissant entre deux tiges de fer, courant 3 à 6 ampères). Chacune des raies est comparée directement à une même raie fondamentale; on a pris dans ce but la raie verte du mercure donnée par la lampe Cooper-Hewitt, à cause de son grand éclat et de la commodité de cette source; la raie du mercure a été soigneusement comparée, dans les conditions mêmes des expériences, avec les raies du cadmium.

La méthode employée est, en principe, celle qui avait servi autrefois à MM. Perot et Fabry : des interférences (anneaux à l'infini) sont produites entre deux plans parallèles argentés; on mesure le diamètre angulaire du premier anneau visible successivement avec les deux radiations à comparer. Les numéros d'ordre de ces anneaux étant, d'autre part, facilement connus, ces mesures suffisent pour déterminer le rapport des deux longueurs d'onde.

Toutes les mesures ont été faites par photographie, et la disposition de l'appareil a dû être adaptée à ce but : au lieu d'analyser la lumière de l'arc au fer *avant* l'appareil interférentiel pour isoler *une* raie que l'on veut mesurer, comme faisaient MM. Perot et Fabry, la lumière est analysée *après* l'appareil interférentiel. Une lentille, dont le plan focal contient la fente d'un spectroscope autocollimateur à réseau plan, projette l'image des anneaux sur la fente; elle en occupe un diamètre. Chaque raie du spectre donne sur la plaque photographique une ligne discontinue, dont les points brillants sont les intersections de la fente et des anneaux brillants; la mesure de la distance de deux de ces points donne le diamètre d'un anneau. Pour avoir la valeur angulaire de ce diamètre, on place sur la fente deux fils transversaux qui forment repères, et dont on a mesuré la distance angulaire à travers l'objectif qui projette les anneaux sur la fente. Sur le même cliché, on photographie les interférences données par le mercure et celles du fer; pour éviter toute erreur due à une dilatation possible de l'appareil interférentiel entre les deux poses, les interférences du mercure sont photographiées deux fois, avant et après celles du fer.

Les mesures actuellement faites comprennent presque tout le spectre visible et le commencement de l'ultra-violet, entre les longueurs d'onde 6500 et 3600. Dans la région voisine de 5800, les raies du fer mesurables manquent dans un intervalle de 150 angströms environ; on a comblé cette lacune en mesurant 4 raies du nickel (arc entre tiges de ce métal). Le nombre total des raies mesurées est de 84; chacune a été mesurée plusieurs fois, sur des clichés différents. L'écart entre deux mesures isolées atteint rarement le millionième en valeur relative. Quelques-unes de ces raies avaient été mesurées autrefois visuellement par MM. Fabry et Perot: la concordance entre les anciennes et nouvelles mesures est presque parfaite.

Il restera à mesurer quelques raies au delà de 6500, puis à étudier l'ultra-violet au-dessous de 3600; ce dernier travail exigera la substitution du quartz au verre dans tout l'appareil. Les pièces de quartz nécessaires sont déjà prêtes, et MM. Fabry et Buisson espèrent mener bientôt à bonne fin les mesures dans cette partie du spectre.

Galvanomètre optique à indications lumineuses et pouvant servir à l'enregistrement photographique, par M. Gaston Gaillard. — Cet appareil qui ne diffère en rien du type ordinaire du galvanomètre présente toutefois le dispositif optique suivant. La source lumineuse est portée par

l'appareil et placée entre les branches de l'aimant; la lumière est amenée dans le haut de la pièce de fer doux, un prisme à réflexion totale la renvoie intérieurement dans l'axe, un diaphragme est placé immédiatement au-dessous, enfin un objectif destiné à fournir une image de ce dernier se trouve à l'autre extrémité inférieure de la pièce de fer. L'équipage est percé à sa partie inférieure et en son centre d'un trou de 2^{mm} à 3^{mm} de diamètre. Sur l'équipage et en dessous, est placé d'une façon que l'on rend solidaire un petit miroir monté sur un axe horizontal et que l'on peut incliner à volonté, soit à 45° si l'on veut rejeter l'image et l'observer comme d'habitude sur une échelle verticale, soit d'un angle convenable pour la projeter sur une graduation horizontale.

Ce dispositif permet ainsi de transformer le galvanomètre en un appareil optique possédant sa source lumineuse et portant lui-même son échelle.

Il permet de lire directement les angles et en plus les tangentes comme avec la méthode ordinaire du miroir.

Selon le diaphragme et l'objectif employés, on peut projeter soit une image analogue à celle fournie par les galvanomètres ordinaires, ou bien un point lumineux se comportant comme un véritable index dont on peut à volonté faire varier la longueur et se prêtant par suite à l'impression de feuilles sensibles. Selon les conditions dans lesquelles on veut produire l'image on peut également à l'intérieur de la pièce de fer doux établir tout un système de prismes.

A la place du miroir, qui coulisse dans une bague, on peut monter selon les cas, et particulièrement pour l'enregistrement par exemple, un prisme à double réflexion et à angle droit, ou bien encore un biréfringent ou un prisme composé.

Ce dispositif peut également s'adapter à tous les appareils de mesures électriques ou autres qui ont besoin de garder une grande sensibilité et, d'une façon générale, à tous les appareils dont les indications sont fournies par l'amplification d'un déplacement ou se traduisent par la mesure d'un angle, puisqu'il permet d'obtenir optiquement les indications de l'appareil et qu'il substitue, à l'entraînement d'un stylet ou d'une aiguille commandée par un levier, le déplacement d'un point lumineux pouvant s'enregistrer photographiquement selon la rapidité des variations à étudier.

SÉANCE DU 15 JUIN 1906.

PRÉSIDENCE DE M. E.-H. AMAGAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 1er juin est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 6 juillet.

MM. BARTHELEMY (Maurice), Ingénieur des Arts et Manufactures, Directeur d'usine à Azerailles (Meurthe-et-Moselle).

DUMAS (Samuel), à Berne (Suisse).

FLAMMARION (Camille), Secrétaire général de la Société Astronomique de France à Paris.

GOODSPEED (Arthur Millis), A.B; Ph. D.; Professor of physics University of Pennsylvania W. Philadelphia. Pa. (U.S.A.).

WULF (Ph. Th.), S. I. Professeur de physique College Saint-Ignace, Valkenburg Limburg (Hollande).

M. le Président annonce les pertes douloureuses que la Société vient de faire en les personnes de M. Bischoffsheim, Membre de l'Institut, et M. Rayet, Professeur à la Faculté des Sciences et Directeur de l'Observatoire de Bordeaux.

Application de la loi des états correspondants aux chaleurs spécifiques; par M. E.-H. Amagat. — M. Amagat prend le cas de la chaleur spécifique sous pression constante et procède comme il suit :
La relation

$$C - C_0 = -AT \int_{p_0}^{p} \frac{d^2 v}{dt^2}\, dp = -AT \int_{p_0}^{p} \varphi(p)\, dp$$

permet de calculer la variation à température constante T de la chaleur spécifique entre les limites de pression p et p_0.

Si l'on construit une courbe en portant p en abscisses et $AT \frac{d^2 v}{dt^2}$ en ordonnées, l'aire comprise entre l'isotherme ainsi obtenue, l'axe des p et les deux ordonnées correspondant à p et p_0 sera la variation $C - C_0$.

Divisons maintenant l'aire en question en petites aires élémentaires $AT \frac{d^2 v}{dt^2} \Delta v$; les dimensions de ces petites aires seront $\frac{pv}{T}$.

Répétons maintenant une construction analogue pour un autre fluide suivant avec le premier la loi des états correspondants, sa température T' étant correspondante de T, les sommations étant faites entre des pressions p', p'_0 correspondant à p et p_0 et divisons également l'aire finie en petites aires élémentaires telles que $AT' \frac{d^2 v'}{dt^2} \Delta p'$; Δp et $\Delta p'$ étant correspondants; d'après une loi établie par l'auteur les petites aires élémentaires correspondantes ayant pour dimensions $\frac{pv}{T}$ seront égales deux à deux si les formules sont rapportées aux poids moléculaires et par suite les aires finies correspondantes seront égales.

Si p_0 et p'_0 sont infiniment petits, nuls à la limite, les fluides seront à l'état de gaz parfaits, les ordonnées correspondantes des isothermes seront nulles; ces isothermes convergent donc vers l'origine; par suite les aires comptées depuis l'origine jusqu'à p et p' seront égales, c'est-à-dire que les excès des chaleurs spécifiques moléculaires sur les valeurs qu'ont ces chaleurs spécifiques moléculaires à l'état de gaz parfaits, seront égaux en des points correspondants; si donc les chaleurs spécifiques moléculaires à l'état de gaz parfait sont égales pour les deux fluides, les chaleurs spécifiques moléculaires en des points correspondants quelconques seront aussi égales. Ce sera le cas par exemple de gaz simples biatomiques, et en général de gaz de même complexité moléculaire suivant la loi des états correspondants.

M. A. Leduc rappelle qu'il a énoncé autrefois [1], comme principe expérimental, le théorème que M. Amagat vient de démontrer :

« Pour les gaz qui obéissent à la loi des états correspondants, la capacité calorifique moléculaire, soit à volume constant, soit à pression constante, est la même pour les gaz de même atomicité pris dans des états correspondants. »

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. XVII, p. 497.

Admettant, en outre, comme deuxième principe (au moins en ce qui concerne les gaz di- et tri-atomiques), que « la capacité calorifique moléculaire à volume constant est proportionnelle au nombre des atomes qui constituent la molécule », utilisant d'ailleurs ses propres déterminations, le volume moléculaire et quelques vitesses du son dans les gaz d'après Wüllner, M. Leduc a pu calculer un certain nombre de valeurs de C et du rapport $\gamma = \frac{C}{c}$ pour divers gaz étudiés par divers expérimentateurs.

Malgré une approximation, qui paraît d'ailleurs justifiée, et la difficulté notoire de ces expériences, l'accord est en général satisfaisant; il est particulièrement remarquable dans les deux cas suivants :

CO^2. — C moyen entre 15° et 100° :

Calculé	0,202
D'après Regnault	0,2024

H. — γ à température et pression ordinaires :

Calculé	1,388
D'après Rœntgen	1,385 ± 0,004

M. Darzens fait remarquer que l'égalité des chaleurs spécifiques à des états correspondants de deux fluides, faisant partie d'un même groupe, peut se déduire immédiatement d'un théorème beaucoup plus général, énoncé par lui, il y a déjà plusieurs années (*C. R.*, t. CXXIII, p. 940). Ce théorème peut s'énoncer de la manière suivante :

La variation d'entropie moléculaire entre deux états est la même pour tous les fluides d'un même groupe lorsqu'on les compare à des états correspondants.

Si l'on prend, en effet, la variation d'entropie entre deux états voisins T et $T + \Delta T$, on doit avoir pour deux fluides de poids moléculaire et de chaleur spécifique (M, C) (M_1, C_1)

$$M \frac{C \Delta T}{T} = M_1 \frac{C_1 \Delta T_1}{T_1}.$$

Mais en désignant par θ et θ_1 les températures critiques on a :

$$\frac{T}{\theta} = \frac{T_1}{\theta_1} \quad \text{et} \quad \frac{T + \Delta T}{\theta} = \frac{T_1 + \Delta T_1}{\theta_1},$$

d'où l'on déduit

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta T_1}{T_1}$$

et par suite

$$MC = M_1 C_1.$$

Cette démonstration a l'avantage de laisser la nature de la chaleur spécifique tout à fait arbitraire; on peut donc en déduire de suite, pour les chaleurs latentes, la relation $\frac{M\lambda}{T} = \frac{M_1 \lambda_1}{T_1}$.

Études expérimentales sur l'électricité animale; par M. Victor Henri. — M. Victor Henri expose ses recherches sur l'électricité animale.

Nouveau tube de Crookes à régulateur automatique, par M. G. Berlemont. — Un des inconvénients de manipulation des tubes à rayons X est le réglage obtenu jusqu'à présent par des régulateurs différents reposant en général sur le chauffage; or cette opération ne donne pas toujours les résultats attendus soit que l'on chauffe trop, ce qui abaisse l'étincelle dans des proportions qui souvent rendent le tube trop mou, ou bien, le tube étant trop dur, on soit obligé de le chauffer continuellement pour le maintenir dans un état à peu près constant, ce qui constitue une manipulation peu pratique et ne donnant pas toujours le résultat voulu.

Pour remédier à ces défauts, j'ai construit un modèle qui permet très simplement le réglage de la façon suivante : si le tube est jugé trop dur, on ouvre le robinet R dont le réservoir contient du coton mouillé, un courant d'air humide passe dans la canalisation et vient en contact de l'anode (celle-ci portée au rouge par le courant); par dissociation de l'eau sous l'action de la chaleur, il se produit de l'hydrogène qui, par osmose, passe au travers de l'anode et régénère le tube; il suffit ainsi de quelques minutes pour abaisser l'étincelle équivalente de 2^{cm} ou 3^{cm}; dès que l'on juge le tube à l'état voulu, on referme le robinet R et il se maintient dans un état presque constant pendant un temps assez long jusqu'à une demi-heure de marche sans arrêt, le petit volume de gaz qui reste dans la canalisation empêche le tube de durcir.

SÉANCE DU 6 JUILLET 1906.

Présidence de M. E.-H. Amagat.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 15 juin est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues membres de la Société.

Sont aussi élus :

MM. Richards (Horace Clark), Dr assistant, Professor of Physics, Randel Morgan Laboratory, University of Pensylvania, Philadelphia (U. S. A.).
Steams (Herman D.), Associate Professor of Physics, Stanford University, California (U. S. A.).

M. le général Sebert fait hommage à la Société d'un exemplaire du *Manuel complet du Répertoire bibliographique universel.* Cet envoi est accompagné de la lettre suivante :

« Monsieur le Président et cher Confrère,

» Je vous prie d'offrir, en mon nom, à la Société française de Physique, pour sa bibliothèque, le Volume qui accompagne cette lettre. C'est un exemplaire du *Manuel complet du Répertoire bibliographique universel,* établi sur le plan conçu par l'Institut international de bibliographie et rédigé avec la collaboration du Bureau bibliographique de Paris.

» La plus grande partie de ce volumineux ouvrage est consacrée aux tables développées de la classification bibliographique décimale qui, en respectant le plan primitif de l'œuvre déjà ancienne de Melvil Dewey, ont

pu être complétées et mises à jour de façon à s'adapter aux progrès les plus récents des sciences.

» De ces tables font naturellement partie intégrante un grand nombre de tables partielles qui intéressent les physiciens. Je citerai, notamment, celles des sciences physiques, qui ont été élaborées, il y a déjà plusieurs années, avec le concours de la Société française de Physique, ainsi que les tables développées qui ont été préparées, d'une façon analogue, pour la photographie et pour l'électricité industrielle, sans parler des tables concernant la chimie, la météorologie, etc.

» Un index alphabétique, qui renferme plus de 40000 rubriques de classement, rend aujourd'hui l'emploi de ces tables des plus faciles et elles ont été appliquées à l'élaboration du manuscrit des tables des comptes rendus de nos séances depuis l'origine, manuscrit qui a été préparé par les soins du Bureau bibliographique de Paris et dont le Conseil a décidé récemment l'impression. »

M. P. Villard exprime le regret de ne pas voir figurer, au procès-verbal de la séance du 6 mai, la réponse qu'il avait dû faire à M. Guébhard. Cette réponse clôturait la discussion d'une façon définitive.

M. Villard déclare n'accepter à aucun point de vue la note publiée par M. Guébhard le 16 février et se retire d'une discussion qu'il n'avait en rien provoquée.

M. Guébhard répond qu'il s'en rapporte au Président et à la Société pour décider qui a tort ou raison.

A propos de la Note de M. Darzens insérée au procès-verbal de la dernière séance, M. Amagat fait observer que la démonstration de M. Darzens, relative à l'application de la loi des états correspondant à l'entropie moléculaire, n'est établie que dans un cas particulier; M. Darzens dit, en effet : « La démonstration que je viens de donner suppose, bien entendu, que la chaleur spécifique (C_m) est indépendante de la température; le théorème ne peut donc s'appliquer que dans la région du réseau des fluides élastiques que l'on compare, où cette propriété a été vérifiée par l'expérience.

» Dans le cas où C_m serait fonction de T, la loi de Van der Waals subsistant, le théorème reste vrai pour des points situés sur une même isotherme. »

La démonstration de M. Amagat est au contraire absolument générale, elle s'applique aussi bien à la partie liquide qu'à la partie gazeuse des réseaux, il n'aurait donc pu arriver à ce résultat en partant d'un théorème établi pour un cas particulier.

C'est au contraire maintenant que, partant du fait général établi par M. Amagat, la propriété établie, dans un cas particulier, par M. Darzens, peut facilement être généralisée.

Réflexions sur la théorie cinétique des gaz, par M. H. Poincaré. — La théorie cinétique des gaz présente encore de nombreux points obscurs que les travaux de Gibbs et de Boltzmann n'ont pas encore entièrement éclaircis. Si l'on veut en faciliter l'étude, on peut envisager un problème analogue mais plus simple ; on peut supposer, par exemple, un gaz dont les molécules sont infiniment petites et par conséquent ne se choquent pas et qui est enfermé dans un vase ayant exactement la forme d'un parallélépipède rectangle.

Le calcul peut alors le plus souvent être poussé jusqu'au bout, et permet de mieux se rendre compte des raisons de certaines contradictions apparentes.

Supposons qu'un gaz étant enfermé dans un vase, on approche ou l'on éloigne de ce vase un corps mobile qui attire ce gaz. Quand le corps mobile sera revenu à sa position initiale, la température du gaz aura augmenté. Le raisonnement de Gibbs montre effectivement qu'il doit toujours en être ainsi, si les mouvements du corps mobile sont assez lents pour que le gaz ait le temps d'atteindre à chaque instant son équilibre. En est-il encore de même quand ces mouvements sont rapides et irréguliers? On peut le démontrer en faisant intervenir, au lieu de l'entropie grossière qui est la somme

$$\Sigma P \log P, \delta,$$

étendue à des éléments δ très petits mais non infiniment petits, l'entropie fine qui est l'intégrale, limite de cette somme quand ces éléments deviennent infiniment petits. Cette entropie fine, au lieu de diminuer comme l'entropie grossière, est constante ; et l'on peut alors modifier le raisonnement de Gibbs de façon qu'il soit applicable à des mouvements quelconques.

Détecteurs d'ondes électriques à gaz ionisés, par M. C. Tissot. — La mesure de la f. e. m. efficace opérée au sommet d'une antenne réceptrice attaquée à distance par une antenne accordée donne les valeurs de 4^v à 5^v à 1^{km}. Le calcul que l'on peut faire en partant des valeurs obtenues expérimentalement pour les périodes et les amortissements indique que les amplitudes correspondantes doivent atteindre 600^v à 800^v. On peut mettre en effet ces amplitudes en évidence par des moyens relativement grossiers. — Un tube à vide (de Geissler), convenablement préparé, peut aisément être rendu luminescent quand on le dispose au sommet d'une antenne réceptrice attaquée à distance.

La luminescence s'obtient de même quand on intercale le tube à vide à la place habituelle du cohéreur, c'est-à-dire aux bornes des transformateurs de réception (jiggers), dont le principal objet est de transporter à la base de l'antenne le ventre de tension du sommet.

La sensibilité du dispositif peut être notablement accrue si l'on crée dans le tube un champ auxiliaire en portant, à l'aide d'une batterie de petits éléments d'accumulateurs, les électrodes à une différence de potentiel très voisine de la différence de potentiel critique de décharge.

On réussit à utiliser le phénomène à des mesures quantitatives en substituant à l'observation de la luminescence celle de la conductibilité du gaz traversé par la décharge oscillante.

A cet effet, on munit le tube à vide de 2 électrodes latérales parasites (de large surface), que l'on intercale dans le circuit d'une f. e. m. continue et d'un galvanomètre.

Le courant auxiliaire qui passe quand le gaz est ionisé par la décharge est une fonction complexe de la différence de potentiel entre les électrodes principales.

Comme il va en croissant dans le même sens que l'amplitude, il est néammoins susceptible de fournir des valeurs comparables *tant que les décharges conservent des formes peu différentes*, ainsi que cela a lieu en général dans les applications de la télégraphie sans fil.

L'effet du dispositif n'est pas tout à fait le même selon que l'on s'en sert sans champ auxiliaire, ou avec champ sensibilisateur.

Dans le premier cas, il se comporte comme un *autodécohérent*, tandis qu'on peut l'amener, dans le deuxième cas, à agir comme une véritable *soupape*.

L'amortissement de l'oscillation se traduit alors par le fait que l'évidation galvanométrique est plus grande ou plus petite selon le sens de la première demi-oscillation.

L'effet Edison donne aussi le moyen (comme l'a indiqué tout d'abord M. Fleming) de réaliser une soupape à gaz ionisé pour courants de haute fréquence.

Nous avons effectué un certain nombre d'expériences avec un dispositif permettant d'utiliser le phénomène. Le dispositif est plus sensible et de montage plus facile que celui du tube à vide.

Mais, bien que le phénomène mis en jeu présente une apparence plus simple, il ne nous a pas donné des résultats aussi comparables que celui qui a été décrit ci-dessus.

Outre qu'il se produit d'une expérience à l'autre de notables variations du régime d'émission du filament, il est à peu près impossible d'utiliser un régime dans lequel l'amplitude du potentiel soit sensiblement proportionnelle au courant indiqué par le galvanomètre.

1° *Phosphorescence cathodique. Variation des spectres, cas de l'europium.* — 2° *Phosphorescence des fluorines ;* par M. G. Urbain. — M. G. Urbain rappelle d'abord brièvement ses recherches antérieures sur la phosphorescence cathodique.

Les systèmes phosphorescents binaires admettent un optimum de phosphorescence. Le spectre de phosphorescence d'un tel système composé d'un *diluant* unique et d'un *excitateur* unique doit être considéré comme une propriété atomique pour le diluant et une propriété moléculaire pour l'excitateur. Le spectre est caractéristique de l'excitateur considéré comme élément phosphorescent.

L'auteur s'est proposé d'étudier les lois de la phosphorescence cathodique et principalement les causes d'origine chimique qui peuvent produire des variations de la phosphorescence.

Une telle étude ne peut être entreprise qu'avec les terres rares qui donnent des spectres de phosphorescence composés de bandes étroites, alors que les éléments usuels donnent, en général, des spectres composés de bandes extrêmement larges et diffuses qui ne se prêtent à aucune mesure précise.

Pour entreprendre de telles recherches, il est, avant tout, nécessaire d'opérer avec des corps très purs; la phosphorescence étant une propriété de la matière diluée et un phénomène d'une sensibilité généralement supérieure à celle des spectres d'étincelle.

L'europium a été employé plus spécialement comme excitateur; la chaux ou la gadoline comme diluants.

Les variations observées jusqu'ici par l'auteur dépendent des phénomènes suivants :

1° *Phénomène de dilution.* — L'oxyde d'europium pur et la chaux pure ne sont pas sensiblement phosphorescents ; leurs mélanges le sont.

En faisant varier graduellement les proportions relatives des composants de ce système binaire, on constate que la phosphorescence maxima correspond aux mélanges dans lesquels la proportion de terre rare est de l'ordre du centième.

L'analyse spectroscopique montre qu'il existe deux groupes de bandes spectrales et que, pour chacun de ces groupes de bandes, l'optimum correspond à des mélanges de composition différente.

La dilution croissante de l'europium dans la chaux met donc en évidence l'existence de deux spectres distincts. Il en est de même pour le système phosphorescent europine-gadoline

2° *Phénomène de transformation du diluant.* — Un mélange phosphorescent donné, composé d'europium (excitateur) et de gadoline (diluant) présente deux spectres différents suivant qu'il a été calciné vers 1000° ou vers 1600°.

Cette variation des phosphorescences tient à ce que la gadoline se trouve sous deux états allotropiques différents suivant qu'elle a été calcinée à 1000° ou vers 1600°.

Dans ce cas, chaque variété de gadoline se comporte comme un diluant différent, d'où la manifestation de deux spectres distincts.

3° *Phénomène de substitution de diluant.* — Si à des mélanges renfermant des traces d'europium pur dans la chaux pure on ajoute quelques centièmes de gadoline, le spectre du système europine-chaux est remplacé en totalité ou en partie par le spectre du système europine-gadoline suivant que l'addition de gadoline est ou n'est pas suffisante pour se substituer complètement à la chaux comme diluant.

Il est remarquable que ce phénomène puisse se manifester dans des mélanges homogènes dont la chaux forme la presque totalité.

4° *Phénomène des excitations multiples.* — Si l'excitateur est un mélange de deux éléments phosphorescents, les phénomènes observés, en faisant varier la proportion du diluant, dépendront de la proportion relative des deux éléments phosphorescents.

Deux cas peuvent se présenter :

1° Les deux éléments phosphorescents, dont le mélange forme l'excitateur, sont dans un rapport tel que leurs bandes augmentent et diminuent simultanément d'éclat sans qu'à aucun moment le spectre de l'un ne l'emporte sur celui de l'autre.

2° Les deux éléments phosphorescents sont dans un rapport tel que le spectre de l'un augmente quand celui de l'autre diminue, et réciproquement.

Cela tient à ce que les phosphorescences de chacun des excitateurs se superposent; la phosphorescence de l'un atteint son optimum quand la phosphorescence de l'autre a déjà dépassé ou n'a pas encore atteint le sien.

Dans les mélanges complexes où plusieurs corps peuvent jouer le rôle de diluants et plusieurs corps celui d'excitateurs, on comprend que, par suite de la superposition des différents spectres dus à ces divers phénomènes, les variations de la phosphorescence soient excessivement déconcertantes *a priori.*

Phosphorescence des fluorines. — L'auteur a étudié plus spécialement la phosphorescence des chlorophanes qui présentent au spectroscope des bandes étroites.

L'attribution des bandes spectrales a été faite à l'aide d'une méthode particulière d'analyse et contrôlée par des synthèses partielles et approximatives des fluorines phosphorescentes :

1° *Analyse.* — En attaquant les fluorines par l'acide sulfurique on obtient des sulfates de chaux phosphorescents.

Le spectre du sulfate de chaux de la chlorophane ne renferme que les bandes observées dans le sulfate de chaux dysprosifère. Il renferme en particulier la *bande citron* que Sir W. Crookes attribue tantôt à l'yttrium, tantôt à un élément Gδ qui est identique au dysprosium.

Le sulfate est transformé ensuite en carbonate par digestion avec l'ammoniaque et le carbonate d'ammoniaque. La calcination des carbonates donne l'oxyde.

Le spectre de la chaux de la chlorophane a présenté nettement les bandes visibles suivantes :

λ		Élément.
587,7	faible, diffuse	Dysprosium
585	étroite, forte	Dysprosium
571	faible, étroite	Dysprosium
554	forte, diffuse	Terbium
de 552 à 548	très forte, diffuse	Terbium
de 554 à 539	forte, diffuse	Terbium

La chaux de la fluorine montre en outre nettement les bandes suivantes du samarium :

616 à 613	assez forte
605	moyenne, diffuse
576,2	moyenne, diffuse

2° *Synthèse.* — Du fluorure de calcium pur a été additionné soit de samarium, soit d'europium, soit de terbium, soit de dysprosium. Après plusieurs tentatives dans le but de faire cristalliser ces fluorures amorphes, l'auteur s'est borné à les faire fondre par la chaleur. On obtient par le refroidissement des masses présentant des parties confusément cristallines qui examinées dans le tube à vide donnent de vives phosphorescences dont les bandes se superposent presque exactement aux diverses bandes que présentent soit la chlorophane, soit la fluorine de Hermant.

La phosphorescence de ces fluorines doit donc bien être attribuée aux terres rares dont la présence a été établie par la méthode d'analyse spectrale précédemment décrite.

L'auteur montre à la Société des spécimens des diverses phosphorescences cathodiques que donnent les substances naturelles ou artificielles examinées au cours de ce travail qu'il se propose de poursuivre.

Phosphorescence cathodique de la chlorophane. Spectre aisément visible.

γ		Attribution des bandes.
de 608 à 605	faible	Samarium
de 590 à 587	forte	Dysprosium
de 585 à 582	assez forte, diffuse	Dysprosium
de 579 à 577	forte	Dysprosium
de 574,5 à 571	forte, diffuse	Dysprosium
de 568,5 à 566	assez forte	Samarium?
de 562 à 559	faible	Samarium
de 554 à 552	assez forte	Terbium
de 551,5 à 550	assez forte	Terbium
de 548 à 545	moyenne	Terbium
de 541,5 à 539	très forte	Terbium
de 495 à 493,5	forte	Dysprosium

Cette étude permettra d'interpréter les phénomènes observés autrefois par M. Becquerel, avec certaines fluorines, soit quand on les chauffe, soit quand on les introduit dans le phosphoroscope.

SÉANCE DU 16 NOVEMBRE 1906.

PRÉSIDENCE DE M. E.-H. AMAGAT.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.
Le procès-verbal de la séance du 6 juillet est lu et adopté.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 7 décembre :

MM. ANTHELME (Frère), Professeur de Physique, Institution de Passy, à Froyennes (Belgique).
BOULANGER (Charles-Emile), Chef des Ateliers faisant fonction d'Ingénieur à l'Ecole nationale des Arts et Métiers d'Angers, ancien Elève de l'Ecole des Arts et Métiers de Châlons.
COOKE (H.-L.), Professor of Physics, Princeton University, New Jersey (U. S. A.).
DESCOLES, Professeur au Lycée de Bastia (Corse).
GHIRELLI (Giulio), Nob Dott., à Milan (Italie).
HURIAU (Gaëtan), Ingénieur aux Usines à gaz et électricité de Dunkerque, à Coudekerque-Branche (Nord).
JEANS (J.-H.), Professor of applied Mathematics, Princeton University, New Jersey (U. S. A.).
KEATING-HART (de), Docteur en Médecine, à Marseille.
MACDONALD (Hector Munro), F. R. S., Professor of Mathematics in the University of Aberdeen, Old Aberdeen (Angleterre).
LARMOR (Alexander), M. A., Professor of natural Philosophy, Magge College, Londonderry (Irlande).
MANNA (Salvatore), Dott. Medico dell'Ospedale di S. M. della Pace, à Naples (Italie).
MATHIEU (Maurice-Julien), Ingénieur des Arts et Manufactures, à Paris.
PANKIN (Capitaine Alexandre), Professeur à l'Ecole de l'Académie d'Artillerie de Saint-Pétersbourg (Russie).
PONSOLLE (Léon), Ingénieur électricien, ancien Elève de l'Ecole des Arts et Métiers d'Angers, à Angers.
POTTS (Louis Maxwell), Ph. D. (J. H. U.), Chief Engineer the Rowland Telegraphic C°, à Baltimore (U. S. A.).
TONTA (Cav. Dott. Italo), Medico Chirurgo, à Milan (Italie).

M. le PRÉSIDENT annonce les pertes douloureuses que la Société a faites pendant les vacances en les personnes de M. BAGARD, Professeur de Physique à la Faculté des Sciences de Grenoble, et de M. Georges SECRETAN, Ingénieur opticien.

M. le PRÉSIDENT annonce ensuite que la Société a remporté la Médaille d'or à l'Exposition de Saint-Louis.

M. le *Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts* informe la Société que le 45e Congrès des Sociétés savantes s'ouvrira à Montpellier le mardi 2 avril 1907. Les Mémoires devront être envoyés avant le 7 janvier prochain, au 5e bureau de la Direction de l'Enseignement supérieur.

M. le SECRÉTAIRE GÉNÉRAL signale l'envoi d'une Note de M. Albert NODON : *Sur l'action électrique du Soleil sur la Terre.*

Phénomène de Majorana dans les champs intenses, par MM. A. Cotton et H. Mouton. — D'après Majorana, la biréfringence magnétique varie proportionnellement au carré du champ : cette loi a été admise par plusieurs physiciens qui ont cherché à donner une théorie du phénomène. Les expériences de Majorana, comme le remarquait l'auteur lui-même, ne permettaient cependant pas de vérifier avec précision l'exactitude de la loi en question; car le liquide avec lequel il opérait (fer Bravais ancien) lui donnait toujours d'une façon plus ou moins marquée une *inversion* (changement du signe de la biréfringence pour une certaine valeur du champ) qui venait compliquer dans les champs faibles la loi du phénomène. MM. Cotton et Mouton, qui ont réussi à retirer du fer Bravais un liquide présentant une forte biréfringence négative sans inversion, ont recherché sur ce corps si la loi de Majorana est exacte ou non.

Dans des champs faibles (allant jusqu'à 13000 unités par exemple) la courbe représentant la biréfringence en fonction du champ a bien un aspect parabolique (projection) : cependant le rapport de la biréfringence au carré du champ décroît légèrement d'une façon systématique. Il était donc tout indiqué de poursuivre l'étude du phénomène dans des champs plus intenses. Ces expériences ont été faites au Laboratoire de Physique du Polytechnicum de Zürich avec l'aide obligeante de M. Weiss. Celui-ci vient de faire construire un gros électro-aimant qu'il décrira prochainement et qui se prêtait particulièrement à des recherches de cette nature.

Des champs dont l'intensité n'a pas dépassé 35000 unités (où les cuves servant à l'examen des liquides pouvaient se placer sans qu'on ait à les modifier) ont suffi pour montrer que la loi de Majorana n'est pas exacte. La courbe représentant les variations de la biréfringence du même liquide (projection) ne peut être assimilée à une parabole que dans les champs faibles, elle présente un point d'inflexion à partir duquel la biréfringence croît beaucoup plus lentement avec le champ. La courbe représentant la biréfringence en fonction des *carrés* des champs (projection) est une courbe très régulière très nettement concave vers l'axe des champs.

Cette loi de variation de la biréfringence en fonction du champ est à rapprocher de celle observée par MM. Cotton et Mouton avec d'autres liquides, donnant des courbes *à saturation* (dont un exemple est projeté). Elle pouvait être prévue d'après l'explication qu'ils ont adoptée des phénomènes de biréfringence magnétique fondée sur l'orientation des particules par le champ, la biréfringence ne pouvant dépasser la valeur limite qui correspond à l'orientation exacte de toutes les particules.

Quant au phénomène de l'inversion que présentent certains liquides, il s'explique très simplement, ainsi que ses variations avec la température, par le mélange dans le liquide de deux sortes de particules, les unes à forte biréfringence négative, les autres à faible biréfringence positive avec une loi de variation différente. Les premières plus petites subsistent seules dans les couches supérieures du liquide lorsqu'on l'a abandonné pendant longtemps au repos, et l'on peut ainsi les isoler.

MM. Cotton et Mouton présentent à l'occasion de cette Communication l'Ouvrage qu'ils viennent de publier sur les *Ultramicroscopes et les objets ultramicroscopiques*, où ils ont précisément indiqué dans un chapitre quels renseignements fournissent ces phénomènes magnéto-optiques sur les propriétés des granules ultramicroscopiques qui les produisent. Ils ont cherché dans le reste de l'Ouvrage à donner une idée de l'état actuel des méthodes qui permettent d'observer les objets ultramicroscopiques et de ce que l'on sait aujourd'hui d'une façon générale sur ces objets et en particulier sur les granules des colloïdes.

Les problèmes aux limites dans la théorie des équations aux déri-

vées partielles; par M. HADAMARD. — I. La condition de satisfaire à une équation aux dérivées partielles ne suffit pas à déterminer une fonction inconnue : il faut y joindre des conditions aux limites, et il y a autant de *problèmes aux limites,* pour une même équation aux dérivées partielles, qu'il y a de manières de choisir les conditions en question.

Quels problèmes aux limites peut-on se poser, pour une équation aux dérivées partielles donnée ?

En particulier, quels sont ceux qui sont *bien posés,* c'est-à-dire qui comportent exactement autant de données qu'il en faut pour déterminer l'inconnue ?

Dans le cas où toutes les conditions imposées à celle-ci sont linéaires, — qui est celui auquel nous nous bornerons, — un tel problème a en général une solution et une seule : il est *possible* et *déterminé,* absolument comme il arrive pour un système d'équations du premier degré où il y autant d'équations que d'inconnues.

Toutefois, à titre exceptionnel, un tel problème pourra être, au contraire, impossible ou indéterminé (suivant les valeurs des données), comme il arrive pour un système d'équations du premier degré dont le déterminant est nul.

II. L'Analyse pure conduit à se poser le *problème de Cauchy,* ainsi conçu, pour une équation linéaire du second ordre $\left(\text{telle que l'équation des potentiels } \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0\right)$:

Trouver une solution u de l'équation, connaissant des valeurs de u et celles de la dérivée $\frac{\partial u}{\partial z}$ *pour* $z = 0$, ou, plus généralement, *connaissant les valeurs de u et de* $\frac{\partial u}{\partial z}$ *sur une surface donnée*

$$S[z = \varphi(x, y), \text{ ou } f(x, y, z) = 0].$$

Le théorème célèbre de Cauchy-Kowalewski exprime que ce problème est bien posé: qu'il a, en général, une solution et une seule.

III. Cette conclusion est-elle exacte?

On est conduit à en douter si l'on observe que, pour l'équation écrite ci-dessus (équation des potentiels), les applications physiques conduisent à se poser un problème tout différent (*problème de Dirichlet*), savoir :

Trouver une solution u de l'équation, connaissant les valeurs de u sur une surface fermée S,

dans lequel on se donne, comme on voit, *une seule* donnée en chaque point de S, au lieu des *deux* qu'introduit le problème de Cauchy. Il y a contradiction entre le fait que la seule donnée de Dirichlet suffit à déterminer la solution et la possibilité de se donner, pour cela, les deux données de Cauchy.

Cette contradiction subsiste même si l'on remplace la surface fermée qui intervient dans le problème de Dirichlet par la surface ouverte $z = \varphi(x, y)$ considérée plus haut, par exemple par le plan $z = 0$. Même alors, le problème de Cauchy relatif à l'équation des potentiels est, en général, *impossible.* Cette conclusion est *contraire* au théorème de Cauchy-Kowalewski.

Cela tient à ce que ce dernier théorème a été établi en supposant les données *analytiques* (développables en séries de Taylor) : le théorème en question est *vrai* dans ce cas, *faux* dans le cas général.

IV. Au contraire, dans l'équation du son,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

le problème de Cauchy, obtenu en se donnant les valeurs de u et de $\frac{\partial u}{\partial t}$ pour $t = 0$, est toujours possible et déterminé, que les données soient analytiques ou non.

Ce fait est intimement lié à cette circonstance que le problème de Cauchy a alors une origine physique : il correspond aux petits mouvements d'un gaz indéfini lorsqu'on se donne l'état initial (positions et vitesses à l'instant $t = 0$) des molécules.

V. Quant à la raison qui différencie l'un de l'autre les deux problèmes précédents, elle consiste dans l'existence, pour le second, des ondes, qui n'existent pas pour le premier.

Mathématiquement parlant, ces ondes correspondent à ce qu'on nomme les *caractéristiques*. On désigne ainsi des surfaces S par rapport auxquelles le problème de Cauchy (avec données analytiques) peut devenir indéterminé. Ce sont toutes celles qui satisfont à une certaine équation aux dérivées partielles du premier ordre, obtenue en remplaçant, dans les termes du second ordre de l'équation aux dérivées partielles donnée, les dérivées secondes par les carrés et les produits deux à deux des dérivées premières de f (f désignant le premier membre de l'équation de S).

Par exemple, les caractéristiques de l'équation des potentiels sont les surfaces $f(x, y, z) = 0$ telles que l'on ait

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 = 0;$$

celles de l'équation du son sont les surfaces $f(x, y, z, t) = 0$ telles que l'on ait

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 = 0.$$

Les premières sont imaginaires : l'équation des potentiels ne comporte pas la propagation d'ondes. Les secondes sont réelles : il existe des ondes sonores dans un gaz homogène indéfini.

On dit qu'une équation linéaire du second ordre appartient au type *elliptique*, si ses caractéristiques sont imaginaires; au type *hyperbolique*, si ses caractéristiques sont réelles.

Le problème de Cauchy est bien posé pour les équations du type hyperbolique.

Il ne l'est pas pour les équations du type elliptique.

Qualités acoustiques de certaines salles pour la voix parlée; par M. Marage. — On sait combien il est difficile de prévoir les propriétés acoustiques d'une salle; les déboires nombreux qu'ont éprouvés les architectes en sont une preuve; nous en avons en France plusieurs exemples assez récents.

Le problème est assez complexe. En effet, dans une salle où se produit un son continu régulier, un auditeur peut entendre trois sortes de vibrations : 1° l'onde primaire qui vient directement de la source ; 2° des ondes diffusées en nombre infini qui sont renvoyées par les parois, elles produisent le son de résonance ; 3° des ondes réfléchies régulièrement par les parois, elles donnent naissance à des échos distincts.

Pour qu'une salle soit bonne au point de vue acoustique, il faut qu'il n'y ait pas d'écho et que le son de résonance soit assez court pour renforcer le son qui l'a produit et ne pas empiéter sur le son suivant.

M. Marage étudie le son de résonance en employant la sirène à voyelles qu'il a présentée en 1900 à la Société de Physique.

Il substitue ainsi, à la voix naturelle, une vibration synthétique dont il peut déterminer exactement la hauteur, l'intensité et le timbre.

Ses expériences ont porté sur six salles différentes : quatre à la Sorbonne, celle de l'Académie de Médecine et celle du Trocadéro.

Suivant que le son de résonance dure plus ou moins longtemps, l'acoustique de la salle est mauvaise ou bonne.

Les meilleurs amphithéâtres sont ceux de la Sorbonne, leur son de résonance dure au plus environ 0,9 seconde pour tous les sons.

L'Académie de Médecine présente un phénomène tout particulier, en effet les tentures que l'on a mises ont tellement amorti le son de résonance, qui était trop grand au moment de l'inauguration, que celui-ci ne dure plus que 0,4 seconde.

On arrive ainsi à déterminer les conditions dans lesquelles doit se placer un orateur pour se faire comprendre dans une salle dont l'acoustique est défectueuse.

Par exemple, au Trocadéro, l'orateur doit parler très lentement en espaçant bien les mots, il ne doit jamais forcer la voix, et, pour se faire entendre aux 4500 auditeurs, il ne doit pas parler plus fort que s'il se trouvait dans l'amphithéâtre de Physique de la Sorbonne qui contient 250 auditeurs et jauge 800$^{m^3}$, au lieu des 63000$^{m^3}$ que jauge la salle du Trocadéro.

SÉANCE DU 7 DÉCEMBRE 1906.

Présidence de M. E.-H. Amagat.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 16 novembre est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 21 décembre prochain.

MM. Clark (Arthur-L.), Ph. D. Professor of Physics Queen's University, Kington, Ontario (Canada)
Gargam de Moncetz (Albert), à Paris.
Gorton (Dr Frederick, R.), Ypsilanti, Michigan (U. S. A.).
Howard D. Minchin, Ph. D., Assistant Professor of Physics, University of Rochester, New-York (U. S. A.).
Laisney (l'abbé), ancien Professeur à Paris.
Parker (Franck-Herbert), B. Sc., Lecturer in Physics, Eltham (Angleterre).
Radakovic (Michael), Dr Professeur de Physique théorique à l'Université de Czernowitz (Autriche).
Simonin, Professeur au lycée de Gap.

Le Secrétaire général signale dans la correspondance :

1° Une Note de M. le Dr Chanoz : *Sur le mécanisme du détecteur électrolytique ;*

2° Une Note de M. A. Nodon : *Sur la radioactivité de la matière.*

Sur quelques applications de l'air liquide. — M. Georges Claude présente un appareil de laboratoire permettant de dépasser facilement et rapidement le vide de Crookes dans des récipients de grande capacité. Cet appareil, beaucoup plus simple que celui qui a figuré à la dernière Exposition de la Société de Physique, a été construit sur les conseils de M. d'Arsonval, et est basé, comme le précédent, sur l'absorption des gaz par le charbon aux températures de l'air liquide.

L'appareil est constitué par un bloc métallique dans lequel sont creusés deux chambres dont une paroi est formée par une membrane métallique étanche et flexible. Suivant que ces membranes sont appliquées ou non par deux vis manœuvrables à la main elles obturent d'une façon parfaitement étanche ou laissent libres des orifices dont l'un met en relation l'une des chambres par l'intermédiaire d'un caoutchouc à vide avec une pompe mécanique auxiliaire permettant d'opérer un vide de quelques millimètres et dont l'autre relie la seconde chambre avec le récipient à charbon plongé en permanence dans l'air liquide. L'enceinte à vider, mastiquée à la cire Golaz sur un ajutage spécial, est en relation permanente par cet ajutage avec les deux chambres dont il vient d'être parlé, de sorte que, par la manœuvre successive des robinets, il est possible de faire dans l'ampoule un vide approximatif avec la pompe et de parfaire ce vide à l'aide du charbon. L'action est extrêmement rapide. En quelques minutes on a la succession complète des superbes phénomènes du tube de Geissler, du tube de Crookes et de l'extinction de celui-ci. Une seule charge de charbon et d'air liquide permet de faire une vingtaine d'expériences successives, et le charbon est régénérable par simple réchauffement dans le vide partiel fourni par la pompe. L'appareil est très peu encombrant et entièrement métallique.

Télégraphe rapide, système Pollak et Virag, par M. Désiré Korda. — Le système combiné par MM. Pollak et Virag est un appareil de télégraphie rapide, écrivant directement, comme à la main, les lettres ordinaires de l'alphabet. Il diffère en même temps par sa puissance incomparable permettant la transmission de 40000 mots composés de plus de 250000 lettres à l'heure, décuplant ainsi l'efficacité de l'appareil Baudot qui jusqu'ici tenait la tête avec 5000 mots à l'heure en face des 1000 mots du célèbre appareil Hughes et des modestes 400 mots de l'appareil classique de Morse.

Pour obtenir de telles vitesses, il fallait un transmetteur à rotation rapide, où la main humaine devait se borner uniquement au rôle de préparation et de mise en marche, ainsi qu'un récepteur presque sans inertie pouvant suivre la rapidité de la transmission.

Pour le premier, les inventeurs ont eu recours à un moteur électrique qui met en rotation rapide un tambour métallique sur lequel se déroule une bande de papier portant le texte du télégramme sous forme d'un système de trous perforés au moyen d'un instrument auxiliaire, le *perforateur*, complètement indépendant de l'*appareil*.

L'aspect de ces perforations de grands et petits diamètres, qui se suivent sur la bande de papier, rappelle vaguement celui des signes de Morse. La bande de papier est serrée par un rouleau contre un tambour métallique. Ce dernier est composé de six bagues juxtaposées, isolées électriquement l'une de l'autre. Chaque bague est reliée métalliquement aux bornes correspondantes d'une batterie d'accumulateurs ou de piles sèches, déterminant ainsi pour chaque bague une autre différence de potentiel. Contre le ruban en papier sont serrés des balais métalliques au nombre de deux fois trois, c'est-à-dire un par bague et dont trois sont reliés en parallèle.

Lorsque le balai, passant sur la bague correspondante du rouleau par-dessus le ruban de papier, arrive sur une perforation de celle-ci, la batterie envoie par ce balai, pendant le court instant du passage de ce dernier sur

le trou, un courant dans la ligne. De cette façon, on peut transmettre environ 400 émissions de courant à la seconde, tandis que, par les procédés de télégraphie ordinaires, on n'arrive à en transmettre que 5 ou 6 tout au plus.

Le récepteur, la partie la plus ingénieuse de l'invention, utilise ces émissions de courant en le faisant agir sur les membranes de deux téléphones t_1 et t_2 et par leur intermédiaire sur un miroir qui, en réfléchissant les rayons d'une lampe à incandescence, projette une tache lumineuse, un *spot* sur une bande de papier sensible. Comme le miroir repose sur un point fixe, l'une des membranes téléphoniques lui imprime un mouvement vertical, tandis que l'autre le met en mouvement horizontal.

Par la combinaison de ces mouvements, le faisceau lumineux réfléchi écrit dans la chambre noire le texte du télégramme en caractères latins sur le papier photographique. Le développement de ce dernier se fait automatiquement dans un bain fixateur enfermé dans une partie spéciale de l'appareil, d'où le ruban insensibilisé, d'une largeur de 10^{cm}, sort complètement achevé, prêt à être livré au destinataire.

Dans la première forme de leur appareil, les inventeurs n'ont eu recours qu'à un seul téléphone, et les télégrammes n'étaient encore reproduits que par une ligne ondulée, composée d'élongations hautes et moins hautes au moyen desquelles on pouvait combiner l'alphabet Morse et rappelant les signes du siphon recorder de lord Kelvin.

C'est un tel appareil, incomplet, qui fut exposé en 1900 et qui fut expérimenté entre Berlin et Budapest sur une ligne de 1000^{km} de longueur, causant une grande sensation par la rapidité de la transmission.

A la suite de ces expériences, les inventeurs ont été amenés à perfectionner leur invention en combinant le téléphone qui produit le mouvement vertical du *spot* avec un deuxième téléphone dit *à mouvement horizontal* et dont le fonctionnement simultané fournit comme résultat remarquable l'écriture en lettres ordinaires, rappelant les figures des célèbres expériences de Lissajous.

Le récepteur repose, en somme, sur le jeu d'un miroir qui envoie un rayon lumineux sur le fond sensible d'une chambre noire et y décrit des figures qui correspondent au mouvement imprimé. On pourrait s'imaginer une source lumineuse fixe et un miroir mobile ou bien, et c'est ce que les inventeurs ont préféré, une source de lumière mobile en même temps qu'un miroir qui vibre.

Valeurs relatives des étalons à flamme : Carcel, Hefner, Vernon-Harcourt; par M. A. Perot. — M. Perot rend compte à la Société des expériences faites récemment au Laboratoire d'Essais du Conservatoire et au Laboratoire central d'Electricité en vue de fixer les valeurs comparatives des trois étalons à flamme : *Carcel, Hefner* et *Vernon-Harcourt*. Ces expériences, entreprises sur la demande de M. Vautier, président de la Commission internationale de Photométrie, ont été réparties en trois groupes :

Dans une première série faite au Laboratoire d'Essais par MM. Langlet, assistant, et Perot, directeur, en juillet 1905, on détermina directement les rapports des sources entre elles, de manière à mettre en évidence le phénomène de Purkinje s'il existait.

Une deuxième série faite au Laboratoire d'Electricité en avril-juin 1906, par MM. Laporte, sous-directeur, et Jouaust, chef de travaux, comprend des mesures indirectes par comparaison avec une lampe électrique et des mesures directes par comparaison des sources deux à deux.

Enfin, dans une troisième série, faite en juillet 1906, en collaboration au Laboratoire d'Essais, par les quatre opérateurs, on répéta des mesures directes et des mesures indirectes.

Les résultats obtenus, dans des conditions atmosphériques très différentes au point de vue de l'état hygrométrique, semblent montrer qu'il y a lieu d'appliquer à la lampe Carcel un coefficient de variation pour 100 égal à $0,006 \times n$. n étant le nombre de litres de vapeur d'eau par mètre cube d'air sec. Ce coefficient est intermédiaire entre celui de la lampe Hefner et celui de l'étalon Vernon-Harcourt.

Si l'on fait cette correction en ramenant la Carcel au taux de 10^l de vapeur d'eau, l'Hefner à 8,8 et la Vernon-Harcourt à 10^l, on a le Tableau suivant :

	Valeurs des étalons		
	Carcel.	Hefner.	Vernon-Harcourt.
En Carcel.....	1	0,0930	1,004
En Hefner.....	10,75	1	10,74
En Vernon-Harcourt.	0,996	0,0931	1

En terminant M. Perot fait ressortir l'intérêt très grand qu'il y aurait à avoir un étalon autre que les étalons électriques qui soit indépendant des conditions atmosphériques, dont les variations sont des plus gênantes pour l'emploi précis des étalons à flamme.

SÉANCE DU 21 DÉCEMBRE 1906.

Présidence de M. E.-H. Amagat.

La séance est ouverte à 8 heures et demie.

Le procès-verbal de la séance du 7 décembre est lu et adopté.

Les personnes qui ont été présentées dans la dernière séance sont élues Membres de la Société.

Les personnes dont les noms suivent sont présentées pour être Membres de la Société. Il sera statué sur leur admission dans la séance du 18 janvier prochain.

MM. Auzelle, professeur au lycée de Rennes.
Dufour (Marcel), docteur en médecine, agrégé de l'Université, à Nancy.
Horlooch (Arthur Illyd Wates), B. A. Oxford, the Polytechnic Woolwich (Angleterre).
Leslie Mann (Herbert), associate of the Royal College of Science London » St-Denys », Shoorters Hill, Kent (Angleterre).
Messager, professeur au lycée de Brest.
Odell (William), Woolwich Polytechnic (Angleterre).
Smith (Reginald Thomas), Ba. Wh. Sc. Head of Mathematics Department, Woolwich Polytechnic (Angleterre).
La Bibliothèque de l'Association générale des étudiants de Paris (section des Sciences).

Sont élus membres de la Commission chargée de vérifier les comptes de l'année : MM. Gay, Girardet et Vieille.

M. le Président annonce que le Rapport de la Commission des comptes sera envoyé à tous les membres de la Société et que l'on votera sur son adoption à la séance du 18 janvier 1907.

Chronomètre pigmentaire; par M. Paraf-Javal. — Cet appareil permet

d'exprimer rapidement en chiffres les proportions de pigments donnés composant une couleur donnée.

Il comprend essentiellement :

1° Un cadran rotatif comportant une graduation centigrade;

2° Un axe-pivot transmettant son mouvement au cadran;

3° Un jeu de disques colorés, à centre évidé, ayant chacun une fente radiale et un index, ce qui les rend susceptibles de se recouvrir et de former des secteurs plus ou moins étendus dont la somme est toujours égale à la surface d'un disque:

4° Une douille à baïonnette avec ressort permettant de solidariser les disques avec le cadran pendant la rotation;

5° Un jeu de rondelles-témoins permettant d'avoir sous les yeux, pendant la rotation, les couleurs des pigments composant la couleur à reproduire.

Soit à reproduire un violet composé d'un rouge et d'un bleu donnés. Combiner un disque coloré du rouge donné et un disque coloré du bleu donné, et faire glisser les disques les uns sur les autres de manière à obtenir un secteur rouge et un secteur bleu ; faire tourner et comparer le violet produit par la rotation au violet à reproduire; augmenter ou diminuer les secteurs respectifs jusqu'à ce que le violet de la rotation soit identique au violet à reproduire. Lire les proportions du rouge et du bleu composants sur le cadran.

L'exemple que nous venons de choisir s'applique à une couleur composée de deux pigments. On peut, en augmentant le nombre des disques, déterminer la proportion d'un nombre quelconque de pigments composant une couleur donnée, ou déterminer quels pigments il y a lieu de choisir parmi les pigments connus pour reproduire une couleur donnée.

En utilisant les couleurs dites *primaires* employées pour le procédé dit des *trois couleurs,* on peut reproduire, au moyen de rouge, de bleu et de jaune, et au besoin de blanc et de noir, une couleur donnée.

L'appareil présenté aujourd'hui a été construit, d'après les indications de M. Paraf-Javal, par M. René Meyer.

L'auteur s'occupe de la construction d'un autre appareil qui permettra les mêmes opérations pour les mélanges des différentes couleurs du spectre.

Astrolabe à prisme. Méthode des hauteurs égales pour la détermination de la longitude et de la latitude; par M. A. Jobin. — M. A. Jobin présente l'astrolabe à prisme de MM. Claude et Driencourt. Il sert à observer le passage des étoiles à un cercle de distance zénithale apparente rigoureusement constante et voisine de 30° On en conclut la position du zénith sur la sphère céleste à une heure donnée d'un chronomètre, et, par suite, la latitude et l'heure sidérale du lieu à cet instant.

La méthode employée est celle des *hauteurs égales* de Gauss généralisée, dont le principe est le suivant :

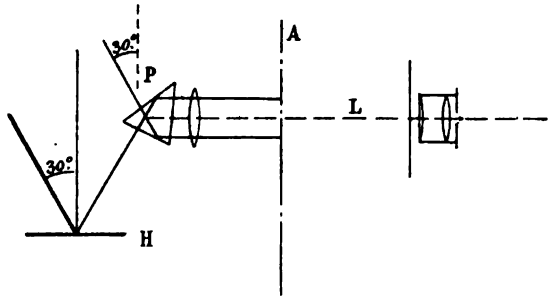
Au moment où une étoile observée passe au cercle de distance zénithale ζ, le zénith se trouve sur un cercle décrit de l'étoile comme centre avec un rayon sphérique ζ.

Pour une série d'étoiles observées, toutes les observations étant ramenées à une même heure du chronomètre, on disposera d'un nombre égal de cercles, lieux du zénith, et ces cercles, abstraction faite des erreurs d'observation, se couperont au même point.

Dans la méthode de Gauss, on considère la distance zénithale vraie, correspondant à la distance zénithale apparente constante employée, comme une inconnue. On opère avec une distance zénithale approchée, et les lieux du zénith sont des cercles tangents à un petit cercle ayant pour centre le zénith et pour rayon l'erreur de la distance zénithale approchée que l'on emploie.

On voit que la distance zénithale employée n'a pas besoin d'être connue préalablement. Elle n'a besoin que de rester constante pendant la courte durée d'une série d'observations. La valeur absolue de la réfraction n'importe donc pas. La dissymétrie de celle-ci, autour de la verticale et à 30° du zénith, peut seule affecter le résultat, mais c'est une erreur de deuxième ordre.

Cette méthode est la plus parfaite de l'Astronomie de position; elle est aussi la plus pratique, les lectures du temps étant beaucoup plus faciles et plus rapides que les lectures à un cercle divisé.



L'astrolabe de MM. Claude et Driencourt se compose d'une lunette horizontale L pouvant tourner autour d'un axe vertical A. Devant cette lunette sont disposés un prisme équiangle P et un horizon de mercure H. Il est facile de voir que, ce système tournant autour de A, son axe optique balayera dans l'espace un cône de 30° d'ouverture, autour de la verticale. De plus, quand une étoile s'approchera du cercle zénithal de 30°, elle formera dans l'appareil deux images, l'une directe à travers le prisme seul, l'autre réfléchie d'abord par l'horizon de mercure et ensuite par le prisme. Ces deux images coïncideront au moment du passage au cercle de 30°. C'est donc le moment de cette coïncidence que l'observateur notera à son chronomètre.

L'horizon de mercure est à couche mince et amalgamé. Les oscillations de cette faible masse de mercure que l'amalgame a épaissi sont amorties rapidement, par ce fait que la cuvette de l'horizon, en cuivre rouge amalgamé, est mouillée par le liquide. En outre, cet amortissement énergique est rendu encore plus complet par la forme des bords, taillés en plage faiblement inclinée, sur lesquels viennent mourir les oscillations.

Tout cet ensemble tourne autour d'un axe vertical porté par trois vis calantes et muni d'un cercle azimutal.

L'instrument se place sur un pied à trois branches, comme un théodolite.

M. Jobin entre ensuite dans les détails de construction de l'instrument. Il indique comment se vérifie le réglage de la position du prisme par autocollimation.

Il indique rapidement comment se fait la préparation des observations, c'est-à-dire la détermination préalable approchée, pour une série convenable d'étoiles, de l'azimut dans lequel on orientera la lunette pour les observer et de l'heure approximative de leur passage dans le champ de l'appareil.

Cette préparation est faite au moyen du Catalogue d'étoiles de M. Bossert et de certains abaques spéciaux.

Il montre en quoi consiste la mise en station et de quelle manière se fait l'observation du passage d'une étoile. Il indique le rôle du réticule, composé de quatre fils en croix, limitant le champ utile de la lunette. Un dispositif de lumière sous l'incidence rasante permet à volonté de rendre ces

fils lumineux sur le fond noir du champ. Puis il arrive à la précision des observations et des résultats.

L'astrolabe à prisme a été construit par lui en trois modèles, dont les lunettes ont respectivement pour grossissements 152, 75 et 30, correspondant à des grossissements doubles d'instruments munis de lunettes ordinaires à réticule. Le modèle moyen, dit *modèle géodésique*, est de beaucoup le plus répandu; c'est celui qui a été employé pour la détermination de la différence de longitude Paris-Brest, exécutée au mois d'avril dernier, sous les auspices du Bureau des Longitudes et la direction du commandant Guyou. L'erreur probable de l'observation d'une circumméridienne avec cet instrument n'est que de $+0'',32$; elle descend à $+0'',16$ avec le grand modèle. Un observateur moyen peut, avec le modèle géodésique, déterminer en une heure la latitude à moins de $0'',4$ et l'heure à moins de $\frac{0^s,04}{\sin\lambda}$, λ désignant la colatitude. Les instruments méridiens employés jusqu'ici exigent toute une installation de piliers et de cabanes, et ne demandent pas moins de quatre soirées complètes pour la latitude et une pour l'heure, lorsqu'on veut avoir des résultats de l'ordre de précision ci-dessus.

M. Amagat se demande si la surface d'un bain de mercure aussi mince est bien un plan horizontal.

M. Jobin répond que l'usage de l'instrument n'a rien révélé qui pût faire douter de l'horizontalité du bain, et que d'ailleurs on poursuit des expériences de comparaison d'un bain mince et d'un bain épais par la méthode des franges de M. Hamy.

M. Hamy ajoute que des mesures astronomiques faites avec des bains amalgamés minces et des bains de mercure épais ont donné des résultats identiques. Il est convaincu pour sa part que la surface d'un bain mince, de 2^{mm} ou 3^{mm} d'épaisseur par exemple, est bien horizontale.

Manomètre de grande sensibilité. — M. H. Le Chatelier présente un manomètre de grande sensibilité destiné à la mesure de la vitesse des courants gazeux dans les cheminées d'usine au moyen du tube de Pitot. Il permet de faire les mesures à $\frac{1}{100}$ de millimètre et est en même temps assez rustique pour pouvoir être mis entre les mains d'ouvriers.

Il utilise un double principe : celui de la juxtaposition de liquides de densité voisine, déjà employé par Krebs, et celui de l'émergence d'une pointe noyée, déjà employé par M. Le Chatelier. On ramène le niveau à une hauteur invariable en introduisant ou enlevant de l'eau dans une des branches à large section du manomètre au moyen d'une burette de Mohr reliée à l'appareil par un tube en caoutchouc. La section des surfaces libres de l'eau est de 1^{dm^2}, de telle sorte que $\frac{1}{10}$ de centimètre cube correspond à $\frac{1}{100}$ de millimètre de hauteur d'eau. La communication est établie entre les deux branches au moyen d'un siphon renversé dont la disposition est due à M. Stanton, du National Physical Laboratory de Londres. Le liquide non miscible à l'eau, dont on maintient la surface de séparation au sommet d'un tube coupé droit au milieu duquel affleure la pointe, est de l'essence minérale.

On augmenterait considérablement la sensibilité et l'on obtiendrait le $\frac{1}{1000}$ de millimètre, si l'on pouvait employer un liquide de densité plus voisine de celle de l'eau. Mais les tentatives faites dans cette voie ont échoué, à cause de la propriété qu'ont ces liquides de s'émulsionner spontanément avec l'eau. L'essence de cèdre, par exemple, de densité 0,97, n'a pu être employée, ni les mélanges de chlorure de carbone avec des liquides plus légers.

OUVRAGES REÇUS PAR LA SOCIÉTÉ

PENDANT L'ANNÉE 1906.

American Journal of Science. — 4e série, T. XXI et XXIII, 1906; in-8°.

American Journal of Mathematics. — Edited by Frank Morley, with the cooperation of Simon Newcomb, A. Cohen, Charlotte A. Scott and the other mathematicians. — Published under the auspices of the Johns Hopkins University. Vol. XXXVII, n° 4 et XXXVIII, n° 1; in-4°.

Annalen der Physik. — Band XIX, XX et XXI, 1906; 6 vol. in-8°.

Annales de Chimie et de Physique. — 8e série, t. VII, VIII et IX, 1906; 3 vol. in-8°.

Annales de la Faculté des Sciences de Marseille, t. XV, année 1905. 1 vol. in-4°.

Annales scientifiques de l'Université de Jassy. — T. IV, juin 1906; in-8°.

Annuaire pour l'an 1906 avec des Notices scientifiques. — Publié par le Bureau des Longitudes. — Paris, Gauthier-Villars; in-16.

Archives des Sciences physiques et naturelles de Genève. — 4e période, t. XXI et XXII, année 1906; 2 vol. in-8°.

Archives d'Électricité médicale, expérimentale et clinique. — Publiées par J. Bergonié, année 1906; 1 vol. in-8°.

Atti della Reale Accademia dei Lincei. — Vol. XV, 1er semestre, nos 3 et 12, et 2e semestre 1906, nos 1 à 11; in-4°.

Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie. — T. XXX, Année 1906; 1 vol. in-8°.

Bibliographie mensuelle des Sciences et de l'Industrie. — Année 1906; in-8°.

Bulletin scientifique trimestriel. — Publié par l'Association amicale des Élèves et anciens Élèves de la Faculté des Sciences de l'Université de Paris. N° 4, 1905; in-8°.

Bulletin de la Société astronomique de France. — Année 1906; 1 vol. in-8°.

Bulletin de la Société belge d'Électriciens. — T. XXIII, année 1906; 1 vol. in-8°.

Bulletin de la Société française de Minéralogie. — Année 1906; n°s 1 à 6, in-8°.

Bulletin de la Société fribourgeoise des Sciences naturelles. — Comptes rendus, 1903-1904, vol. XII, 1904; 1 vol. in-8°.

Bulletin de la Société internationale des électriciens. — Année 1906; 1 vol. in-8°.

Bulletin de la Société d'encouragement pour l'Industrie nationale. — 105e année, 1906; 1 vol. in-4°.

Bulletin de la Société philomathique de Paris. — Compte rendu sommaire des séances, t. VIII, n°s 1 à 4, 1906; in-8°.

Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles. — 5e série, vol. XLI, n° 154 à 156; 1 vol. in-8°.

Bulletin de l'Association des Ingénieurs électriciens sortis de l'Institut électrotechnique Montefiore. — 3e série, t. VI, n°s 1 à 7, 1906; in-8°.

Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse. — Janvier à octobre 1906. — Mulhouse, Vve Bader et Cie, 1904; 1 vol. in-8°.

Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie. — Année 1906; fasc. 1 à 3; in-8°.

Bulletin of the Bureau of Standards. — S.-W. Stratton, Directeur (Washington). Vol. II, n°s 1 et 2, juin et août 1906; in-8°.

Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences. — T. CXLII et CXLIII, 1906; 2 vol. in-4°.

Department of the Interior, United States, geological Survey. Charles-D. Walcoot, Director. — Professional Papers, n°s 45 à 49: in-8°.

— Water Supply and Irrigation Paper, n°s 153, 154, 157, 165, 166, 167, 168, 169 et 171, 1906; in-8°.

— Bulletin n° 269, série A. *Economie geology*, 61. 1906.

Department of the Interior, United States geological Survey. — Professional Papers, n°s 34, 36, 37, 38, 40, 41, 42 et 43. Washington, 1905; in-8°.

— Bulletins, n°s 247, 251, 256, 263, 266, 267, 268, 270, 271 et 276. Washington, 1905; in-8°.

Die physikalischen Institute der Universität Gottingen. Festschrift, 1906. — Leipzig und Berlin, B.-G. Teubner, 1906; 1 fasc. in-4°.

Éclairage électrique (L'). — Revue hebdomadaire des transformations électriques, mécaniques, thermiques de l'énergie. Année 1906; 3 vol. in-4°.

Electrician (The). — Année 1905-1906; in-4°.

Électricien (L'). — Revue internationale de l'Électricité et de ses applications. — 2e série, t. XXXII; année 1906; in-8°.

Halbmonatliches Literaturverzeichnis der Fortschritte der Physik. — 5. Jahr., 1906; in-8°.

Journal de Physique, théorique et appliquée. — Fondé par J.-Ch. d'Almeida et publié par MM. E. Bouty, A. Cornu, G. Lippmann, E. Mascart, A. Potier. 4e série, t. V, 35e année, 1906; 1 vol. in-8°.

Journal de Physique, Chimie et Histoire naturelle élémentaires. — Publié par M. A. Buguet, nos 230 à 241; in-8°.

Journal of the Franklin Institute. — T. CLXI et CLXII. Année 1906; 2 vol. in-8°.

Journal de la Société physico-chimique russe de Saint-Pétersbourg. — T. XXXVIII, 1906; n° 1; in-8°.

Journal of Physical Chemistry (Ithaca). — Vol. X, année 1906; in-8°.

Journal of the Institution of Electrical Engineers including original Communications on Telegraphy and Electrical Science. — Vol. XXXVI, nos 176 et 177: 2 vol. in-8°.

Journal de la Société Impériale technique russe. — T. XL. Année 1906; 1 vol. in-8°.

Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Proceedings of the section of Science. — Vol. IX, 1906; in-8°.

Memoirs and Proceedings of the Manchester litterary and philosophical Society. — T. L, 1905-1906; 1 vol. in-8°.

Mémoires de la Société d'Émulation du Doubs. — 7e série, vol. IX, année 1905; in-8°.

Mémoires et Comptes rendus des Travaux de la Société des Ingénieurs civils. — 6e série, 59e année, année 1906; 1 vol. in-8°.

Memorias y revista de la Sociedad cientifica « Antonio Alzate » (Mexico). — T. XXI, nos 9 à 12, 1904; t. XXII, nos 1 à 6, et t. XXIII, nos 1 à 4, 1905; 3 vol. in-8°.

Mitteilungen der physikalischen Gesellschaft, Zürich. — Nos 9, 1906; in-8°.

Mois scientifique et industriel (Le). — Revue internationale d'informations; 8e année, 1906; 1 vol. in-8°.

Moniteur industriel. — Vol. XXXIII, année 1906; 1 vol. in-4°.

Nature (de Londres). — Année 1906; 1 vol. in-4°.

Nuovo Cimento (Il) — 5e série, t. XI, année 1906; 2 vol. in-8°.

Philosophical Magazine and Journal of Science. — Sixth series, vol. X et XI, 1905 et 1906; 2 vol. in-8°.

Photographie (La). — Publiée sous la direction de G.-H. Niewenglowski, année 1906; 1 vol. in-8°.

Photographie des couleurs (La). — Revue mensuelle, publiée sous la direction de Charles Mendel. Rédacteur en chef : H. Quentin. 1re année, nos 1 à 5. Paris, *Photo-Revue*, 1906; in-8°.

Physical Review. — A Journal of experimental and theoretical Physics, t. XXII et XXIII, 1906; 2 vol. in-8°.

Popular Astronomy. — Goodsell Observatory of Carleton College Northfield, Minnesota. — Vol. XIV, 1906; in-8°.

Proceedings and transactions (The) of the Nova Scotian Institute of Science, Halifax. — Vol. XI, part II, 1903-1904; in-8°.

Proceedings of the Royal Society of Edinburgh. — Vol. XXVI, nos 1 à 5; 1 vol. in-8°.

Proceedings of the Cambridge philosophical Society. — Vol. XIII, année 1905, parts 1 à 3, et année 1906, parts 4 à 6; 6 vol. in-8°.

Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers. — Vol. XXV, année 1906, nos 1 à 11; in-8°.

Proceedings of the American Philosophical Society held at Philadelphia for promoting useful knowledge. — Vol. XLV, n° 182; in-8°.

Proceedings of the physical Society of London. — Vol. XX, nos 117 à 119; in-8°.

Proceedings of the Royal Society. — T. LXXVII, LXXVIII, nos 515 à 527; in-8°.

Radium (Le). — La radioactivité et les radiations, les sciences qui s'y rattachent et leurs applications; année 1906; in-8°.

Report of the ninth Meeting of the Australasian Association for the advancement of Science held at Hobart. — Tasmania, 1902; 1 vol. in-8°.

Revue électrique. — T. V et VI. Année 1906; in-4°.

Revue générale des Sciences pures et appliquées. — Publiée par M. Louis Olivier, 17e année, 1906; 1 vol. in-4°.

Revue industrielle (La). — Année 1906; 1 vol. in-4°.

Revue des Questions scientifiques. — Publiée par la Société scientifique de Bruxelles, T. VIII, année 1905, et t. IX, année 1906; 3 vol. in-8°.

Revue scientifique. — 5e série, t. V et VI, 1906; in-4°.

Revue des Sciences photographiques. — Année 1906; in-4°.

Revue de Physique, 1906. — Fondée par M. P. Ziloff, dirigée par M. G. de Metz, n°s 1 à 5, 1906; in-8°.

Science abstracts, Physics and electrical Engineering. — Vol. IX, 1906; 1 vol. in-8°.

Technology quarterly and Proceedings of the Society of Arts. — Vol. XVIII, n°s 2, 3 et 4, 1905, et vol. XIX, n° 1, 1906; 2 vol. in-8°.

The scientific Proceedings of the Royal Dublin Society. — Vol. XI, part 6 à 12, in-8°.

The economic Proceedings of the Dublin Society. — Vol. I, parts 6, 7 et 8; in-8°.

The scientific Transactions of the Royal Dublin Society. — Vol. IX, 2e série, parts 1, 2 et 3; 1905 et 1906.

Tôkiô Sugaku. — Buturigaku Kwai Kizi. Hokuku, vol. II, n°s 21 à 29, 1905, et vol. III, n°s 1 à 8, 1906; in-8°.

Transactions of the Academy of Science of St-Louis. — Vol. I à XV, 1859-1906, et vol. XVI, n°s 1 à 4, 1906; in-8°.

Transactions of the Cambridge philosophical Society. — Vol. XX, n°s 9 et 10, année 1906; 1 vol. in-4°.

Twenty sixth Annual Report of the Director of the United States geological Survey to the Secretary of Interior, 1904-1905. — Washington, 1905; 1 vol. in-8°.

United States, geological Survey. Charles D. Walcott, Director. — Atlas to accompany Monograph XXII on the Geology of the Yellowstone national Park. Arnold Hague, Washington, 1904.

Université de Besançon. — Observatoire national astronomique, chronométrique et météorologique de Besançon. — *XVIe Bulletin chronométrique,* année 1903-1904, publié par M. *Lebeuf,* Directeur de l'Observatoire. Besançon, J. Millot et Cie, 1905; 1 br. in-4°.

University of Toronto Studies. — N° 53. Papers from the chemical Laboratories; in-8°.

Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft. — Jahrg. 7, n°s 21 à 24, 1905, et Jahrg. 8, n°s 1 à 8, 1906; in-8°.

Zeitschrift für Instrumentenkunde. — Année 1906; in-8°.

Alden (William C.). — The Drumlins of Southeastern Wisconsin (Preliminary Paper). Washington, 1905; 1 br. in-8°.

Alsina (F.). — Nouvelles orientations scientifiques. Ouvrage traduit du catalan avec l'autorisation de l'auteur par J. Pin y Soler. Paris, Garnier frères, 1905; 1 vol. in-8°.

Bailly (**Ch.**). — La Photographie en montagne. — Lointains et sous-bois (Bibliothèque de la *Photo-Revue*). Paris, Charles Mendel, 1906; 1 br. in-8°.

Barus (**Carl**). — The nucleation of the uncontamined atmosphere. (Extr. *Carnegie Institution of Washington*, n° 40, 1906.) 1 vol. in-8°.

— Condensation nuclei. (Extr. *Phys. Rewiev*, vol. XXII, n° 2, February 1906.) In-8°.

Beekman (**E.-H.**). — Geschiedenis der systematische Mineralogie. 'S. Gravenhage, 1906; 1 vol. in-8°.

Belin (**Edouard**). — Méthode et appareil spectro-sensitométriques. Paris, Gauthier-Villars, 1906; 1 vol. in-8°.

Benoît (**J.-René**) et **Guillaume** (**Ch.-Éd.**). — Les nouveaux appareils pour la mesure rapide des bases géodésiques. (Annexe aux *Procès-verbaux des séances du Comité international des Poids et mesures*. Session de 1905.) Paris, Gauthier-Villars, 1905; 1 br. in-8°.

Berger (**Émile**).— L'emploi des loupes binoculaires en Ophtalmologie. (Extr. de la *Revue générale d'Ophtalmologie*, juin 1905.) In-8°.

Berthelot (**M.**). — Traité pratique de l'analyse des gaz. Paris, Gauthier-Villars, 1906; 1 vol. in-8°.

Blanc (**A.**). — Résistance au contact, cohération. (Thèse.) Paris, Gauthier-Villars, 1905; in-8°.

Booraem (**John-V.-V.**), **M. E.** — Internal energy a method proposed for the calculation of energy stored within matter. First edition. First thousand, New-York, Mc Graw publishing Compagny, 1906; 1 vol. in-8°.

Bouty. — Cours de Physique de l'École Polytechnique, par M. Jamin. — Troisième supplément : Radiations, Électricité, Ionisation. Paris, Gauthier-Villars, 1906; 1 vol. in-8°.

Branly (**Edouard**). — Traité élémentaire de Physique, rédigé conformément aux programmes officiels du 31 mai 1902: seconde C et D; première C et D; Mathématiques A et B. — 3e édition. Paris, Ve Ch. Poussielgue, 1906; 1 vol. in-8°.

Brunhes (**Bernard**). — Les Travaux récents de magnétisme terrestre dans la France centrale. — Le présent, le passé magnétique des volcans d'Auvergne. — Conférence faite à l'Exposition de Liége, le 28 août 1905, sous la présidence de M. Eric Gerard. (Extr. du n° 11, 1905, du *Bulletin de la Société belge d'Astronomie*, Bruxelles, 1906.) 1 br. in-8°.

— Rapport sur le Concours de prévision du temps organisé par la Société belge d'Astronomie en septembre 1905. (Extr. du *Bulletin de la Société belge d'Astronomie*, nos 2 et 3.) Bruxelles, 1906; 1 fasc. in-4°.

— Note additionnelle au Rapport sur le Concours de prévision du temps (juillet 1906.) (Extr. du *Bulletin de la Société belge d'Astronomie*, nos 7 et 8.) Bruxelles, 1906; 1 fasc. in-8°.

— Sur la théorie des règles de M. Guilbert pour la prévision du temps. (Extr. des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, 4e période, t. XXII, juillet 1906; 1 fasc. in-8°.

Carlier (**J.-G.**). — Le wagon d'expériences du « Boston elevated railway ». (Extr. du *Bulletin de l'Union des Ingénieurs sortis des Écoles spéciales de Louvain*.) Bruxelles, Imp. Nationale, 1906; in-8°.

— De l'opportunité de la création d'un cours de transport dans les Universités. (Extr. de la *Revue des Questions scientifiques*. Octobre 1905.)

Carnazzi (**Procida**). — Dilatazione et compressibilita delle miscele. (Extr. de *Nuovo Cimento*, série V, vol. IX, marzo 1905.) 1 br. in-8°.

Carrière (**Z.**). — Sur les déformations de l'alliage eutectique plomb-étain et les métaux visqueux. (Thèse.) Paris, Gauthier-Villars, 1905; in-4°.

Chwolson (**O.-D.**). — Traité de Physique. Ouvrage traduit sur les éditions russes et allemandes, par M. E. Davaux. Édition revue et considérablement augmentée par l'auteur; suivie de Notes sur la Physique théorique par E. Cosserat et F. Cosserat. T. I, 2e fasc. et t. II, 2e fasc. Paris, A. Hermann, 1906; 2 vol. in-8°.

Clarke (**John**) et **Gérard** (**Léon**). — Étude économique et technique de la traction mécanique des bateaux par les procédés américains. (Extr. du *Rapport présenté au Xe Congrès de navigation, à Milan en* 1905.) 1 br. in-8°.

Clerc (**L.-P.**). — L'année photographique 1905. Paris, Ch. Mendel. 1 vol. in-8°.

Colardeau (**E.**). — Approximations dans les mesures physiques et dans les calculs numériques qui s'y rattachent. Paris, Vuibert et Nony, 1906; 1 vol. in-8°.

Cotton (**A.**) et **Mouton** (**H.**). — Les ultramicroscopes; les objets ultramicroscopiques. Paris, Masson et Cie, 1906; 1 br. in-8°.

Denizot (**A.**). — Ueber das Foucaultsche Pendel. (Extr. *Sitzungsberichte der Berliner mathematischen Gesellschaft*, Oktober 1906.) 1 fasc. in-8°.

Despaux. — Explication mécanique de la matière, de l'Électricité et du Magnétisme. Paris, Alcan, 1905; 1 vol. in-8°.

Draper (**Henry**). — Construction d'un télescope à miroir argenté de 15 pouces et demi d'ouverture et son emploi en photographie céleste. — **Ritchey** (**Georges-W.**). — Sur le télescope moderne à réflexion : fabrication et essais des miroirs optiques. (Mémoires publiés par la *Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale*.) Supplément au *Bulletin* d'octobre 1905; in-4°.

Drouin (**F.**). — Le pelliculage des négatifs. (Bibliothèque de la *Photo-Revue*.) Paris, Charles Mendel, 1906; 1 br. in-8°.

Ewers (**P.**). — Ueber das Vorkommen von Argon und Helium in den Gasteiner Thermalquellen. (Extr. *Phys. Zeitschrift*, 7. Jahrgang, n° 7.) 1 br. in-8°.

— Ueber die Polonium und Radiotellur ausgesandten Strahlungen. (Extr. *Phys. Zeitschrift*, 7. Jahrgang, n° 5.) 1 br. in-8°.

— Die Umwandlung des Radiums in Helium. (Extr. *Natur und Kultur*, 3. Jahrgang, n° 9.) 1 br. in-8°.

Forest Palmer (**A. de**). — An optical determination of the zeropoint in the telescope-mirror-Scale method. (Extr. *Phys. Review*, vol. XX, n° 5, may 1905.) In-8°.

— Thermo-electric determination of temperatures between 0° and 200° centigrades. (Extr. *Phys. Review*, vol. XXI, n° 2, august 1905.) In-8°.

Foveau de Courmelles. — L'année électrique, électrothérapique et radiographique. Revue annuelle des progrès électriques en 1904 et 1905. Paris, Ch. Béranger, 1905-1906; 2 vol. in-8°.

Geitler (**Josef R. von**). — Ueber die Absorption und das Strahlungsvermögen der Metalle für Hertz'sche Wellen. (Extr. *Akad. der Wissenschaften in Wien*, Juli 1906). 1 fasc. in-8°.

— Elektromagnetische Schwingungen und Wellen. Braunschweig, F. Vieweg, 1905; in-8°.

Gérard (**Léon**). — Halage électrique des bateaux. Notice sur les expériences relatives aux tracteurs à adhérence proportionnelle. (Extr. du *Bulletin de la Société belge d'Électriciens*, t. XXII, 1905.) 1 br. in-8°.

Goldsborough (**W.-E.**). — Distribution à courants alternatifs. Traduit de l'anglais par Henry de Vorges. Paris, H. Dunod et E. Pinat, 1906; 1 vol. in-8°.

Guébhard (**A.**). — L'inversion photographique. (Extr. de la *Revue des Sciences photographiques*, 1904-1905.) In-8°.

Guillaume (**Ch.-Ed.**). — L'étalonnage des échelles divisées. (Extr. du Tome XIII des *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*.) Paris, Gauthier-Villars, 1905; 1 br. in-4°.

Guye (**Ch.-Eug.**). — Sur la valeur la plus probable du rapport $\frac{\varepsilon}{\mu_0}$ de la charge à la masse de l'électron dans les rayons cathodiques. (Extr. des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, mai 1906.) 1 fasc. in-8.

Guye (**Ch.-Eug.**) et **Denso** (**P.**). — Sur l'énergie dissipée sous forme de chaleur dans la paraffine soumise à un champ électrostatique tournant de fréquence élevée. (Extr. des *Arch. des Sc. phys. et nat.*, 9 et 16 sept. 1905.) In-8°.

Guye (**Ch.-Eug.**) et **Guye** (**H.**). — La décharge disruptive dans les gaz aux pressions élevées. (Extr. des *Arch. des Sc. phys. et nat*, juillet et août 1905.) In-8°.

Guye (**Philippe-A.**). — Nouvelles recherches sur le poids atomique de l'argent. Conférence faite devant la *Société chimique de Paris*, le 10 juin 1905. Paris, Masson et Cie, 1905; in-8°.

Haas (**M. de**). — Practische œfeningen in Natuurkunde voor A. S. Technologen. Tweede Druk. Delft, I. Waltmann Jr, 1905; 1 vol. in-8°.

Hale (**George-E.**). — Report of Director of the Solar Observatory, Mount Wilson, California. (Extr. *Carnegie Institution of Washington*, 1906.). 1 br. in-8°.

— Carnegie Institution of Washington. — Contribution from the Solar Observatory, Mount Wilson, California. nos 3 à 7, 1906. In-6.

Henri (**Victor**). — Cours de Chimie physique, suivi d'applications à la Chimie et à la Biologie. (1er fasc.). Cours libre professé à la Faculté des Sciences de Paris. Paris, A. Hermann, 1905; 1 vol. in-8°.

Herbette (**Jean**). — Contribution à l'étude de l'isomorphisme (Thèse). Paris, Gauthier-Villars, 1906; 1 br. in-8°.

Hollard (**Auguste**). — Contribution à l'étude théorique et pratique de l'analyse électrolytique (Thèse). Saint-Maur, Jules Lievens, 1905; 1 br. in-8°.

Hollard (**A.**) et **Bertiaux** (**L.**). — Analyse des métaux par électrolyse. Paris, H. Dunod et E. Pinat, 1905; 1 vol. in-8°.

Lenard (**P.**).— Ueber Kathodenstrahlen. Nobel-Vorlesung gehalten in öffentlicher Sitzung der königl. schwedischen Akademie der Wissenschaften zu Stockholm am 28 mai 1906. Leipzig, J.-A. Barth, 1906; 1 fasc. in-8°.

Linders (**Olof.**). — Zur Klarstellung des Begriffe Masse, Gewicht, Schwere und Kraft. Leipzig, Joh. Schunke, 1905; in-8°.

Lockyer (**Norman**). — L'évolution inorganique. (Bibliothèque scientifique internationale.) Traduit de l'anglais par Edouard d'Hooghe. Paris, Félix Alcan, 1905; 1 vol. in-8°.

Lodge (**sir Oliver**), **F.**, **R.**, **S.** — Sur les Électrons, traduit de l'anglais par E. Nugues et J. Péridier. Préface de M. Langevin. Paris, Gauthier-Villars, 1906; 1 vol. in-16°.

Lussana (**S**) — A proposito di uno studio recente sul calore specifico dei gas. (Extr. *Nuovo Cimento*, série V, vol. X, septembre 1905.) 1 br. in-8°.

Marage. — Mesure et développement de l'audition. Paris, Maloine, 1905; in-8°.

Mercanton (**Paul-L.**). — De l'inclinaison magnétique terrestre à l'époque de Hallstat. (Extr. *Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles*. Lausanne, t. XLII, juin-septembre 1906.) 1 fasc. in-8°.

Meslin (**G.**). — Sur l'éclipse du 30 août 1905 et sur la polarisation de la couronne solaire. (Extr. des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 12 septembre 1905.) In-4°.

More (**Louis-T.**), **Ph. D.** — On the dielectric strain along the Lines of Force. (Extr. *Philosophical Magazine* for december 1905.)

Nautisk. — Meteorologisk Aarbog 1905. Udgivet of det Danske meteorologiske Institut. Nautical-meteorological Annual, 1905. — Published by the Dannish meteorological Institute, Copenhague, 1906; 1 vol. in-8°.

Negro (**Carlo**). — Evaporimetro a riflessione. [Extr. *Rivista di fisica e scienze naturali* (Pavia), t. VII, aprile 1906.] In-8°.

Niethammer (**F.**). — Moteurs à collecteurs à courants alternatifs. Paris, *Éclairage électrique*, 1906; 1 vol. in-8°.

Niewenglowski (**G.-H.**). — Le Radium. Paris, H. Desforges, 1905: 1 vol. in-8°.

Nipher (**Francis-E.**). — On pressure measurements in a fluid stream. (Extr. *Transactions of the Academy of Science of Saint-Louis*, vol. XVI, n° 3, 1903.)

— On the electrical capacity of bodies, and the energy of an electrical charge. (Extr. *Transactions of the Academy of Science of Saint-Louis*, vol. VII, n° 2, 1905.) 1 br. in-8°.

— The relation of direct to reversed photographic pictures. — The specific heat of gazeous nebulæ in gravitational contraction. (Extr. *Transactions of the Academy of Science of Saint-Louis*, vol. XI, n° 4, 1901.) 1 br. in-8°.

— On certain properties of light-struck photographic plates. (Extr. *Transactions of the Academy of Science of Saint-Louis*, vol. X, n° 6, 1900.) 1 br. in-8°.

— On the predetermination of the speed of trotting horse. (Extr. *Transactions of the Academy of Science of Saint-Louis*, vol. XIII. n° 2, 1903.) 1 br. in-8°.

— The frictional effect of railway trains upon the air. (Extr. *Transactions of the Academy of Science of Saint-Louis*, vol. X, n° 10, 1900.) 1 br. in-8°.

— The law of contraction of gazeous nebulæ. (Extr. *Transactions of the Academy of Science of Saint-Louis*, vol. XIII, n° 5, 1903.) 1 br. in-8°.

— Primitive conditions in the solar nebula. (Extr. *Transactions of the Academy of Science of Saint-Louis*, vol. XIV, n° 4, 1904.) 1 br. in-8°.

— Evolution of the divine character in man. 1 br. in-8°.

— Present problems in the physics of matter. — An address before the Physics Section of the International Congress of Arts and Science. September 1904; 1 br. in-8°.

Nodon (**Albert**). — De l'action des différents rayons du spectre sur les plaques photographiques sensibles. — Photographie orthochromatique. — Plaques jouissant de sensibilité comparable à celle de l'œil. (Extr. des *Comptes rendus des Sociétés savantes* en 1905; Sciences.) Paris, Imp. nationale, 1905; 1 fasc. in-8°.

Pallalino (**Pierre**). — Sur l'unité des forces et de la matière. Turin, J.-U. Cassone, succ. J. Candeletti, 1906; 1 br. in-8°.

Paulsen (**Adam**). — Sur les récentes théories de l'Aurore polaire. Résumé et critique des théories de MM. Birkeland, Arrhénius et Nordmann. Idées personnelles. (Extr. du *Bull. de l'Académie royale des Sciences et des Lettres de Danemark*, n° 2, 1906.)

Petrovitch (**M.**). — La mécanique des phénomènes fondée sur les analogies. Collection *Scientia*, n° 27. Paris, Gauthier-Villars, 1906; 1 vol. in-8° écu.

Poincaré (**H.**). — La Science et l'Hypothèse. Paris, E. Flammarion, 1 vol. in-8°.

Poincaré (**Lucien**). — La Physique moderne, son évolution. Paris, E. Flammarion, 1906: 1 vol. in-8°.

Proumen (**René**). — Les rayons X, le radium, les rayons N. Paris, H. Desforges, 1905; 1 br. in-8°.

Quentin (**H.**). — La Téléphotographie. Choix et emploi du téléobjectif pour le paysage, le portrait, les sujets d'architecture et la stéréoscopie. Paris, Ch. Mendel, 1906; 1 br. in-8°.

Rey-Pailhade (**J. de**). — Le chronomètre décimal dans les sports (Extr. de *Yachting Gazette.*)

Romilly (**Th.**). — Etude sur la différence de potentiel de l'arc mercure-platine. (Extr. des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, 1906.) 1 br. in-8°.

Rousseau (**A.**). — L'éclairage du laboratoire. Paris. Ch. Mendel, 1906. 1 br. in-8°.

Schidlof (**Arthur**). — Emploi du tube de Braun à l'étude des cycles d'aimantation aux fréquences élevées. (Extr. des *Arch. des Sc. phys. et nat.*, septembre 1905.) In-8°.

Schiller (**N.**). — Die Bedeutung der Unstetigkeit der ersten Derivierten des Druckes nach der Temperatur bei der Feststellung der Phasenregel. — Einige Bemerkungen über das gegenseitige Verhalten des aufgelösten Stoffes und des entsprechenden Lösungsmittels. (Extr. *Zeitschrift für phys. Chemie*, t. LIV.) 1 opusc. in-8°.

Schreber (**K.**) und **Springmann** (**P.**). — Experimentierende Physik; zugleich vollständig umgearbeitete, deutsche Ausgabe von Henri Abraham's *Recueil d'expériences élémentaires de Physique*. Leipzig, J.-A. Barth, 1905; 2 vol. in-8.

Seligmann. — Cours élémentaire de Physique, destiné aux élèves des Athénées royaux et Collèges, ainsi qu'aux Étudiants des Facultés de Sciences naturelles, etc. 1re Partie : Propriétés générales de la matière. — Principes de Mécanique. — Pesanteur. — Hydrostatique. — Aérostatique. — Acoustique. 3e édition, remaniée. Gand, I. Vanderpoorten, 1906; 1 vol. in-8°.

Söhngen (**N.-L.**). — Het Ontstaan en verdwijnen van Waterstof en Methaan onder den imloed van het organische Leven. Delft, J. Vis Jr, 1906; 1 br. in-8.

Tissot (**Camille**). — Étude de la résonance des systèmes d'antennes (Thèse). Paris, Gauthier-Villars, 1905; in-8°.

Turpain (**Albert**). — Leçons élémentaires de Physique, à l'usage des candidats au certificat d'études physiques, chimiques et naturelles. T. II. Paris, Vuibert et Nony, 1906; 1 vol. in-8°.

Vial (**L.-C.-E.**). — Les erreurs de la Science. Paris, Auteur, 1905; 1 vol. in-8°.

Vining (**Arthur-W.**). — Contribution à l'étude des phénomènes électrocapillaires (Thèse). Paris, A. Hermann, 1906; 1 br. in-8°.

Witz (**Aimé**). — Considérations théoriques et pratiques sur les machines à vapeur surchargées. (Extr. du *Bulletin de la Société industrielle du Nord de la France*, 1906.) 1 br. in-8°.

Yvon (**P.**). — Du compte-gouttes normal et de ses applications dans la pratique pharmaceutique. Paris, O. Doin, 1905; 1 br. in-8°.

Zapalowicz (**Hugo**). — Conspectus floræ Galiciæ criticus. Volumen I. Krytyzny Przeglad Roslinnoci Calicygi. Tome I. W. Krakowie, 1906; 1 vol. in-8.

Zickendraht (**Hans**). — Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Luftstössen in engen Röhren. Inaugural-Dissertation zur Erlangung der philosophischen Doktorwürde vorgelegt der hohen philosophischen Fakultät der Universität Basel. Basel, Basler Berichthaus, 1905; in-8°.

Ministère de l'Instruction publique et des Beaux Arts. Comité des Travaux historiques et scientifiques. — Comptes rendus du Congrès des Sociétés savantes de Paris et des départements tenu à Alger en 1905 (Section des Sciences). Paris, Imp. nationale, 1905; 1 br. in-8°.

— Discours prononcés à la séance générale du Congrès des Sociétés savantes à Alger, 26 avril 1905. Paris, Imprimerie nationale, 1905; in-8°.

— Discours prononcés aux funérailles du colonel Charles Renard (1847-1905). Paris, Imprimerie des Orphelins apprentis, 1906; 1 br. in-8°.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.

LISTE DES MEMBRES.

ANNÉE 1907.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE,

44, RUE DE RENNES, PARIS (6e).

(1907.)

BUREAU.

MM. LE CHATELIER (H.), *Président.*
DESLANDRES, *Vice-Président.*
ABRAHAM (H.), *Secrétaire général.*
DEBIERNE, *Secrétaire.*
DUFOUR (A.), *Vice-Secrétaire.*
PELLIN (Ph.), *Archiviste-Trésorier.*

CONSEIL.

Membres résidants :

MM. BLONDIN (J.). 1905.
GUILLET.
JOBIN (A.).
LEMOINE (J.).

FERY (CH.). 1906.
HENRI (V.).
LANGEVIN (P.).
PICOU (R.-V.).

GOURÉE DE VILLEMONTÉE. 1907.
LAFAY (A.).
LEBLANC (M.).
LUGOL (P.).

Membres non résidants :

MM. BEAULARD (Montpellier). 1905.
GUILLOZ (Nancy).
KOWALSKI (DE) (Fribourg).
LANG (VON) (Vienne).

BUISSON (Marseille). 1906.
HALE (Mount Wilson).
LAMOTTE (Clermont-Ferrand).
LORENTZ (Leyde).

COUETTE (Angers). 1907.
LARMOR (Cambridge).
MARCHIS (Bordeaux).
RUBENS (Berlin).

ANCIENS PRÉSIDENTS.

1873.	MM.	FIZEAU.
1874.		BERTIN.
1875.		JAMIN.
1876.		QUET.
1877.		BECQUEREL (Ed.).
1878.		BLAVIER.
1879.		BERTHELOT.
1880.		MASCART.
1881.		CORNU.
1882.		GERNEZ.
1883.		JANSSEN.
1884.		POTIER.
1885.		MAREY.
1886.		SEBERT.
1887.		WOLF.
1888.		ROMILLY (de).
1889.		MASCART.
1890.		MALLARD.
1891.		FRIEDEL.
1892.		VIOLLE.
1893.		LIPPMANN.
1894.		JOUBERT.
1895.		CAILLETET.
1896.		BOUTY.
1897.		BECQUEREL (H.).
1898.		BENOIT (R.)
1899.		BASSOT.
1900.		CORNU.
1901.		PELLAT.
1902.		POINCARÉ (H.).
1903.		GARIEL (C.-M.).
1904.		ARSONVAL (D').
1905.		DUFET (H.).
1906.		AMAGAT (E.-H.).

MM. ALMEIDA (d'), *Secrétaire général, Fondateur* (1873-1880)
JOUBERT, *Secrétaire général honoraire* (1880-1890).
PELLAT, *Secrétaire général honoraire* (1891-1898).
POINCARÉ (L.), *Secrétaire général honoraire* (1899-1900).
NIAUDET, *Trésorier-Archiviste honoraire* (1875-1882).
MAURAT, *Trésorier-Archiviste honoraire* (1883-1890).
GAY, *Trésorier-Archiviste honoraire* (1891-1898).

MEMBRES HONORAIRES (1).

MM. **KELVIN** (**Lord**), F. R. S., Professeur à l'Université de Glasgow (Écosse).

BELL (**Alex. Graham**), de Washington (États-Unis).

BERTHELOT (**M.**), Sénateur, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, Membre de l'Académie Française.

LIPPMANN (**Gabriel**), Membre de l'Institut.

JANSSEN (**J.**), Membre de l'Institut.

MASCART (**E.-E.-N.**), Membre de l'Institut.

RAYLEIGH (**Lord**), F. R. S., Professeur à l'Institution Royal de Londres (Angleterre).

VAN DER WAALS (**G.-D.**), Professeur à l'Université d'Amsterdam (Hollande).

DONATEURS (2).

	fr.
COMPAGNIE DES CHEMINS DE FER DU MIDI (**Baron d'EICHTHAL**)	2000

(1) *Membres honoraires décédés :*

MM. A. Becquerel.	1874-78.
V. Regnault.	1876-78.
Secchi.	1876-78.
Billet.	1876-82.
Plateau.	1880-83.
Jamin.	1882-86.
Edlund.	1884-88.
Broch.	1878-89.
Joule.	1878-89.
Hirn.	1890-90.
Ed. Becquerel.	1882-91.
Fizeau.	1873-96.
Bertrand.	1890-1900.
Rowland.	1893-1901.
Cornu.	1895-1902.
Stokes.	1878-1902.
Potier.	1902-1905.

Extrait des Statuts : Art. IV. — Le titre de Membre honoraire est conféré comme un hommage et une distinction particulière à des physiciens éminents de la France et de l'Étranger.

Les Membres honoraires ont voix délibérative dans les séances de la Société et du Conseil. Ils sont nommés par la Société à la majorité des voix, sur la présentation du Conseil.

Il ne peut en être nommé plus de deux chaque année.

Leur nombre est de dix au plus.

(2) Les noms des personnes qui auront donné à la Société une somme supérieure ou égale à 500 francs resteront inscrits, avec le chiffre de la donation, immédiatement après les Membres honoraires, et avant les Membres à vie, sous le titre de Donateurs. Les Membres à vie pourront acquérir ce titre en ajoutant une somme de 300 francs à leur souscription perpétuelle. (Décision du Conseil du 1er décembre 1891.)

COMPAGNIE DES SALINS DU MIDI 1000fr

MM. **GUÉBHARD**, Agrégé des Facultés de Médecine (pour l'amélioration de la Bibliothèque) 10000

ANONYME (pour aider à la publication du volume des *Constantes*) 5000

JENNESSON, Principal de Collège (Legs) 500

ANONYME (Solde des comptes de la Société chez MM. Gauthier-Villars et fils) 5547,50

BISCHOFFSHEIM, Membre de l'Institut 1500

SAUTTER et **LEMONNIER**, Une machine dynamo.

JEUNET, Ancien Professeur au Lycée d'Angoulême 500

ROTHSCHILD (**Baron Edmond de**) 300

CANET 300

MARTIN (**Ch.**), de Chartres (Legs) 1000

ANONYME (pour la publication du tome I des *Données numériques*) 11000

ANONYME (pour la publication du tome II des *Données numériques*) 9600

GAUTHIER-VILLARS (pour la publication du tome I des *Données numériques*) 850,25

GAUTHIER-VILLARS (pour la publication du tome II des *Données numériques*) 734,25

COPPET (**de**) (pour la publication des *Données numériques*). 1000

ANONYME (pour aider à la publication du tome III des *Données numériques*) 6000

ANONYME (pour aider à la publication des Mémoires). 5000

ANONYME (pour missions scientifiques) 2000

NOGUÉ (**Émile**) 300

ROMILLY (**Félix Worms de**) 150000

GUÉBHARD (6 dons annuels de 300fr) 1800

ANONYME 500

DROITS D'AUTEUR de la traduction allemande du *Recueil d'expériences*, de M. Abraham 367,80

MEMBRES A VIE (1).

MM. * D'Abbadie, Membre de l'Institut.

Abraham (Henri), Maître de Conférences à l'École Normale Supérieure, 45, rue d'Ulm, Paris, 5e.

* Abria, Professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

---

(1) Les Membres résidants ou non résidants sont libérés de toute cotisation moyennant un versement unique de 200 francs ou quatre versements de 50 francs pendant quatre années consécutives. Les sommes versées pour rachat des cotisations sont placées en valeurs garanties par l'État, et leur revenu seul peut être employé aux besoins de la Société. (Statuts, art. 3, dernier paragraphe.)

* Membres décédés.

MM. * D'Almeida, Inspecteur général de l'Instruction publique, Secrétaire général de la Société.

* Alvergniat, Constructeur d'instruments de physique.

Amagat (E.-H.), Membre de l'Institut, Examinateur d'admission à l'École Polytechnique, 19, avenue d'Orléans, Paris, 14e.

Ancel (Louis), Ingénieur des Arts et Manufactures, 13, rue Brochant, Paris, 17e.

Angot, Directeur du Bureau central météorologique, Professeur à l'Institut National Agronomique, 176, rue de l'Université, Paris, 7e.

Arnoux (René), Ingénieur civil, 45, rue du Ranelagh, Paris, 16e.

Arsonval (Dr d'), Membre de l'Institut, professeur au Collège de France, 12, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

Aubert, Professeur au Lycée Condorcet, 13, rue Bernoulli, Paris, 8e.

Babinski, Ingénieur civil des Mines, 170 *bis*, boulevard Haussmann, Paris, 8e.

Badonnel (Marie-Gabriel-Victor), Professeur au Lycée, 2, square Castan, à Besançon (Doubs).

Baille, Répétitr à l'École Polytechnique, 26, rue Oberkampf, Paris, 10e.

* Bandsept (Albert), Ingénieur.

Bardy (Charles), Directeur honoraire du service scientifique de Contributions indirectes, 30, rue de Miromesnil, Paris, 8e.

* Baron, ancien Directeur à l'Administration des Postes et des Télégraphes.

Bassée (Jules-Charles), Constructeur d'instruments de Physique, 4, avenue de la Dame-Blanche, à Fontenay-sous-Bois (Seine).

Baume-Pluvinel (comte de la), 7, rue de la Baume, Paris, 7e.

Becker, Préparateur de Physique au Collège Rollin, avenue Trudaine, Paris, 9e.

Béclère (Dr Antoine), Médecin de l'Hôpital Saint-Antoine, 122, rue La Boëtie, Paris, 8e.

Becquerel (Henri), Membre de l'Institut, 6, rue Dumont-d'Urville, Paris, 16e.

Becquerel (Jean), Ingénieur des Ponts et Chaussées, Assistant au Muséum, 15, boulevard Saint-Germain, Paris, 5e.

Benoit (René), Correspondant de l'Institut, Directeur du Bureau international des Poids et Mesures, au Pavillon de Breteuil, à Sèvres (Seine-et-Oise).

Berger (Dr Émile). Membre correspondant des Académies royales de Médecine de Belgique et de Madrid, 3, rue Anatole de la Forge, Paris, 7e.

Bertin, Membre de l'Institut, Directeur du Génie maritime du cadre de réserve, 8, rue Garancière, Paris, 6e.

* Bienaymé, Inspecteur général du Génie maritime en retraite.

* Bischoffsheim (Raphaël-Louis), Membre de l'Institut.

Bjerknes (Wilhelm), chargé de Cours à l'Université de Stockholm (Suède).

MM. * Blavier, Inspecteur général des Télégraphes, Directeur de l'École supérieure de Télégraphie.

Bloch (Eugène), Agrégé, Docteur ès sciences, 18, rue de l'Odéon, Paris, 6e.

Bloch (Salvador), Professeur au Lycée Saint-Louis, 14, rue de l'Estrapade, Paris, 5e.

Blondel, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Professeur à l'École des Ponts et Chaussées, 41, avenue de La Bourdonnais, Paris, 7e.

Blondin, Professeur au Collège Rollin, 171, rue du Faubourg-Poissonnière, Paris, 9e.

Blondlot, Correspondant de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, 8, quai Claude-le-Lorrain, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

Boberil (le Vicomte Roger du), château de la Clase, à Nantes (Loire-Inférieure).

Boitel, Professeur au Lycée Lakanal, 4, rue Houdan, à Sceaux (Seine).

Boizard, Agrégé préparateur à la Faculté des Sciences, 21, rue Cail, Paris, 10e.

Bordé (Paul), Ingénieur-opticien, 29, boulevard Haussmann, Paris, 9e.

Bordet (Lucien), ancien élève de l'École Polytechnique, ancien Inspecteur des Finances, Administrateur de la Cie des forges de Châtillon et de Commentry, 181, boulevard Saint-Germain, Paris, 7e.

Boulanger (Julien), Lieutenant-Colonel du Génie, Directeur des Services du Matériel du Génie, 5, rue Rosa-Bonheur, Paris, 15e.

Bourgarel (Paul), Professeur au Lycée Carnot, 145, boulevard Malesherbes, Paris, 17e.

Bourgeois (Léon), Dr ès sciences, Répétiteur à l'École Polytechnique, 1, boulevard Henri-IV, Paris, 4e.

Bouty, Professeur à la Faculté des Sciences, 5, rue du faubourg Saint-Jacques, Paris, 14e.

Branly (Dr E.), Professeur à l'École libre des Hautes-Études scientifiques et littéraires, 21, avenue de Tourville, Paris, 7e.

* Breguet (Antoine), Ancien élève de l'École Polytechnique.

Brewer, Constructeur d'instruments pour les Sciences, 76, boulevard Saint-Germain, Paris, 5e.

Brillouin, Professeur au Collège de France, 31, boulevard de Port-Royal, Paris, 13e.

* Brion, Professeur au Lycée Saint-Louis.

* Brisse (Ch.), Professeur à l'École Centrale des Arts et Manufactures, Répétiteur à l'École Polytechnique.

Broca (Dr André), Répétiteur à l'École Polytechnique, Professeur agrégé à la Faculté de Médecine, 7, cité Vaneau, Paris, 7e.

Brunhes (Bernard), Professeur à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand, Directeur de l'Observatoire du Puy-de-Dôme.

Brylinski (Émile), Sous-Directeur du *Triphasé*, 5, avenue Teissonnière, à Asnières (Seine).

* Buchin, Ingénieur électricien.

MM. Buisson, Professeur adjoint à la Faculté des Sciences de Marseille (Bouches-du-Rhône).

* Cabanellas, Ingénieur électricien.

* Cadot, Professeur au Lycée Carnot.

Cailho, Ingénieur des Télégraphes, 111, rue Mozart, Paris, 16e.

Canet, Directeur de l'Artillerie de MM. Schneider et Cie, Ancien Président de la Société des Ingénieurs civils, 87, avenue Henri-Martin, Paris, 16e.

Carimey, Professeur au Lycée Saint-Louis, 63, rue Claude-Bernard, Paris, 6e.

Carpentier (Jules), Ingénieur-Constructeur, Membre du Bureau des Longitudes, 34, rue du Luxembourg, Paris, 6e.

Carvallo, Examinateur des élèves à l'Ecole Polytechnique, 1, rue de Clovis, Paris, 5e.

Caspari, Ingénieur hydrographe de la Marine, 30, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

* Cauro (Joseph), Docteur ès sciences, Ancien Élève de l'École Polytechnique.

Chabaud (Victor), Constructeur d'instruments de Physique, 58, rue Monsieur-le Prince, Paris, 6e.

Chairy, Professeur au Lycée Janson-de-Sailly, 60, rue du Ranelagh, Paris, 6e.

Chancel (Félix), Ingénieur des Arts et Manufactures, 34, rue Saint-Jacques, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

Chardonnet (Comte de), 22, rue de l'Arcade, Paris.

* Chautard, Doyen honoraire de la Faculté libre des Sciences de Lille.

Chauveau, ancien Élève de l'École normale supérieure, Météorologiste adjoint au Bureau central, 51, rue de Lille, Paris, 7e.

Chauvin (Raphaël), Ingénieur électricien, 186, rue Championnet, Paris, 18e.

Chaves (Antonio-Ribeiro), 116, rua do Ouvidor, à Rio de Janerio (Brésil).

* Chervet, Professeur au Lycée Saint-Louis.

Claverie, Censeur au Lycée Condorcet, 65, rue Caumartin, Paris, 9e.

Clément (Louis), 18, rue Louis-le-Grand, Paris, 2e.

Colardeau (Emmanuel), Professeur au Collège Rollin, 13, rue de Navarin, Paris, 9e.

Colin (Th.), Professeur au Lycée Louis-le-Grand, 6, rue Victor-Considérant, Paris, 14e.

Compagnie des chemins de fer du Midi, 54, boulevard Haussmann, Paris, 9e.

Compagnie des Salins du Midi, 84, rue de la Victoire, Paris, 9e.

* Contal, Préparateur de Physique au Collège Rollin.

Coppet (de), villa de Coppet, rue Magnan, à Nice (Alpes-Maritimes).

* Cornu (A.), Membre de l'Institut, Professeur à l'École Polytechnique.

MM. Cotton (A.), Maître de Conférences à l'École Normale supérieure, 49, rue Saint-André-des-Arts, Paris, 6e.

Courtois (l'abbé F.), Missionnaire, Église Saint-Joseph, à Chang-Haï (Chine).

Crémieu (Victor), Dr ès Sciences, Préparateur à la Faculté des Sciences, 6, rue d'Ulm, Paris, 5e.

Culmann (Paul), Docteur ès sciences, 28, rue Vauquelin, Paris, 5e.

Curie (Mme Sklodowska), Chargé de Cours à la Faculté des Sciences, 108, boulevard Kellermann, Paris, 13e.

* Curie (Pierre), Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences.

Dambier, Professeur au Collège Stanislas, 44, rue de Fleurus, Paris, 6e.

Defforges (Général G.), commandant la 78e Brigade. Villa Saint-Michel, à Toul (Meurthe-et-Moselle).

Delebecque, Ingénieur des Ponts et Chaussées, 36, boulevard des Tranchées, à Genève (Suisse).

Delvalez (G.), Professeur au Lycée Condorcet, 16, avenue Ledru-Rollin, Paris, 12e.

Diot, Professeur au Lycée Condorcet, 72, rue Nollet, Paris, 17e.

* Dollfus (Eugène), Chimiste, fabr. d'indiennes, à Mulhouse (Alsace).

Dongier, Docteur ès Sciences, Sous-Directeur du Laboratoire de Physique (Enseignement) de la Faculté des Sciences, 87 *bis*, Grande Rue, à Bourg-la-Reine (Seine).

Drouin (Félix), Ingénieur, 1 *bis*, avenue de Longchamps, à Boulogne-sur-Seine (Seine).

Dubois (René), Professeur à l'École Turgot, 23, rue des Fossés-Saint-Jacques, Paris, 5e.

* Duboscq (Jules), Constructeur d'instruments de Physique.

* Duclaux, Membre de l'Institut, Directeur de l'Institut Pasteur.

Duclaux (Jacques), Docteur ès Sciences, Préparateur à l'Institut Pasteur, rue Dutot, Paris, 15e.

Duclos, ancien Directr d'École normale à Cérisols, par Fabut (Ariège).

Duddell (W.), Ingénieur, 47, Hans-Place, London S. W. (Angleterre).

* Dufet (H.), Maître de Conférences à l'École Normale supérieure, Professeur au Lycée Saint-Louis.

Dufour (A.), Agrégé, Préparateur de Physique à l'École Normale supérieure. 45, rue d'Ulm, Paris, 5e.

Dumoulin-Froment, Constructeur d'instruments de précision, 85, rue Notre-Dame-des-Champs, Paris, 6e.

Durand, Préparateur à la Faculté des Sciences, 50, rue Monge. Paris, 5e.

Dybowski, Professeur au Lycée Louis-le-Grand, 16, rue Rottembourg, Paris, 12e.

Engel, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures, à Châtillon-sous-Bagneux (Seine).

Faivre-Dupaigre, Inspecteur d'Académie, 95, boul. St-Michel, Paris, 5e.

MM. Favé, Ingénieur hydrographe en chef de la Marine, 1, rue de Lille, Paris, 7e.

* Fernet, Inspecteur général honoraire de l'Instruction publique.

Fontaine (Hippolyte), Ingénieur électricien, 58, rue Notre-Dame-des-Champs, Paris, 6e.

Fortin (Charles), 59, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

Foussereau, Docteur ès sciences, 5, place de Jussieu, Paris, 5e.

Foveau de Courmelles (Dr), 26, rue de Châteaudun, Paris, 9e.

Fredet (Henri), Industriel, à Brignoud (Isère).

* Friedel, Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris.

Galimard, Industriel, à Flavigny-sur-l'Ozerain (Côte-d'Or).

Gall (Henry), Directeur de la Société d'Électrochimie, 5, rue Albert-Joly, à Versailles (Seine-et-Oise).

Gariel (C.-M.), Membre de l'Académie de Médecine, Professeur à la Faculté de Médecine, 6, rue Édouard-Detaille, Paris, 17e.

Gascard (A.), Professeur à l'École de Médecine, Pharmacien des hôpitaux, 33, boulevard Saint-Hilaire, à Rouen (Seine-Inférieure).

Gaumont (L.), Directeur du Comptoir général de Photographie, 57, rue Saint-Roch, Paris, 1er.

* Gauthier-Villars, Libraire-Éditeur.

Gay (Jules), Examinateur honoraire à l'École Militaire de Saint-Cyr, 17, rue Beauveau, à Versailles (Seine-et-Oise).

Gayon, Correspondant de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, Directeur de la Station agronomique, 7, rue Dufour-Dubergier, à Bordeaux (Gironde).

Gernez (Désiré), Membre de l'Institut, Maître de Conférences honoraire de l'École Normale supérieure, 80, rue d'Assas, Paris, 6e.

Gibert (Eugène-Louis-Marie), Chef d'escadron d'Artillerie coloniale, 9 *bis*, rue Baudin, à Rochefort (Charente-Inférieure).

Gibert, Professeur de Physique à l'École Colbert, 146, boulevard Magenta, Paris, 10e.

Godard (Léon), Docteur ès sciences, 28, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

Godefroy (l'abbé), ancien Professeur de Chimie à l'Institut catholique.

Godron (H.), Ingénieur des Ponts et Chaussées, 52, quai du Mont-Riboudet, à Rouen (Seine-Inférieure).

Goisot (G.), Ingénieur, 10, rue Bélidor, Paris, 17e.

Goloubitzky, Collaborateur de la Société des Amis des Sciences de Moscou, à Kalouga Faroussa (Russie).

* Gotendorf (Silvanus).

Gouré de Villemontée, Docteur ès Sciences, Professeur au Lycée Buffon, 31, rue de Poissy, Paris, 5e.

Gramont (Arnaud de), Docteur ès sciences, 179, rue de l'Université, Paris, 7e.

Gray (Robert Kaye), Ingénieur électricien de l'India-Rubber, Gutta-percha and Telegraph Works Co limited, à Londres (Angleterre).

MM. Grosseteste (William), Ingénieur, 67, avenue Malakoff, Paris, 16e.

Grouvelle, Ingénieur, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures, 18, avenue de l'Observatoire, Paris, 6e.

Guébhard (Dr Ad.), Agrégé des Facultés de Médecine, à Saint-Vallier-de-Thiey (Alpes-Maritimes), et 4, rue de l'Abbé-de-l'Épée, Paris, 5e.

Guillet, Secrétaire de la Faculté des Sciences, 158, rue Saint-Jacques, Paris, 5e.

Hadamard (Jacques), Professeur-adjoint à la Faculté des Sciences, 25, rue de Humboldt, Paris.

Hamy (Maurice), Astronome titulaire à l'Observatoire, 16, rue de Bagneux, Paris, 6e.

Hemptinne (Alexandre de), 56, rue de la Vallée, à Gand (Belgique).

Henry (Alfred), Ingénieur de la Raffinerie A. Sommier et Cie, 145, rue de Flandre, à Paris.

Huet (Ernest), Docteur en Médecine, 21, rue Jacob, Paris, 6e.

* Hugo (comte Léopold).

Husson (Léon), Contrôleur du câble télégraphique, à Haïphong (Tonkin).

Infreville (Georges d'), Électricien de la *Western Union Telegraph*, Expert de la *National Bell Telephone Co*, 110, Liberty Street, New-York (États-Unis).

Jacobs (Fernand), Président de la Société Belge d'Astronomie, 21, rue des Chevaliers, à Bruxelles (Belgique).

* Jamin, Membre de l'Institut.

Janet (Paul), Chargé de Cours à la Faculté des Sciences, Directeur du Laboratoire central et de l'École supérieure d'Électricité, 6, rue du Four, Paris, 6e.

* Javal, Membre de l'Académie de Médecine.

Javal (Jean), Membre du Conseil général de l'Yonne, 45, rue de Boulainvilliers, Paris, 16e.

Javaux (Émile), Administrateur-Directeur de la Société *Gramme*, 20, rue d'Hautpoul, Paris, 19e.

* Jennesson, ancien Principal.

Jénot, Professeur honoraire au Collège Rollin, 17, rue Caulincourt, Paris, 18e.

* Jeunet, Professeur honoraire.

Jobin (A.), ancien Élève de l'École Polytechnique, successeur de M. Laurent, 21, rue de l'Odéon, Paris, 6e.

* Joly, Professeur adjoint à la Faculté des Sciences de Paris.

Joubert, Inspecteur général de l'Instruction publique, 67, rue Violet, Paris, 15e.

* Kerangué (Yves de), Capitaine en retraite.

* Kerchove (Van den), Sénateur, Gand (Belgique).

Knoll, Préparateur de Physique au Lycée Louis-le-Grand, Paris, 5e.

Kœchlin (Horace), Chimiste, 19, avenue du Mont-Riboudet, à Rouen (Seine-Inférieure).

MM. Korda (Désiré), Ingénieur, Administrateur de la Société française d'électricité A. E. G., 15, rue Ambroise-Thomas, Paris, 9e.

Korolkoff (Alexis), Lieutenant-Colonel d'Artillerie russe, Professeur de Physique à l'Académie d'Artillerie de Saint-Pétersbourg (Russie).

Krouchkoll, Docteur ès sciences et Docteur en médecine, Chef des Travaux pratiques de Physique à la Faculté des Sciences, 150, avenue Wagram, Paris, 17e.

Lacour, Ingénieur civil des Mines, 60, rue Ampère, Paris, 17e.

Lallemand (Charles), Ingénieur en chef des Mines. Directeur du nivellement général de la France, 66, boul. Émile-Augier, Paris, 16e.

Lapresté, Professeur au Lycée Buffon, 7, rue Charlet, Paris, 15e.

Laurent (Léon), ancien constructeur d'instruments d'optique, 21, rue de l'Odéon, Paris, 5e.

Laviéville (Augustin), Inspecteur honoraire de l'Académie de Paris, 3, rue Legoff, Paris, 5e.

Le Bel, ancien Président de la Société chimique, 250, rue Saint-Jacques, Paris, 5e.

Leblanc (Maurice), ancien Élève de l'École Polytechnique, villa Montmorency, 1, avenue de Bouflers, Paris, 16e.

* Lechat, Professeur honoraire du Lycée Louis-le-Grand.

Le Chatelier (André), Ingénieur en chef de la Marine, 331, rue Paradis, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

Le Chatelier (Henry), Ingénieur des Mines, Professeur au Collège de France et à l'École des Mines, 73, rue Notre-Dame-des-Champs, Paris, 6e.

Le Chatelier (Louis), Ingénieur des Ponts et Chaussées, 4, rue Bara, Paris, 5e.

* Le Cordier (Paul), Chargé de Cours à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).

Leduc (A.), Maître de Conférences à la Faculté des Sciences, 84, boulevard Saint-Michel.

Lefebvre (Pierre), Professeur au Lycée, 67, boulevard Faidherbe, à Douai (Nord).

Lemoine (E.), ancien Élève de l'École Polytechnique, Chef honoraire du Service de la vérification du Gaz, 4, boulevard de Vaugirard, Paris, 15e.

* Lemonnier, ancien Élève de l'Ecole Polytechnique.

* Lemström (Selim), Professeur émérite de l'Université de Helsingfors (Finlande).

Lequeux, Ingénieur des Arts et Manufactures, 64, rue Gay-Lussac, Paris, 2e.

Leroy, Professeur au Lycée Michelet, 245, boulevard Raspail, Paris, 14e.

* Lespiault, Professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux (Gironde).

* Létang (Paul), Ingénieur électricien.

Létang (Dr Marc), à l'Essart, par Poitiers (Vienne).

MM. Leuillieux (Dr), Médecin de la Cie des Chemins de fer de l'Ouest, à Coulie (Sarthe).

Levesque (Lieutenant), Section de Géodésie du Service géographique de l'Armée, 140, rue de Grenelle, Paris, 7e.

Limb, Docteur ès sciences, Ingénieur, Conseil de la Maison Gindre frères et Cie de Lyon, 11, quai de l'Archevêché, à Lyon.

Lippmann, Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, 10, rue de l'Éperon, Paris, 5e.

Louvet (Édouard), Élève libre à l'École des Mines, 49, rue de Vaugirard, Paris, 6e.

Lyon (Gustave), Ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur civil des Mines, 24 *bis*, rue Rochechouart, Paris, 9e.

* Macé de Lépinay, Professeur à la Faculté des Sciences de Marseille (Bouches-du-Rhône).

Mach (Dr E.), Professeur de Physique à l'Université de Vienne (Autriche).

Macquet (Auguste), Ingénieur au corps des Mines, Professeur à l'Ecole des Mines du Hainaut, à Mons (Belgique).

Malassez, Préparateur à la Faculté des Sciences, 166, boulevard Saint-Germain, Paris, 7e.

* Mallard, Membre de l'Institut, Inspecteur général des Mines. Professeur de Minéralogie à l'École des Mines.

Maneuvrier, Directeur adjoint du Laboratoire des Recherches (Physique) à la Sorbonne, Paris, 5e.

Marie, Préparateur de Physique au Lycée Charlemagne, 5, rue Basse-des-Carmes, Paris, 4e.

* Martin (Ch.) de Chartres.

Mascart, Membre de l'Institut, Professeur au Collège de France, 16, rue Christophe-Colomb, Paris, 8e.

Massin, Ingénieur des Télégraphes, 61, rue de Vaugirard, Paris, 6e.

* Masson (G.), Libraire-Éditeur.

Maurain, Professeur à la Faculté des Sciences de Caen (Calvados).

* Maurat, Professeur honoraire du Lycée Saint-Louis.

Menier (Henry), 8, rue de Vigny, Paris, 8e.

Meslin (G.), Professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier (Hérault).

Mesnager (Augustin), Ingénieur des Ponts et Chaussées, Ingénieur des canaux de la Ville de Paris, 182, rue de Rivoli, Paris, 1er.

Mestre, Ingénieur à la Cie des Chemins de fer de l'Est, 168, rue Lafayette, Paris, 10e.

Métral (Pierre), Agrégé des Sciences Physiques, Professeur à l'École Colbert, 239 *bis*, rue Lafayette, Paris, 10e.

* Meyer (Bernard), Ingénieur des Télégraphes.

Michel (Auguste), Ingénieur civil, 10, boulevard Victor-Hugo, à Saint-Germain-en-Laye (Seine-et-Oise).

Molteni (A.), 15, rue Origet, à Tours (Indre-et-Loire).

MM. * Moncel (Comte du), Membre de l'Institut.

Montefiore (Lévi), Sénateur, Ingénieur, Fondateur de l'Institut électrotechnique, à Liége (Belgique).

Morize (Henri), Ingénieur civil, Docteur ès sciences, Professeur de physique à l'École Polytechnique, rua Princeza Impérial, n° 20, Antiago, à Rio-de-Janeiro (Brésil).

Moser (Dr James), Privat-Docent à l'Université, VIII/1, Laudon-gasse, 25, à Vienne (Autriche).

Muirhead (Dr Alexandre F. C. S.), 3, Elm Court. Temple E. C., Londres (Angleterre).

Nagaoka (H.), Docteur ès sciences, Professeur de Physique à l'Université de Tokio (Japon).

Nerville (de), Ingénieur des Télégraphes, 59, rue de Ponthieu, Paris, 8e.

Nodon (Albert), Ingénieur-Conseil, 12, rue de Moulis, à Bordeaux (Gironde).

* Noguè (Émile), de la Maison Pellin-Duboscq.

* Niaudet, Ingénieur civil.

Ogier (Jules), Membre du Comité consultatif d'Hygiène publique, Chef du Laboratoire de Toxicologie à la Préfecture de police, 7, cité Vaneau, Paris, 7e.

Ollivier (A.), Ingénieur civil, 3, rue Littré, Paris, 6e.

Oumoff (Nicolas), Professeur de Physique à l'Université de Moscou (Russie).

Palmade, Professeur au Lycée de Montpellier (Hérault).

Palmade (F.), Chef de Bataillon du Génie, Chef du Génie, à Bourges (Cher).

Patte (Lucien), Professeur au Lycée, 32, avenue Alsace-Lorraine, à Grenoble (Isère).

Paulidès (Démosthènes), Docteur en Médecine.

Pellat (H.), Professeur à la Faculté des Sciences, 23, avenue de l'Observatoire, Paris, 6e.

Pérard (L.), Professeur à l'Université, 101, rue Saint-Esprit, Liége (Belgique).

* Pérot, Dessinateur et Graveur.

Pérot (Alfred), Professeur honoraire de la Faculté des Sciences de Marseille, Directeur du Laboratoire d'Essai au Conservatoire national des Arts et Métiers, 292, rue Saint-Martin, Paris, 3e.

Perreau, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Nancy (Meurthe-et-Moselle).

Perrier (Capitaine), État-Major de l'Armée, Service géographique, 140, rue de Grenelle, Paris, 7e.

Perrin (Jean), Chargé de Cours à la Faculté des Sciences, 106, boulevard Kellermann, Paris, 13e.

Picou (R.-V.), Ingénieur des Arts et Manufactures, 47, rue Saint-Ferdinand, Paris, 17e.

MM. Piltschikoff (Nicolas), Professeur à l'Université d'Odessa (Russie).
Poincaré (A.), Inspecteur général des Ponts et Chaussées en retraite, 10, rue de Babylone, Paris, 7e.
Poincaré (Lucien), Inspecteur général de l'Instruction publique, 130, rue de Rennes, Paris, 6e.
Pollard (Jules), Directeur du Génie maritime, Directeur de l'Établissement d'Indret, par Basse-Indre (Loire-Inférieure).
Popp (Victor), ancien Administrateur-Directeur de la Compagnie des horloges pneumatiques, 21, place de la Madeleine, Paris, 8e.
Porter (B.-Albert), Consultant and Importer, 1024 Lake Shore Drive, Evanston, Illinois (États-Unis).
* Potier, Membre de l'Institut, Ingénieur en chef des Mines.
Poussin (Alexandre), Ingénieur, 7, rue de l'Équitation, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
Prieur (Albert), Industriel, 76, boulevard Malesherbes, Paris, 6e.
Pupin, Docteur en Médecine, 27, quai de la Tournelle, Paris, 5e.
Puyfontaine (Comte de), 34, avenue Friedland, Paris, 8e.
* Raffard (N.-J.), Ingénieur.
Raveau (C.), Physicien au Laboratoire d'Essais du Conservatoire national des Arts et Métiers, 61, boulevard Sébastopol, Paris, 7e.
Raymond, Ingénieur principal des Messageries maritimes à la Ciotat (Bouches-du-Rhône).
* Raynaud, Directeur de l'École supérieure de Télégraphie.
Renault (Albert), Chimiste, 13, rue Paul-Louis Courier, Paris, 7e.
Ribière (Charles), Ingénieur des Ponts et Chaussées (Service des phares), 13, rue de Siam, Paris, 16e.
* Rigout (A.), Docteur en Médecine.
* Rilliet, Professeur à l'Université de Genève (Suisse).
Rivière (Charles), Professeur au Lycée Saint-Louis, 30, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.
Rodde (Ferd.), 18, rue Bervic, Paris, 18e.
Rodde (Léon), rua do Ouvidor, 107, à Rio de Janeiro (Brésil).
Rodocanachi (Emmanuel), 54, rue de Lisbonne, Paris, 8e.
* Roger, Chef d'institution honoraire.
* Romilly (Félix Worms de), ancien Président de la Société française de Physique.
Romilly (Paul Worms de), Ingénieur en chef des Mines, 7, rue Balzac, Paris, 8e.
Rothschild (baron Edmond de), 41, rue du Faubourg-Saint-Honoré, Paris, 8e.
Rozier (F.), Docteur en Médecine, 12, rue de Buci, Paris, 6e.
Sagnac (G.), Chargé des cours à la Faculté des Sciences, 4, rue Boissonnade, Paris, 14e.
Sainte-Claire Deville (Émile), Ingénieur à la Compagnie du gaz, 12, rue Alphonse-de-Neuville, Paris, 17e.
* Sainte-Claire Deville (Henri), Membre de l'Institut.

MM. Sainte-Claire Deville (Henri), ancien Directeur des Manufactures de l'État, Administrateur délégué de la Société anonyme des anciennes salines domaniales de l'Est, 95, rue de Courcelles, Paris, 17e.

Saintignon (F. de), Maître de Forges à Longwy (Meurthe-et-Moselle).

* Salet, Maître de conférences à la Faculté des Sciences.

Sarran (E.), Professeur au Lycée, 20, cours Pasteur, à Bordeaux (Gironde).

* Schwedoff, Professeur à l'Université d'Odessa (Russie).

Sebert (le Général), Membre de l'Institut, Administrateur des Forges et Chantiers de la Méditerranée, 14, rue Brémontier, Paris, 17e.

Seligmann-Lui, Directeur-Ingénieur des Télégraphes, 78, rue Mozart, Paris, 16e.

Sentis, Professeur au Lycée, 17, boul. de Bonne, à Grenoble (Isère).

Serpollet, Ingénieur, 9, rue de Stendhal, Paris, 20e.

Siegler (Jean), ingénieur des Mines, 14, rue Gambetta, à Saint-Étienne (Loire).

Solvay (Ernest), Industriel, 43, rue des Champs-Élysées, à Bruxelles (Belgique).

Sparre (le comte Magnus-Louis-Marie de), Doyen de la Faculté catholique des Sciences, 7, avenue de l'Archevêché, à Lyon (Rhône).

* Spottiswoode (W.), Président de la Société royale de Londres (Angleterre).

* Strauss, Colonel Directeur du Génie.

Street (Charles), Ingénieur des Arts et Manufactures, 13, rue Legendre, Paris, 17e.

Teploff, Colonel du Génie impérial russe, rue Vladimirskaïa, 15, Maison Friederichs, Saint-Pétersbourg (Russie).

Termier, Ingénieur en chef des Mines, Professeur à l'École nationale des Mines, 164, rue de Vaugirard, Paris, 15e.

* Terquem, Professeur à la Faculté des Sciences de Lille.

Thélier (Marcel), 9, avenue de Messine, Paris, 8e.

* Thollon, Physicien à l'Observatoire de Nice.

Thomas, Professeur à l'École supérieure des Sciences d'Alger (Algérie).

Thouvenel, Professeur au Lycée Charlemagne, 19, boulevard Morland, Paris, 4e.

Tombeck, Docteur ès sciences, 23, avenue de Versailles, à Choisy-le-Roi (Seine).

Touanne (G. de la), Ingénieur des Télégraphes, 80, rue Bonaparte, Paris, 6e.

Troost, Membre de l'Institut, 84, rue Bonaparte, Paris, 6e.

Tuleu, Ingénieur, 58, rue Hauteville, Paris, 10e.

Ullmann (Jacques), Constructeur électricien, 16, boulevard Saint-Denis, Paris, 10e.

Vagniez (Edouard), à Amiens (Somme).

* Vaschy, Ingénieur des Télégraphes, Répétiteur à l'École Polytechnique.

MM. VAUTIER (Théodore), Professeur adjoint de Physique à la Faculté des Sciences, 30, quai Saint-Antoine, à Lyon (Rhône).

* VERRIER (J.-F.-G.).

VILLARD (P.), Docteur ès sciences, 45, rue d'Ulm, Paris, 5e.

VILLIERS (Antoine), Professeur à l'École de Pharmacie, 30, avenue de l'Observatoire, Paris. 14e.

VINCENT (G.), Professeur au Lycée Saint-Louis, 26, rue de Staël, Paris, 15e.

VIOLLE, Membre de l'Institut, Professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, 89, boulevard Saint-Michel, Paris, 5e.

WALCKENAER, Ingénieur en chef des Mines, Professeur à l'École des Mines, 218, boulevard Saint-Germain, Paris, 7e.

WALLON (E.), Professeur au Lycée Janson-de-Sailly, 65, rue de Prony, Paris, 17e.

* WARREN DE LA RUE, Correspondant de l'Institut.

WEISS (Dr Georges), Ingénieur des Ponts et Chaussées, Professeur agrégé de Physique à la Faculté de Médecine, 20, avenue Jules-Janin, Paris, 16e.

WEISS (Pierre), Professeur à l'École Polytechnique de Physique de Zurich (Suisse).

WERLEIN (Ivan), Constructeur d'instruments d'Optique, à Arcueil (Seine).

WEYHER, Ingénieur, Administrateur-Directeur de la Société centrale de Construction de machines, 36, rue Ampère, Paris, 17e.

WILLOT (A.), Licencié ès Sciences, Château de Gemert, par Helmond, Brabant septentrional (Hollande).

WUILLEUMIER (H.), Docteur ès Sciences, 20 *bis*, rue Chaptal, Paris, 9e.

* WUNSCHENDORFF, Ingénr-Administr des Postes et des Télégraphes.

WYROUBOFF, Professeur au Collège de France, 20, rue Lacépède. Paris, 5e.

BAILLAUD (Jules), Astronome adjoint à l'Observatoire, 148, boulevard du Montparnasse, Paris, 14e.

BAUER (Edmond), 9, avenue d'Eylau, Paris, 16e.

BILLARD (Manuel-Jacques-Camille), Professeur au Lycée Charlemagne, 10, boulevard Saint-Marcel, Paris, 5e.

BOSLER (Jean), ancien Élève de l'École Polytechnique, Licencié ès Sciences, 5, rue du Faubourg-Saint-Jacques. Paris, 14e.

DEVAUX-CHARBONNEL, Ingénieur des Télégraphes, 286, boulevard Raspail. Paris, 14e.

DOUMER (Dr), Professeur à la Faculté de Médecine de Lille (Nord).

GATES (Mlle Fanny-Cook), Associate Professor of Physics the Woman's College, à Baltimore Md (États-Unis).

MM. Gehrke (Ernst), Dr Phil. Privat docent a. d. Universitat, Technischen Hülfsarbeiter a. d. Physikalische Technischen Reichsansalt, Hornstrasse, 13, Berlin S. N. (Allemagne).

Gérard (Anatole), Ingénieur électricien, 16, rue des Grandes-Carrières, Paris, 18e.

Ginsberg (Alexandre), Collaborateur scientifique de la maison Krauss.

Granqvist (Per-Gustav-David), Profr à l'Université d'Upsal (Suède),

Icole (Léon), professeur au Lycée de Douai (Nord).

Judic (Georges), Ingénieur électricien, 26, rue de Tourlaque, Paris, 18e.

Kucera (Bohumil), Dr Phil., Professeur-adjoint à l'Université tchèque, Laboratoire de Physique, à Prague (Autriche).

Lafay (A.), Capitaine, Professeur à l'École Polytechnique, 98, rue d'Arcueil, à Malakoff (Seine).

Lampa (A.), Professeur à l'Université, Rieglergasse, 5, à Vienne XVIII (Autriche).

Lefebvre (Léon), Ingénieur des Arts et Manufactures, 30, boulevard Beaumarchais, Paris, 11e.

Lugol (Paul), Professeur au Lycée Saint-Louis, 6, rue Toullier, Paris, 5e.

Massoulier, Professeur au Lycée Henri-IV, 97, villa Brune, Paris, 14e.

Mathieu (Maurice-Julien), Ingénieur des Arts et Manufactures, 1 *bis*, rue Riboutté, Paris, 9e.

More (Louis Tranchard), Ph. D., Professeur de Physique à l'Université de Cincinnati, à Cincinnati (Ohio), U. S. A.

Moulin, Attaché au laboratoire de Physique du Collège de France, 6, rue Chevreul, Paris, 11e.

Mouton (Henri), Docteur ès Sciences, Attaché à l'Institut Pasteur, 42, rue Mathurin-Regnier, Paris, 15e.

Neveu (Raoul), Constructeur d'instruments de Physique, 35, rue de la Montagne-Sainte-Geneviève, Paris, 5e.

Pozzi-Escot (E.), Professor, Ingeniero-Quimico, Ministerio de Fomento, Lima, Pérou (Amérique du Sud).

Rothé, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences, 21, rue Malzéville, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

Saïd (Dj. Mehmeh), Ingénieur attaché technique à l'ambassade de Turquie, 106, boulevard Arago, Paris, 14e.

Simon (L.-J.), Sous-Directeur du Laboratoire de Chimie à l'École Normale supérieure, 15, rue Vauquelin, Paris, 5e.

Tamaru (Takurô), Professeur-adjoint à l'Université, Collège des Sciences, Université de Tôkyô (Japon).

Timiriazeff, Professeur à l'Université et à l'Académie agronomique de Moscou (Russie).

Touren (Charles), Professeur au Collège Rollin, 56, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

Vigouroux (Dr R.), 53, avenue Trudaine, Paris, 9e.

LISTE DES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ.

MM.

ABRAHAM (**Henri**), Maître de Conférences à l'École Normale supérieure, 45, rue d'Ulm, Paris, 5e.

ADAM (**Étienne**), Professeur au Lycée Voltaire, 19, avenue du Bel-Air, Paris, 12e.

ADAM (**Jules-Théophile**), Professeur au Collège, 12, rue de Rome, à Calais (Pas-de-Calais).

ADAMS (**Edwin-P.**), Ph. Dr Professor of Physics, Princeton University, Princeton N. Y. (États-Unis).

AERTZ, Ingénieur, 137, rue Saint-Dizier, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

ALBERTOTTI (**Guiseppe**), Direttore della Clinica oculistica nella R. Universita di Padova (Italie).

ALIAMET, Inspecteur, Chef du Laboratoire électrochimique au Chemin de fer du Nord, 44, rue de la Concorde, à Asnières (Seine).

ALLAIRE (Dr **G.**), Chef des travaux de Physique à l'École de Médecine et de Pharmacie, Chef du Service d'électrothérapie et de radiographie de l'Hôtel-Dieu, 5, rue Santeuil, à Nantes (Loire-Inférieure).

ALLARD (**Félix**), Docteur en Médecine, 23, rue Blanche, Paris, 9e.

ALLUARD, Professeur honoraire à la Faculté des Sciences, 22 *bis*, place de Jaude, Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).

AMAGAT (**E.-H.**), Membre de l'Institut, Examinateur d'admission à l'École Polytechnique, 19, avenue d'Orléans, Paris, 14e.

AMES (**Joseph-S.**), Professor of Physics, Director of the Physical Laboratory, John Hopkins University, Baltimore, Maryland (États-Unis).

AMIEUX (Mlle **Anne-Léontine-Nicolas**), Professeur de Sciences aux Lycées Lamartine et Victor-Hugo, 16, rue d'Angoulême, Paris, 11e.

ANASTASSIADÈS (**An.**), Docteur, Professeur de Mathématiques à l'École évangélique, à Smyrne (Turquie).

ANCEL (**Louis**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 13, rue Brochant, Paris, 16e.

ANDRADE (**Jules-Frédéric-Charles**), Professeur à la Faculté des Sciences, 3, villas Bisontines, à Besançon (Doubs).

ANDRAULT (**Louis-Gustave-Adolphe**), Professeur au Lycée, 10, rue des Bains, à Grenoble (Isère).

ANDRÉ (**Ch.**), Correspondant de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, Directeur de l'Observatoire de Lyon (Rhône).

ANGOT (**Charles-Alfred**), Directeur du Bureau central météorologique, Professeur à l'Institut national agronomique, 176, rue de l'Université, Paris, 7e.

ANTHELME (**Frère**), Professeur de Physique, Institution de Passy, à Froyennes (Belgique).

MM.

ANTHONAY (**Léon d'**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Expert près le Tribunal civil, 41, rue d'Assas, Paris, 6e.

APOIL, Censeur de l'Ecole de la Manufacture de Sèvres, 14, rue de Brancas, à Sèvres (Seine-et-Oise).

APPELL, Membre de l'Institut, Doyen de la Faculté des Sciences, 17, rue Bonaparte, Paris.

APPERT (**Louis**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Ingénieur verrier, 50, rue de Londres, Paris, 8e.

ARGYROPOULOS, Recteur de l'Université, à Athènes (Grèce).

ARGYROPOULOS (**Tassos D.**), Chimiste-Bactériologiste, à Smyrne (Turquie d'Asie).

ARIÈS (**Emmanuel**), Lieutenant-Colonel du Génie en retraite, 9, boulevard du Roi, à Versailles (Seine-et-Oise).

ARMAGNAT, Ingénieur-Conseil, ancien Chef du Bureau des mesures électriques des Ateliers Carpentier, 7, rue Bosio, Paris, 16e.

ARMET (**Henri**), Capitaine du Génie, 18, cours Lieutaud, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

ARNOUX (**René**), Ingénieur civil, 45, rue du Ranelagh, Paris, 16e.

ARSONVAL (Dr **d'**), Membre de l'Institut, Professeur au Collège de France, 12, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

ARTH, Chargé d'un Cours de Chimie industrielle à la Faculté des Sciences, 7, rue de Rigny, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

ARTHAUD (Dr), Chef des travaux histologiques au Laboratoire de Physiologie générale du Muséum, 40, rue Denfert-Rochereau, Paris, 5e.

ARTILLERIE (**Section technique de l'**), 1, place Saint-Thomas-d'Aquin, Paris, 7e.

ASSIER DE POMPIGNAN, Lieutenant de vaisseau, Attaché au Service hydrographique de la Marine, 13, rue de l'Université, Paris, 7e.

ASSOCIATION GÉNÉRALE DES ÉTUDIANTS DE PARIS (**Bibliothèque de l'**) (Section des Sciences), 43, rue des Écoles, Paris, 5e.

AUBERT (**Auguste**), Professeur au Lycée de Toulouse (Haute-Garonne).

AUBERT, Professeur au Lycée Condorcet, 13, rue Bernoulli, Paris, 8e.

AUBERT (**Paul**), Professeur au Lycée Charlemagne, 11, rue de la Croix, à Nogent-sur-Marne (Seine).

AUBRY (**Alfred-Joseph**), Prof^r au Lycée de Belfort (Territoire de Belfort).

AUDINOS (**Jacques-Marcellin**), Professeur au Lycée de Tournon (Ardèche).

AUGÉ, Docteur en Médecine, 16, boulevard de la Gare, à Narbonne (Aude).

AUMONT (**Emmanuel**), Ingénieur agronome, Usine de l'Air liquide, 137 *bis*, rue de Paris, à Boulogne-sur-Seine (Seine).

AUPAIX (**Charles**), Professeur au Lycée, 8, place Saint-Hilaire, à Niort (Deux-Sèvres).

AUZELLE, Professeur au Lycée, 26, rue Alexandre-Duval, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

AYET (**l'abbé**), Professeur de Mathématiques à l'École Fénelon, à Bar-le-Duc (Meuse).

MM.

BABINSKI (**Henri**), Ingénieur civil des Mines, 170 *bis*, boulevard Haussmann, Paris, 8e.

BABLON, 42, rue Boulard, Paris, 14e.

BACCEI (**Pietro**), Professeur de Physique, R. Istituto tecnico di Bari (Italie).

BACHELIER (**Gustave**), Professeur au Lycée, 12, boulevard de la Banque, à Bar-le-Duc (Meuse).

BACON (**Arthur-A.**), Professor of Physics, Hobart College, 488, Main Street, Geneva, N. Y. (États-Unis).

BADONNEL (**Marie-Gabriel-Victor**), Professeur au Lycée, 2, square Castan, à Besançon (Doubs).

BAILLAUD (**B.**), Doyen honoraire de la Faculté des Sciences, Directeur de l'Observatoire de Toulouse (Haute-Garonne).

BAILLAUD (**Jules**), Astronome adjoint à l'Observatoire, 148, boulevard Montparnasse, Paris, 14e.

BAILLE (**J.-B.**), Professeur à l'École de Physique et de Chimie industrielles, 26, rue Oberkampf, Paris, 11e.

BARBASTE (**Antoine**), Licencié ès sciences physiques, à Antrain-sur-Couesnon (Ille-et-Vilaine).

BARBÉ (Dr), 54, rue Cazault, à Alençon (Orne).

BARBILLION (**Louis**), Professeur de Physique industrielle à la Faculté des Sciences, Directeur de l'Institut électrotechnique, 9, rue Villars, à Grenoble (Isère).

BARDY (**Charles**), Directeur honoraire du Service scientifique des Contributions indirectes, 30, rue de Miromesnil, Paris, 8e.

BARNES (**Howard-Turner**), Doctor of Science, Assistant Professor of Physics, Dept. of Physics, Mc Gill University, Montreal (Canada).

BARRÉ (**Eugène**), Lieutenant du Génie, détaché à l'État-Major particulier de l'Armée, à Verdun (Meuse).

BARRET (**G.**), Docteur en Médecine, 1, rue Lavoisier, Paris, 8e.

BARTH (**Johann-Ambrosius**), Libraire, Rossplatz, 17, à Leipzig (Allemagne).

BARTHELEMY (**Maurice**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Directeur d'usine à Azerailles (Meurthe-et-Moselle).

BARUS (**Carl**), Professeur de Physique, Brown University, Providence, R. I. (États-Unis).

BARY (**Paul**), Ingénieur-Conseil, 1, avenue Péterhof, Paris.

BASIN (**Jules**), Professeur au Lycée, 39, rue Blanche, à Lille-Saint-Maurice (Nord).

BASSAC, Professeur au Lycée de Marseille (Bouches-du-Rhône).

BASSÉE (**Jules-Charles**), Constructeur d'instruments de Physique, 4, avenue de la Dame-Blanche, à Fontenay-sous-Bois (Seine).

BASSET (**Alphonse**), Professeur au Lycée de Bourges (Cher).

BASSOT (le Général), Membre de l'Institut, Directeur de l'Observatoire de Nice (Alpes-Maritimes).

BAUDEUF-BAYARD (Mme **Henriette**), Professeur au Lycée de Jeunes filles, 97, rue Bègles, à Bordeaux (Gironde).

MM.

BAUER (**Edmond**), 9, avenue d'Eylau, Paris, 16e.

BAUME-PLUVINEL (Comte **Aymar de la**), 7, rue de la Baume, Paris, 7e.

BAUMGART (**Ch.**), Agrégé de l'Université, rue Zawodskaya, 8, Log. 2, à Saint-Pétersbourg (Russie).

BEAULARD (**Fernand**), Professeur adjoint à la Faculté des Sciences, Université de Montpellier, 41, boulevard des Arceaux, à Montpellier (Hérault).

BECKER, Préparateur au Collège Rollin, avenue Trudaine, Paris, 9e.

BECLÈRE (Dr **Antoine**), Médecin de l'Hôpital Saint-Antoine, 122, rue La Boëtie, Paris, 8e.

BÉCORDEL (**H. de**), Receveur principal, à Grasse (Alpes-Maritimes).

BECQUEREL (**Henri**), Membre de l'Institut, Professeur à l'École Polytechnique, 6, rue Dumont-d'Urville, Paris, 16e.

BECQUEREL (**Jean**), Ingénieur des Ponts et Chaussées, Assistant au Muséum, 88, boulevard Saint-Germain, Paris, 5e.

BÉDART, Professeur agrégé de Physiologie à la Faculté de Médecine, 15, rue Masséna, à Lille (Nord).

BÉDOREZ, Inspecteur d'Académie, Directeur de l'Enseignement primaire du département de la Seine, 21, quai de Montebello, Paris.

BÉGHIN (**Auguste**), Professeur à l'École nationale des Arts industriels, Directeur du Laboratoire municipal, 30, rue Saint-Antoine, à Roubaix (Nord).

BÉGIN (l'abbé **Pierre-Achille**), Professeur au Séminaire Saint-Charles-Borromée, à Sherbrooke (Canada).

BEL (**Edgar**), Professeur au Lycée d'Oran (Algérie).

BÉLIN (**Édouard**), Administrateur de la Société des Imprimeries réunies, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

BELL (**Alexander-Graham**), 1331, Connecticut Ave., Washington, D. C. (États-Unis).

BELLATI (**Manfredo**), Professeur de Physique technique à l'École des Ingénieurs, à l'Université de Padoue (Italie).

BELLIENI, Opticien-constructeur, 17, rue Carnot, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

BELOT (Dr), 36, rue de Bellechasse, Paris, 7e.

BÉNARD (**Henri**), Maître de Conférences à la Faculté des Sciences, 35 *bis*, rue de Condé, à Lyon (Rhône).

BENNDORF (Dr **Hans**), Professeur à l'Université, Institut de Physique, à Gratz (Autriche).

BENOIST (**Louis**), Profesr au Lycée Henri IV, 26, rue des Écoles, Paris, 5e.

BENOIT (Dr **René**), Correspondant de l'Institut, Directeur du Bureau international des Poids et Mesures, au pavillon de Breteuil, Sèvres (Seine-et-Oise).

BERG (**Max**), Ingénieur de la Maison Krauss, 21, rue Albouy, Paris, 10e.

BERGÉ (**Eugène**), Professeur au Collège, 10, avenue Voltaire, à Lunéville (Meurthe-et-Moselle).

BERGER (Dr **Émile**), Membre correspondant des Académies Royales de Médecine de Belgique et de Madrid, 3, rue Anatole-de-la-Forge, Paris, 17e.

BERGERON (**Louis**), Ingénieur-Électricien, maison Farcot frères et Cie (Saint-Ouen), 1, rue Villeneuve, à Clichy (Seine).

MM.

BERGON, Directeur honoraire au Ministère des Postes et Télégraphes, 9, rue de Condé, Paris, 6e.

BERGONIÉ (Dr), Professeur de Physique à la Faculté de Médecine, 6 *bis*, rue du Temple, à Bordeaux (Gironde).

BERLEMONT, Constructeur d'instruments de précision, 11, rue Cujas, Paris, 5e.

BERNARD (**Alfred**), Professeur en retraite, 16, rue Héliot, à Toulouse (Haute-Garonne).

BERNARD (**Louis**), Profesr au Lycée, 21, rue Saint-Éloi, à Orléans (Loiret).

BERNARD, Professeur au Collège d'Apt (Vaucluse).

BERNOULLI (**Auguste-Léonard**), Assistant au Laboratoire de Physique de l'Ecole Polytechnique, 13, Theaterplatz, à Aix-la-Chapelle (Allemagne).

BERNOULLI (Dr **Rud.**), Bachmerstrasse, 239, à Cologne-Lidenthal (Allemagne).

BERSON, Professeur au Lycée Condorcet, 5, place de Jussieu, Paris, 5e.

BERTHELOT, Sénateur, Membre de l'Académie Française, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, 3, rue Mazarine, Paris, 6e.

BERTHELOT (**Daniel**), Docteur ès sciences, Professeur à l'École supérieure de Pharmacie, 3, rue Mazarine, Paris, 6e.

BERTHON (**Louis-Alfred**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Administrateur de la Société industrielle des Téléphones, 51, rue de la Chaussée-d'Antin, Paris, 9e.

BERTIN, Membre de l'Institut, Directeur du Génie maritime du cadre de réserve, 8, rue Garancière, Paris, 6e.

BERTIN-SANS (Dr **Henri**), Professeur à la Faculté de Médecine, 3, rue de la Merci, à Montpellier (Hérault).

BERTOUX, Professeur au Lycée de Lille (Nord).

BESOMBES (**Noël**), Directeur des Postes et des Télégraphes, 33, boulevard National, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

BESSON (**Charles-Ernest-Augustin**), Profr au Collège de Saint-Dié (Vosges).

BESSON (**Louis**), Sous-Chef à l'Observatoire de Montsouris, Paris.

BESSON (**P.-J.-A.**), Ingénr des Arts et Manufactures, Administrateur-délégué de la Société centrale de Produits chimiques, 44, rue des Écoles, Paris, 5e.

BÉTOUX (**Victor**), Professeur au Lycée, 22, boulevard Saint-André, à Beauvais (Oise).

BIAIS (Dr), Professeur à l'École de médecine de Limoges (Haute-Vienne).

BIBLIOTHÈQUE DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES MINES.

BIBLIOTHÈQUE DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON.

BIBLIOTHÈQUE DES FACULTÉS DE CAEN.

BIBLIOTHÈQUE DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE.

BIBLIOTHÈQUE UNIVERSITAIRE DE LILLE.

BIBLIOTHÈQUE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE.

BIBLIOTHÈQUE ROYALE DE BERLIN.

BIDLOT (**Émile-M.-E.**), Ingénieur de la Compagnie belge pour la fabrication des compteurs et matériel à gaz, eau, électricité, 129, rue des Palais, à Bruxelles (Belgique).

MM.

BIED (**Jules**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Directeur du Laboratoire de la Société J. et A. Pavin de Lafarge, Le Teil (Ardèche).

BIERNACKI, Professeur de Physique à l'École Polytechnique, Institut de Physique de l'École Polytechnique de Varsovie (Russie).

BIGET (**Albert**), Percept^r des Contributions directes, à Bologne (Haute-Marne).

BILARD (**André**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur diplômé de l'École supérieure d'Électricité, 12, boulevard de Courcelles, Paris, 17e.

BILLARD (**Manuel-Jacques-Camille**), Professeur au Lycée Charlemagne, 10, boulevard Saint-Marcel, Paris, 5e.

BING, Docteur en médecine, 15, rue Pajou prolongée, Paris, 16e.

BIRHANS (**Nicolas-Flavien**), Préparateur au Lycée Henri-IV, 32, avenue des Charmes, à Vincennes (Seine).

BIRKELAND (**Kristian**), Professeur à l'Université de Christiania (Norvège).

BJERKNES (**Vilhelm**), Chargé de Cours à l'Université de Stockholm (Suède).

BLANC (**Auguste**), Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Rennes (Ille-et-Vilaine).

BLANC (**Gian Alberto**), Docteur ès Sciences, Institut de Physique, via Pianisperna, à Rome (Italie).

BLAREZ (le D^r^), Professeur à la Faculté de Médecine et de Pharmacie, 3, rue Gouvion, à Bordeaux (Gironde).

BLASERNA (**P.**), Sénateur, Professeur à l'Université, R. Instituto fisico, via Pianisperna, à Rome (Italie).

BLEIN (**Jean**), Professeur au Lycée, 160, rue Laurendeau, à Amiens (Somme).

BLOCH (**Salvador**), Professeur au Lycée Saint-Louis, 13, rue de l'Estrapade, Paris, 5e.

BLOCH (**Eugène**), Agrégé, Docteur ès sciences, 18, rue de l'Odéon, Paris, 6e.

BLOCH (**Moïse**), Professeur au Lycée, 9, rue des Tuileries, à Saint-Étienne (Loire).

BLONAY (**Roger de**), 23, rue de La Rochefoucauld, Paris, 9e.

BLONDEL, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Professeur à l'École des Ponts et Chaussées, 41, avenue de la Bourdonnais, Paris, 7e.

BLONDIN (**Joseph**), Professeur au Collège Rollin, Directeur technique au journal *La Revue Électrique*, 171, rue du Faubourg-Poissonnière, Paris, 9e.

BLONDLOT (**R.**), Correspondant de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, 8, quai Claude-le-Lorrain, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

BLUMBACH (**Theodor**), Membre de la Chambre centrale des Poids et Mesures de l'Empire de Russie, Perspective de Zabalkousky, à Saint-Pétersbourg (Russie).

BOBERIL (le Vicomte **Roger du**), Château de la Clase, à Nantes (Loire-Inférieure).

BOBYLEFF, Prof^r^ de Mécanique à l'Université de Saint-Pétersbourg (Russie).

BOCAT (l'abbé), Licencié ès sciences physiques, Professeur au Collège Saint-François-de-Sales, rue Vannerie, à Dijon (Côte-d'Or).

BODIN (**Maxime-Raymond**), Ingénieur des Ponts et Chaussées, 2, place de l'Estran, à Calais (Pas-de-Calais).

MM.

BODOLA de ZAGON (**Louis de**), Professeur de Géodésie à l'École Polytechnique, VIII Horanszky utca 9, Budapest (Hongrie).

BOIS (Dr **E.-H. du**), Professeur à l'Université, Hervartstrasse, 21, à Berlin N. W. (Allemagne).

BOISARD (**Louis**), Profr au Lycée Carnot, 129, avenue de Wagram, Paris, 17e.

BOITEL (**Louis-Albert**), Profr au Lycée Lakanal, 4, rue Houdan, à Sceaux (Seine).

BOIZARD, Agrégé, Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences, 21, rue Cail, Paris, 10e.

BONACINI (Dr **Carlo**), Professeur de Physique au « R. Liceo Muratori », à Modène (Italie).

BONAPARTE (Prince **Roland**), Membre de l'Institut, 10, av. d'Iéna, Paris, 16e.

BONGIOVANNI (**Joseph**), Professeur de Physique à l'Université Ferrare (Italie).

BORDÉ (**Paul**), Ingénieur opticien, 29, boulevard Haussmann, Paris, 9e.

BORDENAVE (**L.**), Ingr à l'usine Ménier, à Noisiel-sur-Marne (Seine-et-Marne).

BORDET (**Lucien**), Ancien Élève de l'École Polytechnique, ancien Inspecteur des Finances, Administrateur de la Compagnie des forges de Châtillon et Commentry, 181, boulevard Saint-Germain, Paris, 6e.

BORDIER (Dr **Henri**). Professeur, Agrégé de la Faculté de Médecine, 7, rue Grolée, à Lyon (Rhône).

BORGMANN (**J.-J**), Professeur à l'Université de Saint-Pétersbourg (Russie).

BORIS, ancien Élève de l'École Polytechnique, 6, place Saint-Géry, à Valenciennes (Nord).

BOSE (**Jagadis, Chunder**), Presidency College, à Calcutta (Indes anglaises).

BOSLER (**Jean**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Licencié ès Sciences, 5, rue du Faubourg-Saint-Jacques, Paris, 15e.

BOUASSE (**Henri**), Professeur à la Faculté des Sciences, rue du Japon, à Toulouse (Haute-Garonne).

BOUCHARD (Dr), Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté de Médecine, 174, rue de Rivoli, Paris, 1er.

BOUCHER (**Anthelme**), Ingénieur à Prilly, canton de Vaud (Suisse).

BOUCHEROT (**Paul**), Ingénieur Conseil, 127, avenue de Paris, Parc de la Malmaison, à Rueil (Seine-et-Oise).

BOUDIN, Professeur au Lycée, 42, rue de Loigny, à Orléans (Loiret).

BOUDREAUX (**Léon**), Propriétaire et Directeur des Ateliers de Galvanoplastie, 8, rue Hautefeuille, Paris, 6e.

BOUDRET (**Eugène**), Profr au Lycée Janson-de-Sailly, 39, rue Vital, Paris, 16e.

BOUÉ (Mlle **Marie**), Professeur au Lycée de Jeunes Filles, 17, rue de la Paix, Le Havre (Seine-Inférieure).

BOUIC, Professeur de Mathématiques au Lycée, 27, rue Célestin-Port, à Angers (Maine-et-Loire).

BOULANGER (**Julien**), Lieutenant-Colonel du Génie, Directeur des Services du Matériel du Génie, 5, rue Rosa-Bonheur, Paris, 15e.

BOULANGER (**Charles-Émile**), ancien Élève de l'École des Arts et Métiers de Châlons, Chef des ateliers, faisant fonction d'Ingénieur à l'École Nationale d'Arts et Métiers d'Angers (Maine-et-Loire).

MM.

BOULÉ (**Auguste**), Inspecteur général des Ponts et Chaussées en retraite, 7, rue Washington, Paris, 8e.

BOULGAKOFF, Privat docent à l'Université de Saint-Pétersbourg (Russie).

BOULLAY, Professeur au Lycée de Bordeaux (Gironde).

BOULOUCH (**R.**), Professeur au Lycée de Bordeaux (Gironde).

BOURGAREL (**Paul**), Professeur au Lycée Carnot, 145, boulevard Malesherbes, Paris, 17e.

BOURGEOIS (**Léon**), Docteur ès sciences, Répétiteur à l'École Polytechnique, 1, boulevard Henri-IV, Paris, 4e.

BOURGEOIS (**Robert**), Lieutenant-Colonel, Chef de la Section de Géodésie au Service géographique de l'armée, 140, rue de Grenelle, Paris, 7e.

BOURGET (**Henry**), Maître de Conférences à la Faculté des Sciences, Astronome adjoint à l'Observatoire, 20, rue Saint-Jacques, Toulouse (Haute-Garonne).

BOUTY (**E.**), Professeur à la Faculté des Sciences, 5, rue du Faubourg-Saint-Jacques, Paris, 14e.

BOYER (**Maurice-Gaston**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 33, rue Félix-Faure, Le Havre (Seine-Inférieure).

BRANLY (Dr **E.**), Professeur à l'École libre des Hautes-Études scientifiques et littéraires, 21, avenue de Tourville, Paris, 7e.

BREWER (**William-J.**). Constructeur d'instruments pour les Sciences, 76, boulevard Saint-Germain, Paris, 5e.

BRIEU (Mme), à Saint-Céré (Lot).

BRILLOUIN (**Marcel**), Professeur au Collège de France, 31, boulevard de Port-Royal, Paris, 13e.

BRINER (**Émile**), Docteur ès Sciences, Privat-docent à l'Université, 11, quai des Bergues, à Genève (Suisse).

BRISAC, Ingénieur de l'éclairage à la Compagnie parisienne du Gaz, 58, rue de Châteaudun, Paris, 9e.

BRISSONNET (**Jules-Georges-Clément**), Professeur suppléant aux Écoles de Médecine et de Pharmacie, 141, rue de la Tour, Paris, 16e.

BROCA (Dr **André**), Répétiteur à l'École Polytechnique, Professeur agrégé de Physique à la Faculté de Médecine, 7, cité Vaneau, Paris, 7e.

BROCQ (**F.**), Ingénieur en chef à la Compagnie des Compteurs, 185, rue de Vaugirard, Paris, 15e.

BROGLIE (**M. de**), Enseigne de vaisseau, 29, rue Chateaubriand, Paris, 8e.

BROUQUIER (**L.**), Professeur, 28, rue Caraman, à Toulouse (Haute-Garonne).

BROWNE (**H.-V.**), Directeur de la Compagnie Direct Spanish Telegraph, à Barcelone (Espagne).

BRUNEL, Capitaine d'Artillerie à la Commission Centrale de réception des Poudres, à Versailles (Seine-et-Oise).

BRUNET (**Maurice**), Professeur au Lycée de Carcassonne (Aude).

BRUNHES (**Bernard**), Professeur à la Faculté des Sciences, Directeur de l'Observatoire du Puy de Dôme, 37, rue Montlosier, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).

MM.

BRUNSWICK, Ingénieur principal, Chef du Service technique de la maison Bréguet, 1, rue Alphonse-Daudet, Paris.

BRYLINSKI (**Émile**), Sous-Directeur du *Triphasé*, 5, avenue Teissonnière, à Asnières (Seine).

BUCHERER (**Alfred**), Dr. Phil. Privat Docent de Physique à l'Université, 61, Königstrasse, à Bonn (Allemagne).

BUDDE (Dr **E.**), Professeur, Berlinerstrasse, 54, à Charlottenburg (Allemagne).

BUGUET (**Abel**). Professeur au Lycée, à l'École des Sciences et à l'École de Médecine, 14, rue des Carmes, à Rouen (Seine-Inférieure).

BUISSON (**Henri**), Professeur adjoint à la Faculté des Sciences de Marseille (Bouches-du-Rhône).

BURGESS (**George-Kimball**), D. Sc. Paris, Associate Physicist Bureau of Standards, Washington D. C. (États-Unis).

BUSILA (**Constantin-D.**), Ingénieur des Ponts et Chaussées, Ingénieur électricien, ingénieur au service de la construction du Port, à Constantza (Roumanie).

CABRAL (**Paul-Benjamin**), Ingénieur civil, Professeur d'Électrochimie, Inspecteur général des Télégraphes et des Industries électriques, Directeur des Ateliers du Ministère des Travaux publics de Portugal, R. do Duque de Bragança, 20, à Lisbonne (Portugal).

CABRERA (Dr **Felipe-Blas**), Professeur à la Faculté des Sciences, Serrano, 82, Madrid (Espagne).

CADÈMARTORY (**Léon**), Ingénieur de la Marine, 2, rue Melchior, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

CAHEN (**Marcel**), Élève Ingénieur des Télégraphes, 53, rue Condorcet, Paris.

CAILHO, Ingénieur des Télégraphes, 111, rue Mozart, Paris, 16e.

CAILLETET (**L.-P.**), Membre de l'Institut, 75, boulevard Saint-Michel, Paris, 5e.

CALMELS, Constructeur, 150, boulevard Montparnasse, Paris, 14e.

CALMETTE (**Louis**), Professeur au Prytanée militaire, 7, boulevard d'Alger, à la Flèche (Sarthe).

CAMBOULAS, Ingénieur des Arts et Manufactures, à Saint-Geniès-d'Olt (Aveyron).

CAMICHEL (**Ch.**), Professeur à la Faculté des Sciences, 11, rue Bayard, à Toulouse (Haute-Garonne).

CAMPANILE (**Filippo**), Dr, Professeur à l'École supérieure d'Agriculture, Mondragone, 24, à Portici (Italie).

CANCE (**Alexis**), Ingénieur électricien, 5, rue Saint-Vincent-de-Paul, Paris, 10e.

CANET (**Gustave-Adolphe**), Directeur de l'Artillerie de MM. Schneider et Cie, 87, avenue Henri-Martin, Paris, 16e.

CANTONE (**Michele**), Professeur à l'Université de Naples (Italie).

CAPELLE (**Édouard**), St Joseph's College, Trichinopoly, Présidence de Madras (Indes anglaises).

MM.

CARALP (**Pierre**), Professeur au Lycée, maison Longe, allée de Villote, à Foix (Ariège).

CARIMEY, Professeur au Lycée Saint-Louis, 63, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

CARLIER (**Joseph**), Ingénieur, attaché au Service électrique des Chemins de fer de l'État Belge, 16, rue Destouvelles, à Bruxelles (Belgique).

CARON (Mlle), Directrice du Lycée de Jeunes filles de Laval (Mayenne).

CARPENTIER (**Jules**), Ingénieur-Constructeur, Membre du Bureau des Longitudes, 34, rue du Luxembourg, Paris, 6e.

CARPENTIER (**Jean**), 34, rue du Luxembourg, Paris, 6e.

CARRÉ (**F.**), Profesr au Lycée Janson-de-Sailly, 33, rue Davioud, Paris, 16e.

CARTHEIM-GYLLENSKÖLD (**V.**), Dr ès Sciences, Secrétaire de la Commission Royale suédoise pour la mesure d'un arc de méridien au Spitzberg, 4, Villagatan, à Stockholm V. (Suède).

CARTMEL (**William-Bell**), Instructor in Physics, Jefferson Physical Laboratory Harvard University, Cambridge, Mass. (États-Unis).

CARVALLO (**E.**), Examinateur des éleves à l'École Polytechnique, 1, rue Clovis, Paris, 5e.

CASPARI (**E.**), Ingénieur hydrographe de la Marine, Répétiteur à l'École Polytechnique, 30, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

CASSIE (**William**), Professor of Physics Brantwood, Englefield Green, Surrey (Angleterre).

CASTAING-ALFARO (**Louis**), Juge en premier ressort au Criminel du département d'Alajuela (Costa-Rica), Membre de la Société de Photographie, 67, calle de Guardia, Alajuela (République de Costa-Rica).

CASTEX (**Edmond**), Professeur à l'École de Médecine de Rennes, 11, rue Kléber, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

CATHIARD (**André-Georges-Marcel**), Élève à l'École supérieure d'Électricité, 19, rue Singer, Paris, 16e.

CAUSSE, Professeur au Collège de Brive (Corrèze).

CAVIALE (**V.**), Directeur de l'Institution Bertrand, 52, avenue de Saint-Cloud, à Versailles (Seine-et-Oise).

CAZES (**Laurent**), Répétiteur général au Lycée Saint-Louis, 44, boulevard Saint-Michel, Paris, 6e.

CHABAUD (**Victor**), Constructeur d'instruments de précision, 58, rue Monsieur-le-Prince, Paris, 6e.

CHABERT (**Léon**), Ingénieur électricien, 38, rue Juliette-Lambert, Paris, 16e.

CHABRERIE, Principal du Collège de Treignac, à Sarran par Corrèze (Corrèze).

CHABRIÉ (**Camille**), Docteur ès sciences, Sous-Directeur du Laboratoire d'enseignement pratique de Chimie appliquée, 83, rue Denfert-Rochereau, Paris, 14e.

CHAIR, Professeur au lycée, 9, rue Cassotte, à Besançon (Doubs).

CHAIRY, Profr au Lycée Janson-de-Sailly, 60, rue du Ranelagh, Paris, 16e.

CHAMPIGNY (**A.**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur civil des Mines, 11, rue de Berne, Paris, 8e.

MM.

CHANCEL (**Félix**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 34, rue Saint-Jacques, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

CHANOZ (Dr), Chef des travaux pratiques de Physique à la Faculté de Médecine de Lyon (Rhône).

CHAPOCHNIKOFF (**A.**). Assistant au Laboratoire de Physique du Polytechnicum, Les noj. Sonowska, Institut de Physique, à St-Pétersbourg (Russie).

CHAPPUIS (**James**), Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures, 5, rue des Beaux-Arts, Paris, 6e.

CHAPPUIS (**Pierre**), Sevogelstrasse, 34, à Bâle (Suisse).

CHARDONNET (le comte **de**), ancien Élève de l'École Polytechnique, 22, rue de l'Arcade, Paris, 8e.

CHARLE (**Henri**), Professeur au Lycée, 6, rue de l'Entrepôt, à Belfort (Territoire de Belfort).

CHARPENTIER (Dr **A.**), Professeur à la Faculté de Médecine, 6, rue des Quatre-Églises, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

CHARPY (**G.**), Docteur ès sciences, Directeur des forges de Saint-Jacques, 27, avenue de la Gare, Montluçon (Allier).

CHASSAGNY (**Michel**), Professeur au Lycée Janson-de-Sailly, 16, rue Gustave-Zédé, Paris, 16e.

CHASSY, Professeur à la Faculté libre des sciences, à Lyon (Rhône).

CHATEAU (**C.**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Constructeur d'instruments de précision, 7, rue Talma, Paris, 16e.

CHATELAIN (**Michel de**), Professeur de Physique à l'École supérieure des Mines, à Saint-Pétersbourg (Russie).

CHAUMAT (**Henri**), Sous-Directeur de l'École supérieure d'Électricité, 26, rue Ernest-Renan, Paris, 15e.

CHAUSSEGROS, Ingénieur, Chef de traction au Chemin de fer, 3, place Jussieu, Paris, 5e.

CHAUVEAU, Membre de l'Institut, 4, rue du Cloître-Notre-Dame, Paris.

CHAUVEAU, ancien Élève de l'École Normale supérieure, Météorologiste adjoint au Bureau central, 51, rue de Lille, Paris, 7e.

CHAUVIN (**Raphaël**), Ingénieur électricien, 186, rue Championnet, Paris, 18e.

CHAVANNE (**George-Charles**), Chargé de Cours à l'Université libre, 133, avenue Ducpétiaux, à Bruxelles (Belgique).

CHAVES (**Antonio Ribeiro**), 116, rua do Ouvidor, à Rio de Janeiro (Brésil).

CHENEVEAU (**C.**), Chef des travaux pratiques de physique à l'École de Physique et de Chimie, 229, rue du Faubourg-Saint-Honoré, Paris, 8e.

CHEER, Professeur, 66, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

CHEVALLIER (**Henry**), Docteur ès sciences, Sous-Directeur du Laboratoire d'Électricité industrielle, 8, rue Villedieu, à Bordeaux (Gironde).

CHIPART, Ingénr des Mines, 15, rue de la Franchise, à Bordeaux (Gironde).

CHISTONI (**Ciro**), Professeur à l'Université de Modène (Italie).

CHOMAT (l'abbé **Pierre**), Licencié ès Sciences, 8, rue Franklin, Paris, 16e.

CHRÉTIEN (**Arthur-Louis-Camille**), Profes. au Lycée de Cherbourg (Manche).

CHRÉTIEN (**E.**), Profr au Lycée, 6, rue Jules-Simon, à St-Brieuc (Côtes-du-Nord

MM.

CHRÉTIEN, Astronome à l'Observatoire de Nice (Alpes-Maritimes).

CHUITON (Dr), 2, rue de la Mairie, à Brest (Finistère).

CHWOLSON (**Oreste**), Professeur à l'Université Impériale, Wassili Ostrow, 8 ligne, Maison n° 19, Log. n° 5, à Saint-Pétersbourg (Russie).

CIRERA (**Rév. P.**), ancien chef du Service magnétique à l'Observatoire de Manille. Directr-fondatr de l'Observatoire de l'Èbre, à Tortosa (Espagne).

CLARK (**Arthur-L.**), Ph. Dr, Professor of Physics Queen's University, 217, William St., Kingston, Ontario (Canada).

CLAUDE (**Ernesto**), Ingénieur à Léon (Espagne).

CLAUDE (**Georges**), 4, rue François-Rolland, a Nogent-sur-Marne (Seine).

CLAVEAU, Professeur au Lycée de Lyon (Rhône).

CLAVERIE, Censeur du Lycée Condorcet, 65, rue Caumartin, Paris, 9e.

CLÉMENT (**Louis**), 18, rue Louis-le-Grand, Paris, 2e.

CLOAREC, Chef des Travaux pratiques de Physique, à la Faculté des Sciences, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

CLUZET, Professeur agrégé de Physique à la Faculté de Médecine, 45, rue de Metz, à Toulouse (Haute-Garonne).

COCHET (**Léon**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Directeur de la Société d'Eaux et d'Éclairage du Var, à Grimaud (Var).

COCK (**Adhémar de**), Ingénieur des Ponts et Chaussées, 83, boulevard du Midi, à Ostende (Belgique).

COGIT, Constr d'appareils pour les Sciences, 36, boul. St-Michel, Paris, 8e.

COGNET (**Alfred**), Profr au Collège, avenue de la Gare, à Bergerac (Dordogne).

COLARDEAU (**P.**), Professeur au Lycée de Lille (Nord).

COLARDEAU (**Emmanuel**), Professeur au Collège Rollin, 13, rue de Navarin, Paris, 9e.

COLIN (**Th.**), Professeur au Lycée Louis-le-Grand, 6, rue Victor-Considérant, Paris, 14e.

COLLANGETTES (R. P.), Profr à l'Université St-Joseph, à Beyrouth (Syrie).

COLLIGNON (**Benoît**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Professeur de Mathématiques, 74, rue Jean-Jacques-Rousseau, à Dijon (Côte-d'Or).

COLLOT (**Armand**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Constructeur d'instruments de précision, 8, boulevard Edgar-Quinet, Paris, 14e.

COLNET D'HUART (**François de**), Docteur ès sciences, Professeur à l'Athénée, avenue Reinsheim, à Luxembourg (Grand-Duché de Luxembourg).

COLOMAN DE SZILY, Akademia utexa, 2, à Budapest (Hongrie).

COLSON (**Albert**), Professeur de Chimie à l'École Polytechnique, 47, rue de Vaugirard, Paris, 6e.

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARY, à New-York (États-Unis).

COMBES (**Charles**), ancien Élève de l'École Polytechnique, 29, avenue Rapp, Paris, 7e.

COMBET (**Candide**), Profr au Lycée de Tunis, quartier Sans-Soucis (Tunisie).

COMMANAY, Professeur au Lycée Corneille, à Rouen (Seine-Inférieure).

COMPAGNIE DES CHEMINS DE FER DU MIDI, 54, boulevard Haussmann, Paris, 9e.

MM.

COMPAGNIE DES SALINS DU MIDI, 94, rue de la Victoire, Paris, 9e.

COMPAIN (l'Abbé), Professeur de Sciences à l'École Fénelon, à Bar-le-Duc (Meuse).

CONTINI (**Attilio**), Profr de Physique, R. Istituto tecnico di Messina (Italie).

COOKE (**E.-L.**), Professor of Physics, Princeton University, Princeton, New-Jersey (États-Unis).

COOPER (**W.-R.**), Honorary Secretary Physical Society of London, Member of Institution Electrical Engineers, 82, Victoria St. Westminster, Londres (Angleterre).

COPPET (**de**), villa de Coppet, rue Magnan, à Nice (Alpes-Maritimes).

CORNAILLE (**Édouard-Félicien**), Professeur au Collège, 1, rue des Écoles, à Arras (Pas-de-Calais).

CORVISY (**A.**), Profr au Lycée, 6, rue St-Benoît, à Limoges (Haute-Vienne).

CORVISY (**Didier**), Étudiant en Médecine, 6, rue Saint-Benoît, à Limoges (Haute-Vienne).

COSSERAT (**Eugène-Maurice-Pierre**), Professeur à la Faculté des Sciences, 1, rue de Metz, à Toulouse (Haute-Garonne).

COSSERAT (**François**), Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, 36, avenue de l'Observatoire, Paris, 14e.

COSTA (Dr), Professeur à la Faculté de Médecine, Calle Vittoria, 1094, Buenos-Ayres (République Argentine).

COTTON (**A.**), Maître de Conférences à l'École Normale supérieure, 49, rue Saint-André-des-Arts, Paris, 6e.

COUDERT (**A.**), Profr au Lycée Condorcet, 33 *bis*, rue de Moscou, Paris, 8e.

COUDRY (**Eugène**), Profr au Lycée, 6, rue de l'Héritan, à Mâcon (Saône-et-Loire).

COUETTE (**Maurice**), Docteur ès sciences, Professeur de Physique aux Facultés Catholiques, 26, rue de la Fontaine, à Angers (Maine-et-Loire).

COUPIER, à Saint-Denis-Hors, par Amboise (Indre-et-Loire).

COURQUIN (l'abbé), Professeur à l'École industrielle, 70, rue du Casino, à Tourcoing (Nord).

COURTOIS (l'abbé **F.**), Missionnaire, Église St-Joseph, à Chang-Haï (Chine).

CRÉMIEU (**Victor**), Docteur ès sciences physiques, 6, rue d'Ulm, Paris, 5e.

CROIX (**Victor**), Professeur au Collège communal, place de l'Église, à Saint-Amand-les-Eaux (Nord).

CROSS (**Charles-Robert**), Professor of Physics, Massachussets Institute of Technology, Boston, Mass. (États-Unis).

CROVA, Correspondant de l'Institut, Directeur de l'Institut de Physique de l'Université de Montpellier (Hérault).

CUÉNOD, Ingénieur électricien, 12, rue Diday, à Genève (Suisse).

CULMANN (**Paul**), Docteur ès sciences, Collaborateur scientifique de la maison Zeiss, 28, rue Vauquelin, Paris, 5e.

CURCHOD (**A.**), Ingénieur de la Société industrielle des Téléphones, 6, rue Tardieu, Paris.

CURIE (**Mme SKLODOWSKA**), Docteur ès sciences, Chargée de Cours à la Faculté des Sciences, 108, boulevard Kellermann, Paris, 13e.

MM.

DAMBIER, Professeur au Collège Stanislas, 44, rue de Fleurus, Paris, 6e.

DAMIEN (**B.-C.**), Doyen de la Faculté des Sciences, 74, rue Brûle-Maison, Lille (Nord).

DANIEL (**Jacques**), Ingénieur, Directeur spécial de l'Université, 1, rue de la Prévôté, à Bruxelles (Belgique).

DANNE (**Jacques**), Préparateur à la Faculté des Sciences, 91, rue Denfert-Rochereau, Paris, 14e.

DARMON, Professeur au Prytanée militaire de La Flèche (Sarthe).

DARZENS, Répétiteur à l'École Polytechnique, 22, av. Ledru-Rollin, Paris, 12e.

DAUJAT (**Michel-Alexandre**), Professeur à l'École Normale, 77, boulevard Georges-Sand, à Châteauroux (Indre).

DAUVÉ (**Camille-Albert**), Professeur de Physique au Collège Monge, à Beaune (Côte-d'Or).

DAUZÈRE (**Jean-Camille**), Professeur au Lycée, rue de Rome, à Agen (Lot-et-Garonne).

DAY (**Arthur-L.**), Ph. Dr. Director geophysical Laboratory Carnegie Institution of Washington, 1330 F Street, Washington D. C. (États-Unis).

DEBIERNE, 21, quai de la Tournelle, Paris, 5e.

DECHEVRENS (le R. P. **Marc**), S. J., ancien Directeur de l'observatoire Zi-Ka-Wei (Chine), à Saint-Hélier, observatoire Saint-Louis (île Jersey).

DÉCOMBE (**Louis**), Docteur ès sciences, impasse Reille, Paris, 14e.

DEDET (**François**), Profr honoraire de Physique, à Albi (Tarn).

DEFFORGES (le Général **G.**), Commandant la 78e Brigade, villa Saint-Michel, à Toul (Meurthe-et-Moselle).

DELAUNAY (**Nicolas**), Professeur de Mécanique à l'Institut Polytechnique de l'Empereur Alexandre II, à Kief (Russie).

DÉLCOULX (**Henri**), Professeur au Collège de Dunkerque (Nord).

DELEBECQUE, Ingénieur des Ponts et Chaussées, 36, boulevard des Tranchées, à Genève (Suisse).

DELEMER (**Jules-Jean-Baptiste**), Docteur ès sciences, Professeur aux Facultés catholiques, 24, rue de Voltaire, à Lille (Nord).

DELEVEAU. Professeur au Lycée, 4, rue de la Gare, à Niort (Deux-Sèvres).

DELPEUCH, Ingénieur des Arts et Manufactures, Ingénieur aux Chemins de fer de l'Est, 53, rue de Maubeuge, Paris, 9e.

DELSOL (**Étienne**), Ingénieur civil, ancien Élève de l'École Polytechnique, 4, rue de Berne, Paris.

DELVALEZ (**G.**), Professeur au Lycée Condorcet, 16, avenue Ledru-Rollin, Paris, 12e.

DEMERLIAC (**R.**), Professeur à l'École de Médecine, 3 *bis*, rue aux Juifs, à Caen (Calvados).

DEMICHEL (**A.**), Constructeur d'instruments pour les Sciences, 38, rue de Sévigné, Paris, 4e.

DENIZOT (**Alfred**), Dr Ph., Schluterstrasse, 7, à Charlottenburg (Allemagne).

DEPREZ (**Marcel**), Membre de l'Institut, Professeur au Conservatoire national des Arts et Métiers, 23, avenue Marigny, à Vincennes (Seine).

MM.

DERO (**Louis-Émile-Léonce**), Ingénieur civil, 101, rue Tourneville, Le Havre (Seine-Inférieure).

DERVIEUX (**Albert**), Professeur au Collège, rue Notre-Dame, à Sézanne (Marne).

DESCHAMPS (Dr **Eugène**), 22, rue de la Monnaie, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

DESCOLES, Professeur au Lycée de Bastia (Corse).

DESCOMBES (**Léon**), Professeur au Lycée de Bourg (Ain).

DESLANDRES (**H.**), Membre de l'Institut, Astronome titulaire à l'Observatoire d'Astronomie physique de Meudon, 56 *bis*, route des Gardes, à Bellevue (Seine-et-Oise), et 21, rue de Téhéran, Paris, 8e.

DESLIS, Imprimeur, 6, rue Gambetta, à Tours (Indre-et-Loire).

DESPAUX (**Arsène-Joseph**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Inspecteur divisionnaire du travail, 25, cours Bugeaud, à Limoges (Haute-Vienne).

DESPLANS (**Maurice**), Professeur au Collège de Carpentras (Vaucluse).

DESQUARTIERS (**Adolphe**), Ingénieur-Électricien, villa Berthe-Madeleine, rue Rombondt, à Malo-les-Bains (Nord).

DESROZIERS, Ingénieur civil des Mines, 10, avenue Frochot, Paris, 9e.

DESSAU (**Bernard**), Professeur de Physique à l'Université de Pérouse (Italie).

DETAILLE (**Charles**), Professeur au Lycée, 81, rue du Couédic, à Saint-Brieuc (Côtes-du-Nord).

DEVAUD, Professeur au Lycée, 68, rue Sénac, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

DEVAUX (**Henri**), Professeur adjoint à la Faculté des Sciences de Bordeaux (Gironde).

DEVAUX-CHARBONNEL, Ingénieur des Télégraphes, 286, boulevard Raspail, Paris, 14e.

DICKSTEIN (**S.**), rue Marszalkowska, 117, à Varsovie (Russie).

DINI (**Urbain**), 95, route de Saint-Leu, à Deuil, par Enghien (Seine-et-Oise).

DININ (**Alfred**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 2, quai National, à Puteaux (Seine).

DIOMARD, Professeur au Lycée d'Auch (Gers).

DIOT, Professeur au Lycée Condorcet, 72, rue Nollet, Paris, 17e.

DITISHEIM (**Paul**), Fabricant de chronomètres, 11, rue de la Paix, à la Chaux-de-Fonds (Suisse).

DOIGNON (**L.**), Ingénieur-Constructeur, successeur de Dumoulin-Froment, 11, rue Hoche, à Malakoff (Seine).

DOMAGE (**Henry-Louis-Achille**), Ingénieur civil des Mines, Directeur de la Société nouvelle de Charbonnages des Bouches-du-Rhône, 4, rue de la Turbine, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

DOMERGUE (**E.**), Résident à Haïphong (Tonkin).

DOMMER, Professeur à l'École de Physique et de Chimie industrielles de la Ville de Paris, 12, rue Poisson, Paris, 17e.

DONDER (**Théophile-Ernest de**), Docteur ès sciences physiques et mathématiques, 196, rue Masin, à Bruxelles (Belgique).

MM.

DONGIER (**Raphaël**), Docteur ès sciences, Sous-Directeur du Laboratoire de Physique (Enseignement) de la Faculté des Sciences, 99, Grande Rue, à Bourg-la-Reine (Seine).

DORGEOT (**Gabriel**), Chef d'escadron, Sous-Directeur de l'Artillerie, à Bastia (Corse).

DORSEY (**Noah-Ernest**), Ph. Dr, Assistant Physicist Bureau of Standards, Washington, D. C. (États-Unis).

DOUMER (Dr), Professeur à la Faculté de Médecine de Lille (Nord).

DOURIF (**Henry**), Ingénr aux usines Deschamps frères, à Vieux-Jeand'heurs, par Robert-Espagne (Meuse).

DRAULT, Constructeur Électricien, 57, boulevard du Montparnasse, Paris, 6e.

DRINCOURT, Professeur au Collège Rollin, 10, place Breda, Paris, 9e.

DREYFUSS (**E.**), Professeur au Lycée de Nancy (Meurthe-et-Moselle).

DROUIN (**Félix**), Ingénieur, 1 *bis*, avenue de Longchamp, à Boulogne-sur-Seine (Seine).

DUBOIS (Mlle **Hélène**), Professeur au Lycée de jeunes filles Victor-Hugo, 100, avenue des Ternes, Paris, 17e.

DUBOIS (**René**), Profr à l'École Turgot, 23, rue des Fossés-St-Jacques, Paris, 5e.

DUCESCU (**Constantin**), Administrateur de 1re classe, Sous-Chef de division aux Chemins de fer roumains, à Buzeu (Roumanie).

DUCHANGE (**Maurice**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur à la Compagnie des Mines de Béthune, à Bully-les-Mines (Pas-de-Calais).

DUCHAUSSOY (**Joseph-Herménégilde**), Professeur au Lycée, 2, rue Cosette, à Amiens (Somme).

DUCHEMIN, Ingénieur, 37, boulevard de la Tour-Maubourg, Paris, 7e.

DUCHESNE-FOURNET, ancien Élève de l'École Normale supérieure, Klosbach Strasse, 77, à Zurich (Suisse), et 204, rue de Rivoli, Paris.

DUCLAUX (**Jacques**), Docteur ès sciences, Préparateur à l'Institut Pasteur, rue Dutot, Paris, 15e.

DUCLOS, ancien Directeur d'École normale, à Cerisols, par Fabut (Ariège).

DUCOMET, Ingénieur, 7 et 9, rue d'Abbeville, Paris, 10e.

DUCRETET, Constructeur d'instruments de Physique, 75, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

DUDDELL (**W.**), Ingénieur, 47, Hans Place, Londres S. W. (Angleterre).

DUFFOUR, Professeur agrégé au Lycée de Bordeaux (Gironde).

DUFOUR (**Henri**), Profr de Physique à l'Université, avenue de Rumines, Lausanne (Suisse).

DUFOUR, Agrégé préparateur de Physique à l'École Normale supérieure, 45, rue d'Ulm, Paris, 5e.

DUFOUR (**Dr Marcel**), Agrégé de l'Université, ancien Assistant à la Clinique des Quinze-Vingts, 18, rue Saint-Dizier, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

DUGAS (**Eugène-Georges-Joseph**), Professeur au Lycée, 68, rue Nationale, à Pontivy (Morbihan).

DUHEM (**P.**), Correspondant de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, 18, rue de la Teste, à Bordeaux (Gironde).

MM.

DUJARDIN (**P.-J.-R.**), Héliographe, 28, rue Vavin, Paris, 6e.

DUMAS (**Samuel**), Schanzeneckstrasse, 13, à Berne (Suisse).

DUMOULIN-FROMENT, ancien Constructeur d'instruments de précision, 85, rue Notre-Dame-des-Champs, Paris, 9e.

DUNCAN (**Louis**), Ph. Dr John Hopkins University. Electrical Engineer, Member Math. Soc., 56, Pire S. G., New-York (États-Unis).

DUNOYER, Agrégé, Préparateur de Physique au Collège de France, 7, rue de l'Orangerie, Versailles (Seine-et-Oise).

DUPLAA (**P.-J.**), Professeur au Collège de Pamiers (Ariège).

DUPESAN (Mlle **Madeleine**), Directrice du Collège de jeunes filles de Morlaix (Finistère).

DUPLAND (Mlle **Clémence**), Professeur à l'École normale d'Institutrices de Privas (Ardèche).

DUPONT (**Charles**), Électricien, à Saint-Mihiel (Meuse).

DURAND (Dr **Ernest**), Préparateur à la Faculté des Sciences, 50, rue Monge, Paris, 5e.

DURAND, Professeur au Lycée, rue Esplanade, à Mostaganem (Algérie).

DUSSAUD, Ingénieur Conseil, Docteur ès sciences, 14, rue Dancet, à Genève (Suisse), et 19, rue Guillaume-Tell, Paris, 17e.

DUSSY, Professeur au Lycée, 46, rue Saint-Lazare, à Dijon (Côte-d'Or).

DUTOIT (Dr **Constant**), Docteur ès sciences, Professeur, 3, avenue de Georgette, à Lausanne (Suisse).

DVORAK (Dr **Vincent**), Professeur à l'Université d'Agram (Autriche-Hongrie).

DYBOWSKI (**A.**), Professeur au Lycée Louis-le-Grand, 16, rue Rottembourg, Paris, 12e.

EBEL, Ingénieur en chef du Secteur électrique des Champs-Élysées, 2, avenue des Ternes, Paris, 17e.

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE D'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE (**Le Directeur de l'**), à Saint-Cloud (Seine-et-Oise).

EDELBERG (**Alexandre**), Ingénieur opticien à Kharkoff (Russie).

EGINITIS (**Basile**), Professeur à l'École des Evelpides, à Athènes (Grèce).

ÉGOROFF (**Nicolas**), Sous-Directeur de la Chambre centrale des Poids et Mesures, 19, Zabalkansky, à Saint-Pétersbourg (Russie).

ÉGOROFF (**Serge**), Directeur de l'École commerciale de Tomsk (Russie).

EIFFEL (**Gustave**), Ingénieur, 4, rue Rabelais, Paris, 8e.

ÉLIE (**B.**), 90, rue de la Pointe, à Abbeville (Somme).

ÉMERY (**Isidore-Eugène**), Capitaine d'Artillerie, Membre de la Commission d'expériences de Bourges, 102, rue des Crosses, à Bourges (Cher).

ENGEL, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures, à Châtillon-sur-Bagneux (Seine).

EÖTVÖS (Baron **Roland**), Professeur à l'Université, 3, Esterhazy utca, à Budapest (Hongrie).

ESCOFFIER (**Honoré**), Professeur au Collège, 9, rue Guillaumont, à Antibes (Alpes-Maritimes).

MM.

ESNAULT-PELTERIE (**Robert**), Licencié ès Sciences, 36, rue des Abondances, à Boulogne-sur-Seine (Seine).

ÉTIENNE (**Louis**), Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées et de la Compagnie P.-L.-M., 4, rue Bara, Paris, 6e.

EWERS (**Paul**), Dr Phil. Privat-docent f. Physik, Technische Hochschule Physikalisches Institut, München (Bavière).

FABRY (**Charles**), Professeur à la Faculté des Sciences, 1, rue Clapier, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

FAILLON (**Nicolas-Jules**), Professeur au Collège de Chatellerault (Vienne).

FAILLOT, Professeur au Lycée de Nancy (Meurthe-et-Moselle).

FAIVRE-DUPAIGRE (**Jules**), Inspecteur d'Académie, 9, rue du Val-de-Grâce, Paris, 5e.

FANTOLI (**Gandenzio**), Ingénieur, 2, via S. Zeno, à Milan (Italie).

FARCOT (**Emmanuel-François-Michel**, fils), Ingénieur-Constructeur, 159, rue Lafayette, Paris.

FARGE (**Émile**), Professeur au Lycée de Cahors (Lot).

FAUCON (**Antonin-Marius**), Chef des Travaux pratiques de Physique à l'École supérieure de Pharmacie, 14, avenue Bouisson-Bertrand, à Montpellier (Hérault).

FAURE (**Henri**), Ingénieur de la Marine, à Bizerte (Tunisie).

FAVÉ, Ingénieur hydrographe en chef de la Marine, 1, rue de Lille, Paris, 7e.

FAVARGER, Ingénieur électricien, à Neuchâtel (Suisse).

FÉLIX (**Venceslas**), Phil. Dr Professeur agregé à l'École Polytechnique tchèque de Prague, Karlovonaur, 14, à Prague (Autriche).

FERRA (**C.-J.**), Directeur de l'Observatoire central de l'Indo-Chine, à Phu-Lien (Tonkin).

FERREIRA DA SILVA, Professeur à l'École Polytechnique, 41, rua do Lavanjal, à Porto (Portugal).

FERRY (**Ervin-S.**), Perdue University, Lafayette, Indiana (États-Unis).

FERY (**Charles**), Professeur à l'École de Physique et de Chimie industrielles de la ville de Paris, 42, rue Lhomond, Paris, 5e.

FIGUIER (Dr **Alban**), Professeur à la Faculté de Médecine et de Pharmacie, 17, place des Quinconces, à Bordeaux (Gironde).

FLORENTIN (**Gabriel**), Ingénieur aux forges et aciéries da Donetz, à Droujkowka, gouvt d'Ekaterinoslaw (Russie).

FONSECA BENEVIDES (**Francisco da**), Directeur de l'Institut industriel et commercial de Lisbonne (Portugal).

FONTAINE (**Eugène**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur des Mines, 27, rue Tronchet, Paris, 8e.

FONTAINE (**Georges**), Chimiste, 18, rue Monsieur-le-Prince, Paris, 6e.

FONTAINE (**Hippolyte**), Ingénieur électricien, 58, rue Notre-Dame-des-Champs, Paris, 6e.

FONTAINES (**Ernest de**), Ingénieur des Arts et Manufactures, à Morvillars (Haut-Rhin français).

MM.

FONTANEAU (**Étienne-Jean-Éleonor**), ancien Officier de Marine, 8, cours Bugeaud, à Limoges (Haute-Vienne).

FOREST-PALMER (**Albert de**), Ph. Dr, Associate Professor of Physics, Brown University, Providence, Rhode Island (États-Unis).

FORTIN (**Charles**), 59, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

FORTIN (**Jules**), Ingénieur, 8, rue de la Préfecture, à Carcassonne (Aude).

FOUARD, Ingénieur des Arts et Manufactures, Licencié ès Sciences, attaché à l'Institut Pasteur, 25, rue Dutot, Paris, 15e.

FOUCHÉ (**Ed.**), Ingénieur, 19, avenue de Clichy, Paris, 17e.

FOURNEL, Professeur à l'École pratique d'Industrie, 3, cours Devillers, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

FOUSSEREAU, Docteur ès sciences, 5, place de Jussieu, Paris, 5e.

FOVEAU DE COURMELLES (le Dr), 26, rue de Châteaudun, Paris, 9e.

FRANCHIMONT (**Antoine-Paul-Nicolas**), Professeur de Chimie organique à l'Université de Leide, Rapenbung, 104, à Leide (Pays-Bas).

FREDET (**Henri**), Industriel à Brignoud (Isère).

FRÉMONT SAINT-CHAFFRAY (**Mme B.**), 54, rue de Seine, Paris, 6e.

FRICKER (**Georges**), Licencié en droit, 36, avenue de Ceinture, à Enghien (Seine-et-Oise).

FRIDERICH (**Louis**) Docteur ès Sciences, 72, rue de Taitbout, Paris, 9e.

FROC (le R. P.), à l'observatoire de Zi-Ka-Wei, près Chang-Haï (Chine).

FRON, Météorologiste titulaire au Bureau central météorologique, 19, rue de Sèvres, Paris, 6e.

FRUTIGER (**Georges**), Dr ès Sciences, Professeur, 4, rue de Hesse, à Genève (Suisse).

GAGNIÈRE (**Jean**), Industriel, produits pharmaceutiques, 6, rue Ballainvilliers, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).

GAIFFE (**Georges**), Constructeur d'instruments de Physique, 40, rue Saint-André-des-Arts, Paris, 6e.

GAILLARD (**Gaston**), 7, rue Pomereu, Paris.

GAILLIARD (**Pierre**), Professeur au Lycée de Saint-Étienne (Loire).

GALIMARD, Industriel, à l'abbaye de Flavigny (Côte-d'Or).

GALITZINE (Prince **Boris**), Membre de l'Académie impériale des Sciences, Fontanka, 144, à Saint-Pétersbourg (Russie).

GALL (**Henri**), Directeur de la Société d'Électrochimie, 5, rue Albert-Joly, à Versailles (Seine-et-Oise).

GALLIARD (**Jules**), Professeur au Collège Stanislas, 43, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

GALLIE (**Louis**), Professeur au Collège, Grande-Rue, à Mortain (Manche).

GALLOTTI, Professeur au Lycée, 20, place du Martroi, à Orléans (Loiret).

GALY, Professeur au Lycée de Brest (Finistère).

GARBE, Doyen de la Faculté des Sciences de Poitiers (Vienne).

GARCELON (**Henri**), 5, rue Vital, Paris.

GARDET (**Alfred**), Censeur du Lycée de Besançon (Doubs).

MM.

GARGAN DE MONCETZ.

GARIEL (**C.-M.**), Inspecteur général des Ponts-et-Chaussées, Membre de l'Académie de Médecine, Professeur à la Faculté de Médecine, 6, rue Édouard-Detaille, Paris, 17e.

GARNIER (**Charles**), Assistant au Laboratoire de Physique de l'Université de Fribourg (Suisse).

GASCARD (**Albert**), Professeur à l'École de Médecine et de Pharmacie, 33, boulevard Saint-Hilaire, à Rouen (Seine-Inférieure).

GATES (Mlle **Fanny-Cook**), Associate Professor of Physics the Woman's College, à Baltimore, Maryland (États-Unis).

GAULTIER (**G.**), Ingénieur, 14, rue Dumont-d'Urville, Paris, 16e.

GAUMONT, Directeur du Comptoir général de Photographie, 57, rue Saint-Roch, Paris, 1er.

GAUTHIER (**Paul**), Professeur au Lycée de Besançon (Doubs).

GAUTHIER-VILLARS (**Albert**), Imprimeur-Éditeur, ancien Élève de l'École Polytechnique, 55, quai des Grands-Augustins, Paris, 6e.

GAUTIER (**P.**), Constructeur d'instruments de précision, Membre du Bureau des Longitudes, 56, boulevard Arago, Paris, 13e.

GAY (**Jules**), Docteur ès sciences, Examinateur honoraire à l'École militaire de Saint-Cyr, 17, rue de Beauveau, à Versailles (Seine-et-Oise).

GAYON, Correspondant de l'Institut, Profr à la Faculté des Sciences, Dir de la Station agronomique, 7, rue Duffour-Dubergier, à Bordeaux (Gironde).

GEHRKE (**Ernst**), Dr Phil. Privat dozent a. d. Universität, Technischen Hülfsarbeiter a. d. Physikalische Technischen Reichsanstalt, Hornstrasse, 13, Berlin N. 53 (Allemagne).

GEITLER (Dr **Josef-Ritter von**), Professeur Physikalisches Institut der Universität Czernowitz (Autriche).

GENDRON (**Rodolphe**), Préparateur de Physique à l'Institut catholique, 6, rue Gassendi, Paris, 14e.

GEORGIEWSKI (**Nicolas**), Institut technologique, à Saint-Pétersbourg (Russie).

GERARD (**Eric**), Professeur à l'Université, Directeur de l'Institut électrotechnique de Montefiore, 35, rue Saint-Gilles, à Liége (Belgique).

GERNEZ (**Désiré**), Membre de l'Institut, Maître de Conférences honoraire de de l'École Normale supérieure, 80, rue d'Assas, Paris, 6e.

GERSCHUN (**Alexandre**), Laboratoire de Physique de l'École d'Artillerie pour les Officiers de Marine, à Cronstadt (Russie).

GESCHÉ (**Louis**), Chargé de Cours à l'Université de l'État, 3, rue Van Monckhoven, à Gand (Belgique).

GHEURY (**Maurice-Edouard-Joseph**), Cairo House, 16, Ralcaskie Road, Eltham, Kent. Londres (Angleterre).

GHESQUIER (l'abbé), Directeur de l'École des Hautes études industrielles, 13, rue de Toul, à Lille.

GHIRELLI (**Nob. Dott. Giulio**), Piazza S. S. Pietro e Lino 4 via Meravigli, Milano (Italia).

MM.

GIBERT (**Eugène-Louis-Marie**), Chef d'escadron d'Artillerie coloniale, 9*bis*, rue Baudin, à Rochefort (Charente-Inférieure).

GIBERT, Professeur de Physique à l'École Colbert, 146, boulevard Magenta, Paris, 10e.

GILBERT (**Norman-G.**), Ph. Dr, Professor of Physics Darmouth College, Hanover, New-Hampshire (États-Unis).

GIRAN (**Henri**), Maître de Conférences à la Faculté des Sciences, 13, rue École-de-Pharmacie, à Montpellier (Hérault).

GIRARD (**Charles**), Directeur du Laboratoire municipal, 2, rue de la Cité, Paris, 4e.

GIRARDET, Professeur honoraire du Lycée Saint-Louis, 90, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

GIRARDET (**Fernand**), chargé de Cours à l'École supérieure de Pharmacie, 43, rue du Faubourg-Saint-Jean, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

GIRARDIN (l'abbé **Maurice**), Professeur de Physique, 124, rue de la Station, à Mouscron (Belgique).

GIRAULT, Directeur de l'École municipale Lavoisier, 19, rue Denfert-Rochereau, Paris, 5e.

GIVERT (**Arthur**), Profr au Lycée, 10, rue de la Marine, à Caen (Calvados).

GOCKEL (**Albert**), Dr Phil., Professeur à l'Université, Miséricorde, 7, à Fribourg (Suisse).

GODART (**Léon**), Docteur ès sciences, Professeur au Lycée Saint-Louis, 28, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

GODEFROY (l'abbé **L.**), ancien professeur de Chimie à l'Institut catholique.

GODEFROY (**R.-E.**), Professeur à l'École Normale d'Instituteurs de la Seine, 10, rue Molitor, Paris, 16e.

GODRON (**Henri**), Ingénieur des Ponts et Chaussées, 73, rue Crevier, à Rouen (Seine-Inférieure).

GODY (**G.**), Directeur de service au Ministère des Chemins de fer, Postes et et Télégraphes, 15, rue du Viaduc, Bruxelles (Belgique).

GOISOT (**George**), Ingénieur, 10, rue Bélidor, Paris, 17e.

GOLAZ (**L.**), Constructeur d'instruments à l'usage des Sciences, 25 *bis*, avenue de Montsouris, Paris, 14e.

GOLDHAMMER (**Démétrius**), Professeur de Physique à l'Université de Kasan (Russie).

GOLDSCHMIDT (**Robert**), Docteur ès sciences chimiques, 54, avenue des Arts, à Bruxelles (Belgique).

GOLOUBITZKI (**Paul**), Collaborateur de la Société des Amis des Sciences de Moscou, à Kalouga Faroussa (Russie).

GONZALEZ (**Quijano**), Dr en Médecine, à Port-Saint-Père (Loire-Inférieure).

GOODSPEED (**Arthur-Millis**), A. B.; Ph. Dr Professor of Physics, Laboratory of Physics University of Pennsylvania, W. Philadelphia, Pennsylvania (États-Unis).

GORSSE, Professeur au Collège Rollin, 19, rue Nollet, Paris, 17e.

GORTON (Dr **Frederick-R.**), Dr à Ypsilanti, Michigan (États-Unis).

MM.

GOSSART (**Émile**), Professeur à la Faculté des Sciences, 68, rue Eugène-Ténot, à Bordeaux (Gironde).

GOSSE. Ingénieur des Arts et Manufactures, attaché à la Maison Poulenc, 7, rue de la Cerisaie, Paris, 4e.

GOUPIL (**Émile**), Ingénieur des Arts et Manufactures, à La Praz, par Modane (Savoie).

GOURÉ DE VILLEMONTÉE (**Gustave**), Docteur ès sciences, professeur au Lycée Buffon, 31, rue de Poissy, Paris, 5e.

GOURGUECHON (**Georges**), Ingénieur au Corps des Mines, Chef du Service des Mines de la Régence de Tunis, 17, rue Es Sadikia, à Tunis (Tunisie).

GOUY (**G.**), Correspondant de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences de Lyon (Rhône).

GRADENWITZ (**Alfred**), Docteur ès sciences, 25, Körnestrasse, Berlin W. 35 (Allemagne).

GRAETZ (**Léo de**), Dr Phil., Professeur à l'Université, Arcisstrasse, 8, à Munich (Bavière).

GRAMONT (**Arnaud de**), Dr ès sciences physiques, 179, rue de l'Université, Paris, 7e.

GRANQVIST (**Per-Gustav-David**), Professeur à l'Université d'Upsal (Suède).

GRASSI (**Francesco**), Professeur d'Electrotechnique à la Société d'Incoraggiamento d'Arti e Mestieri, 2, via Bossi, à Milan (Italie).

GRAU (**Félix**), Professeur au Lycée de Reims.

GRAVET DE LA BUFFIÈRE (**Joseph**), Capitaine adjudant-major au 37e régiment d'artillerie, 18 *bis*, boulevard de l'Arsenal, à Bourges (Cher).

GRAY (**Robert Kaye**), Ingénieur électricien de l'India-Rubber, Gutta-Percha and Telegraph Works Co, Silvertown, Essex, à Londres (Angleterre).

GREENSTREET (**William-John**), M. A.; F. R. A. S. Headmaster Marling School, Stroud, Glos. (Angleterre).

GREFFE (**E.**), Professeur au Lycée Henri IV, 2, rue Leneveux, Paris, 5e

GRÉHANT (Dr), Professeur de Physiologie générale au Muséum, 90, cours de Vincennes, Paris, 12e.

GRENET (**Louis**), Ingénieur civil des Mines, 25, route de Paris, à Montluçon (Allier).

GREYSON DE SCHOLDT, Ingénieur, 15, avenue Prince-Albert, à Namur (Belgique).

GRIMALDI (**Giovan Petro**), Docteur ès sciences physiques, Directeur du Laboratoire et Professeur de Physique à l'Université Royale, 25, Via Androne, Catania, Sicile (Italie).

GRIPON, Professeur honoraire à la Faculté des Sciences, 12, rue du Mont-Thabor, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

GRIVEAUX (**F.**), Professeur au Lycée Ampère, à Lyon (Rhône).

GRIVOLAS (**Claude**), Ingénieur civil, Administrateur délégué de la Compagnie française d'Appareillage électrique, 16, rue Montgolfier, Paris, 3e.

GROGNOT (**L.**), Ingénieur chimiste, 18, rue Labat, Paris, 18e.

GROOT (le P. **L.-Th. de**), Canisius College, Nymegen (Hollande).

MM.

GROSSELIN, Vice-Président de la Société internationale des Électriciens, Ingénieur civil des Mines, 69, avenue Henri-Martin, Paris, 16e.

GROSSETESTE (**William**), Ingénieur civil, 67, avenue Malakoff, Paris, 16e.

GROUVELLE, Ingénieur, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures, 18, avenue de l'Observatoire, Paris, 6e.

GRUNER (**Paul**), Professeur de Physique à l'Université Lindenrain, 3, à Berne (Suisse).

GUCCIA (**G.-B.**), Professeur de Géométrie supérieure à l'Université de Palerme, Directeur des *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 30, via Ruggiero Settimo, à Palerme (Italie).

GUEBHARD (Dr **Adrien**), Agrégé des Facultés de Médecine, 4, rue de l'Abbé-de-l'Épée, Paris, et à Saint-Vallier-de-Thiey (Alpes-Maritimes).

GUERBY (**A.**), Professeur en retraite, à Grasse (Alpes-Maritimes).

GUERBY, Professeur au Lycée, 18, rue Sommeilière, à Annecy (Haute-Savoie).

GUÉRIN (**Georges**), Docteur en Médecine, Licencié ès sciences, 70, avenue Kléber, Paris, 16e.

GUÉROULT (**Georges**), ancien Inspecteur des finances, Trésorier-Payeur général honoraire, 7, square Alboni, Paris, 16e.

GUERPILLON (**A.**), Professeur au Lycée de Toulouse (Haute-Garonne).

GUGLIELMO (**Giovanni**), Professeur de Physique à l'Université Royale, Cagliari (Italie).

GUILLAUME (**Ch.-Ed.**), Docteur ès sciences, Directeur adjoint du Bureau international des Poids et Mesures, au Pavillon de Breteuil, à Sèvres (Seine-et-Oise).

GUILLAUME (**Édouard**), Professeur, Eidmattstrasse 60, à Zurich. V (Suisse).

GUILLEMINOT, Docteur en Médecine, 13, chaussée de la Muette, Paris, 16e.

GUILLET, Secrétaire de la Faculté des Sciences, 158, rue St-Jacques, Paris, 5e.

GUILLIN (**Louis**), Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences de Besançon (Doubs).

GUILLOZ (Dr **Th.**), Agrégé, Chef des travaux du Laboratoire de Physique médicale à la Faculté de Médecine, 24, place de la Carrière, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

GUINARD (**A.**), Armurier, 8, avenue de l'Opéra, Paris, 1er.

GUINCHANT (**J.**), Professeur adjoint à la Faculté des Sciences, 166, rue Saint-Jean, à Caen (Calvados).

GUNTZ, Professeur à la Faculté des Sciences, 9, rue Hermite, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

GUTTON (**Camille**), Maître de Conférences à la Faculté des Sciences, 14, rue du Grand-Verger, Nancy (Meurthe-et-Moselle).

GUYE (**Ch.-Ed.**), Docteur ès sciences, Professeur de Physique à l'Université, 41, route de Chêne, à Genève (Suisse).

GUYE (**Philippe-A.**), Docteur ès sciences, Professeur de Chimie à l'Université, 3, Chemin des Cottages, à Genève (Suisse).

MM.

HAAG, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Professeur à l'École des Ponts et Chaussées et à l'École Polytechnique, 11 *bis*, rue Chardin, Paris.

HAAS (**Marc de**), Dr Professeur de Physique à l'École Polytechnique de Delft (Hollande).

HADAMARD (**Jacques**), Professeur-adjoint à la Faculté des Sciences, 25, rue Humbolt, Paris, 14e.

HAGENBACH-BISCHOFF, Professeur à l'Université, 20, Missionstrasse, à Bâle (Suisse).

HAGENBACH (**Auguste**), Docteur Professeur, Missionstrasse, 18, à Bâle (Suisse).

HALE (**George-E.**), Directeur de l'Observatoire solaire, Mount Wilson, California (États-Unis).

HALLER (**A.**), Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, 10, rue Vauquelin, Paris, 5e.

HAMILTON (**George-A.**), Ingénieur électricien, 532, Morris Av., Elizabeth New-Jersey (États-Unis).

HAMY (**Maurice**), Astronome titulaire à l'Observatoire, 3, rue Humboldt, Paris, 14e.

HANRIOT (**Th.**), ancien Recteur des Ardennes, Professeur honoraire de Physique de la Faculté des Sciences de Lille, 6, rue Pichon, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

HARET, Docteur en Médecine, 8, rue Pierre-Haret, Paris, 9e.

HARKER (Dr **John-Allen**), The National Physical Laboratory, Teddington, Middlesex (Angleterre).

HARTMANN (**Louis**), Lieutenant-Colonel d'artillerie en retraite, 16, rue Pasteur, au Vésinet (Seine-et-Oise).

HASENÖHRL (**Fritz**), Dr Privat-docent de Physique à l'Universite, IX, Borsckegasse, 4, à Vienne (Autriche).

HAUDIÉ (**Edgard**), Professeur à l'École navale, 88 *bis*, rue de Paris, à Brest (Finistère).

HAUDIÉ (Mme), Professeur en retraite, 88, rue de Paris, à Brest (Finistère).

HEEN (**Pierre de**), Membre de l'Académie Royale, Directeur de l'Institut de Physique, 9, rue Momilphe, à Liége (Belgique).

HEGER (**Paul**), Professeur de Physiologie, Institut Solvay (Parc Léopold), Bruxelles (Belgique).

HELLE (**Alfred**), Chimiste à la Rhenania, à Stolberg, près Aix-la-Chapelle (Allemagne).

HELLER (**Richard-Ch.**), Ingénieur, 18, cité Trévise, Paris, 9e.

HEMARDINQUER (**Ch.**), Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences, 7, rue de la Cerisaie, Paris, 4e.

HEMPTINNE (**Alexandre de**), 56, rue de la Vallée, à Gand (Belgique).

HEMSALECH (**G.-A.**), Fellow of Owens College, à Manchester (Angleterre).

HENRY (**Aimé**), Professeur au Lycée, 56, rue Clovis, à Reims (Marne).

HENRY (**Alfred**), Ingénieur de la Raffinerie A. Sommier et Cie, 145, rue de Flandre, Paris.

MM.

HENRY (**Édouard**), Professeur de Physique au Lycée, 28, rue Capitaine-Lefort, à Lorient (Morbihan).

HENRY (**Louis d'**), Ingénieur chimiste et électricien, 6, boulevard de Port-Royal, Paris, 5e.

HENRI (**Victor**), Préparateur de Physiologie à la Faculté des Sciences, 13, rue du Val-de-Grâce, Paris, 5e.

HEPITES (**Stefan**), Directeur de l'Institut météorologique à Bucarest (Roumanie).

HERMANN (**A.**), Libraire-Éditeur, 8, rue de la Sorbonne, Paris, 5e.

HERNANDEZ (**Pedro**), Professeur de l'Instruction primaire et secondaire, apartado 75, Morella Michoacan (Mexique),

HERSE (**Charles-Alexandre**), Professeur au Collège, 12, rue du Beffroi, à Soissons (Aisne).

HESEHUS (**N.**), Professeur à l'Institut technologique de l'Empereur Nicolas I, à Saint-Pétersbourg (Russie).

HILL (**Bruce-V.**), Dr Phil. (Berlin), Acting Professor of Physics, University of Kansas, Lawrence, Kansas (États-Unis).

HILLAIRET (**André**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 22, rue Vicq-d'Azir, Paris, 10e.

HOCFIZ (**Mohammed**), Ingénieur à Mansourah (Égypte).

HOLLARD (**Auguste**), Chef du Laboratoire central des usines de la Cie française des Métaux, 72, rue de la Gare, à Saint-Denis (Seine).

HOMEN (**Théodore**), Professeur à l'Université d'Helsingfors (Finlande).

HONDA (**Kotaro**), Professeur à l'Université de Tokio (Japon).

HONDL (**Stanko**). Dr en Ph., Professeur au Gymnase, Professeur agrégé à l'Université, Raineroval ul, 17, à Agram (Hongrie).

HONORÉ, Collège Saint-Joseph, à Trichinopoly (Madras) (Indes Anglaises).

HORLOCH (**Arthur-Illyd-Water**), B. A. Oxford, Woolwich Polytechnic, à Woolwich (Angleterre).

HOSPITALIER, Ingénieur des Arts et Manufactures, Professeur à l'École de Physique et de Chimie industrielles de la Ville de Paris, 87, boulevard Saint-Michel, Paris, 5e.

HOSTEIN, Châlet Saint-Henri, Chemin du Petit-Juas, à Cannes (Alpes-Maritimes).

HOULLEVIGUE, Professeur à la Faculté des Sciences, 2, rue de l'Obélisque, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

HOWE (**Henry M.**), Professeur de Métallurgie à Columbia University. 27, West 73rd Street, New-York City (États-Unis).

HUBERT (**Herman**), Inspecteur général des Mines, Professeur à l'Université, 68, rue Fabry, à Liége (Belgique).

HUDELO, Répétiteur à l'École centrale, 10, rue Saint-Louis-en-l'Ile, Paris, 4e.

HUET (**Ernest**), Docteur en Médecine, 21, rue Jacob, Paris, 6e.

HURIAU (**Gaëtan**), Ingénieur aux Usines à gaz et électricité de Dunkerque, Coudekerque-Branche (Nord).

MM.

HURION, Professeur à la Faculté des Sciences, boulevard de Brosses, à Dijon (Côte-d'Or).

HURMUZESCU (**Dragomir**), Docteur ès sciences, Professeur à la Faculté des Sciences de Jassy (Roumanie).

HUSSON (**Léon**), Directeur de l'*Eastern Extension Telegraph C°*, à Foochow (Chine).

HUTIN (**Maurice**), Ingénieur des Ponts et Chaussées, 73, rue de Maubeuge, Paris, 9e.

ICOLE (**Léon**), Profr au Lycée, 2, rue de la Cathédrale, à Nevers (Nièvre).

IMBAULT (**G.**), Censeur du Lycée de Nantes (Loire-Inférieure).

IMBER, ancien Directeur des études à l'École centrale des Arts et Manufactures, Membre du Conseil de perfectionnement, 2, place Voltaire, Paris, 11e.

IMBERT (**Armand**), Professeur de Physique à la Faculté de Médecine de Montpellier (Hérault).

INDRIKSON (**Théodore**), Assistant à l'Institut de Physique de l'Université impériale, à Saint-Pétersbourg (Russie).

INFREVILLE (**Georges d'**), Ex-Électricien de la *Western Union Telegraph C°*, Expert de la *National Bell Telephone C°*, 110, Liberty street, à New-York (États-Unis).

INFROIT (**Charles**), Directeur du service de la radiographie de la Salpêtrière, 8, rue des Saints-Pères, Paris, 6e.

IRAGUE (**Julien**), Professeur de Physique au Lycée de Bordeaux (Gironde).

IVANOFF (**Constantin**), Assistant de Physique à l'Université d'Odessa (Russie).

IVES (**James-Edmund**), Assistant Professor of Physics University of Cincinnati, Ohio (États-Unis)

IZARN (**Joseph**), Professeur au Lycée Pascal, 34, rue Bansac, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).

JACOBS (**Fernand**), Président de la Société belge d'Astronomie, 21, rue des Chevaliers, à Bruxelles (Belgique).

JAGER (**Gustav**), Docteur, Professeur de Physique « Technische Hochschule », Vienne (Autriche).

JAMBART (**J.**), Profr au Lycée, 40, avenue St-Roch, à Valenciennes (Nord).

JANET (**Paul**), Professeur à la Faculté des Sciences, Directeur du Laboratoire central et de l'École supérieure d'Électricité, 8, rue du Four, Paris, 6e.

JANSSEN, Membre de l'Institut, Directeur de l'Observatoire d'Astronomie physique, à Meudon (Seine-et-Oise).

JAPY (**Paul-Albert-Jean-Émile**), Ingénieur des Arts et Manufactures, à Berne, par Seloncourt (Doubs).

JAQUEROD (**Adrien**), Docteur ès sciences à la Faculté des Sciences de Neuchâtel (Suisse).

JARDIN, Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences de Marseille (Bouches-du-Rhône).

MM.

JARIAS (**Germain-Mathieu**), Chargé de Cours, 50, boulevard Barbanègre, à Pau (Basses-Pyrénées).

JARRE (**L.-M.**), Ingénieur électricien, anciennement attaché à la Maison Sautter, Harlé et Cie, 9, rue Louis-le-Grand, Paris, 2e.

JAUBERT (**Georges**), Docteur ès sciences, 155, boulevard Malesherbes, Paris, 17e.

JAUMANN (Dr **Gustav**), Professeur de Physique à l'École Polytechnique, à Brünn (Autriche).

JAVAL (**Jean**), Membre du Conseil général de l'Yonne, 45, rue de Boulainvilliers, Paris, 16e.

JAVAUX (**Émile**), Administrateur-Directeur de la Société Gramme, 130, boulevard Pereire, Paris, 17e.

JEANS (**J.-B.**), Professor of Applied Matematics Princeton University, Princeton New-Jersey (États-Unis).

JÉNOT, Profr honoraire au Collège Rollin, 11, rue Caulaincourt, Paris, 18e.

JOANNIS (l'abbé **Joseph de**), Licencié ès sciences physiques et mathématiques, 7, rue Coëtlogon, Paris, 6e.

JOB, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Toulouse (Haute-Garonne).

JOBIN (**A.**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Constructeur d'instruments de précision, successeur de M. Léon Laurent, 21, rue de l'Odéon, Paris, 6e.

JOLY (**A.**), Professeur au Lycée de Toulouse (Haute-Garonne).

JOLY (**Louis**), ancien Élève de l'École Polytechnique, 20, rue Delambre, Paris, 14e.

JORDAN (**Charles**), Dr ès sciences, 1, Lisznyai Utca 15, à Budapest (Hongrie).

JOSEPH (**Paul**), ancien Élève de l'École Polytechnique, à l'île d'Yeu (Vendée).

JOUBERT, Insp^r général de l'Instruction publique, 67, rue Violet, Paris, 15e.

JOUBIN, Doyen de la Faculté des Sciences de Grenoble (Isère).

JOYE (**Paul**), Assistant au Laboratoire de Physique de l'Université de Fribourg (Suisse).

JOYEUX (**Eugène**), 10, avenue de Bellevue, à Sèvres (Seine-et-Oise).

JUDIC (**Georges**), Ingénieur électricien, 26, rue Tourlaque, Paris, 18e.

JULIUS (**Willem-Henri**), Docteur ès sciences, Professeur de Physique à l'Université, Witterouwensigel, 18, à Utrecht (Hollande).

JUNGFLEISCH (**E.**), Professeur à l'École supérieure de Pharmacie, 74, rue du Cherche-Midi, Paris, 6e.

JUPPONT (**Pierre**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 55, allée Lafayette, à Toulouse (Haute-Garonne).

JUSTO Y SANCHEZ-BLANCO (**Manuel de**), Ingénieur, Docteur ès sciences, Professeur à l'École supérieure des Arts et Métiers, Prado 27-2, à Madrid (Espagne).

KAPOUSTINE (**Théodore**), Professeur de Physique à l'Université de Tomsk (Sibérie).

MM.

KARPEN (**Vasilescu**), Ingénieur, Docteur ès Sciences, 11, rue Jules-Michelet, à Bucarest (Roumanie).

KEATING-HART (**de**), Docteur en médecine, 5, boulevard Notre-Dame, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

KELVIN (**Lord**), F. R. S., Professeur à l'Université de Glascow, Netherhall, Largs, Ayrshire (Ecosse), 15, Eaton Place, Londres, S. W. (Angleterre).

KERNTLER (**François**), Directeur de la Société du tunnel de Budapest, rue d'Albrecht, à Budapest II (Hongrie).

KIMBALL (**Arthur-Lalanne**), Dr Phil., John Hopkins University, Professor of Physics, Amherst College, Amherst, Mass. (États-Unis).

KLOTZ (**Henri**), 18, place Vendôme, Paris.

KLUPATHY (**Ienö**), Docteur ès sciences, Professeur à l'Université, VII Rottenbiller uteza, 33, à Budapest (Hongrie).

KNOLL, Préparateur de Physique au Lycée Louis-le-Grand, 123, rue Saint-Jacques, Paris, 5e.

KOCH (**René-Charles-Jean-François-Jules**), Ingénieur civil, 4, rue Férou, Paris, 6e.

KŒCHLIN (**Horace**), Chimiste, 19, avenue du Mont-Riboudet, à Rouen (Seine-Inférieure).

KOHLRAUSCH (**Friedrich**), Docteur Président A. D. der Physikalische Technische Reichsanstalt, Marburg (Bezirk-Cassel) (Allemagne).

KOLOWRAT, Licencié ès Sciences, 64, rue Saint-Louis-en-l'Ile, Paris, 4e.

KORDA (**Désiré**), Administrateur de la Société française d'électricité A. E. G., 15, rue Ambroise-Thomas, Paris, 9e.

KOROLKOFF (**Alexis**), Colonel d'Artillerie russe, Professeur de Physique à l'Académie d'Artillerie de Saint-Pétersbourg (Russie).

KOUSTOVSKY (**Mitrophan**), Professeur au gymnase russe, Russie Mariopol, mer d'Azow.

KOWALSKI (**E.**), Professeur à l'École supérieure du Commerce et de l'Industrie, 18, rue d'Alzon, à Bordeaux (Gironde).

KOWALSKI (**Joseph de**), Professeur à l'Université de Fribourg (Suisse).

KROUCHKOLL, Docteur ès sciences et Docteur en Médecine, Chef des Travaux pratiques de Physique à la Faculté des Sciences, 150, avenue Wagram, Paris, 17e.

KUCERA (**Bohumil**), Dr Phil., Professeur-adjoint à l'Université tchèque, Laboratoire de Physique, à Prague (Bohême).

KUNTZMANN (**Louis**), Professeur au Collège, 1, rue Gambetta, à Pont-à-Mousson (Meurthe-et-Moselle).

LABBÉ (**Albert**), à Lonlay-l'Abbaye, par Domfront (Orne).

LABORATOIRE DE PHYSIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE GENÈVE (Suisse).

LABORATOIRE DE PHYSIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE FRIBOURG, Pérolles-Fribourg (Suisse).

LABORATOIRE D'ESSAIS du Conservatoire des Arts et Métiers, 292, rue Saint-Martin, Paris.

MM.

LACOUR (**Alfred**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur civil des Mines, 60, rue Ampère, Paris, 17e.

LACROIX (**Paul**), Directeur de la Compagnie Universelle d'Acétylène, 36, rue de Châteaudun, Paris, 9e.

LADENBURGH (**Erich**), Dr Phil., Assistant de Physique, Institut der Techn. Hochschule, Schlüterstrasse, 30, à Charlottenburg (Allemagne).

LAFAY, Capitaine d'Artillerie (**A.**), Professeur à l'École Polytechnique, 71, avenue Victor-Hugo, à Vanves (Seine).

LAFFARGUE (**Joseph**), Ingénieur électricien, 138, boulevard Magenta, Paris, 10e.

LAFLAMME (Mgr), Membre de la Société géologique de France, Recteur de l'Université Laval, Québec (Canada).

LAISNEZ (**l'Abbé**), ancien Professeur, 151, rue Blomet, Paris, 15e.

LALA (**Ulysse**), Docteur ès sciences, Chef des Travaux de Physique à la Faculté des Sciences, Professeur de Mécanique et de Physique à l'École des Beaux-Arts et des Sciences Industrielles, 16, boulevard de Strasbourg, à Toulouse (Haute-Garonne).

LALLEMAND (**Charles**), Ingénieur en chef des Mines, Direction du nivellement général de la France, Membre du Bureau des Longitudes, 66, boulevard Émile-Augier, Paris, 16e.

LAMBERT (**Pierre**), Ingénieur, 5, rue de la Tour-des-Dames, Paris, 9e.

LAMIRAND, Prof^r au Lycée Saint-Louis, 52, boul. Saint-Jacques, Paris, 14e.

LAMOTTE (**Marcel**), Professeur adjoint à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand, boulevard Pasteur, Chamalières (Puy-de-Dôme).

LAMPA (**A.**), Professeur à l'Université, Rieglergasse, 5, à Vienne (Autriche).

LANCE (Mlle), Préparatrice au Lycée Fénelon, 45, rue Saint-André-des-Arts, Paris, 6e.

LANCELOT (**J.**), Constructeur d'instruments d'acoustique, 70, avenue du Maine, Paris, 14e.

LANDRIN, ancien Élève de l'École Polytechnique, 127, boulevard Malesherbes, Paris, 17e.

LANG (**Victor von**), Professeur à l'Université de Vienne (Autriche).

LANGEVIN (**P.**), Professeur adjoint au Collège de France, 58, rue Boucicaut, à Fontenay-aux-Roses (Seine).

LANIÈS, Professeur au Lycée de Toulouse (Haute-Garonne).

LAPORTE, Ingénieur civil des Mines, ancien Élève de l'École Polytechnique, Chef des Travaux au Laboratoire central d'Électricité, 2, rue Saint-Simon, Paris, 7e.

LAPRESTÉ, Professeur au Lycée Buffon, 7, rue Nicolas-Charlet, Paris, 15e.

LARMOR (**Joseph**), Lucasian Professor of Mathematics Saint-John's College, Cambridge (Angleterre).

LARMOR (**Alexander**), M. A. Professor of Natural Philosophy, Magee College Londonderry (Irlande).

LAROCHE (**Félix**), Inspecteur général des Ponts et Chaussées en retraite, 110, avenue Wagram, Paris, 17e.

MM.

LAROUSSE (**Auguste**), Professeur au Lycée, 31, rue du Bastion, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

LASSERRE, Professeur au Lycée, 39, rue Daguerre, à Alger (Algérie).

LATOUR, Professeur honoraire, 9, rue Daillière, à Angers (Maine-et-Loire).

LAURENT (**Léon**), ancien Constructeur d'instruments d'Optique, 21, rue de l'Odéon, Paris, 14e.

LAURIOL (**Pierre**), Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, 278, boulevard Raspail, Paris, 6e.

LAVIÈVILLE (**Augustin**), Inspecteur honoraire de l'Académie de Paris, 3, rue Legoff, Paris, 5e.

LAWTON (**George-Fleetwood**), Ingénieur-Directeur de l'*Eastern Telegraph C*e, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

LEBEDEW (**Jean**), Adjoint à l'Académie de Médecine de Saint-Pétersbourg (Russie).

LE BEL (**J.-A**), ancien Président de la Société chimique, 250, rue Saint-Jacques, Paris, 5e.

LEBERT (**Louis-Eugène**), Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, à Vannes (Morbihan).

LEBEUF (**Auguste-Victor**), Directeur de l'Observatoire National de Besançon (Doubs).

LEBLANC (**Maurice**), ancien Élève de l'École Polytechnique, 1, avenue de Bouflers, villa Montmorency, Paris, 16e.

LE BON (Dr **G.**), 29, rue Vignon, Paris, 8e.

LE CADET (**Georges**), Docteur ès sciences, Vice-Directeur de l'Observatoire central et du Service magnétique et météorologique de l'Indo-Chine, à Phu Lien (Tonkin).

LECAT, Professeur au Lycée Janson-de-Sailly, 7, rue Gustave-Courbet, Paris, 16e.

LE CHATELIER (**André**), Ingénieur en chef de la Marine, 331, rue Paradis, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

LE CHATELIER (**Henry**), Ingénieur des Mines, Professeur au Collège de France et à l'École des Mines, 73, rue Notre-Dame-des-Champs, Paris, 6e.

LE CHATELIER (**Louis**), Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, 7, rue du Regard, Paris, 6e.

LECHER (Dr **Ernst**), Professeur à l'Université de Prague (Autriche).

LECOIN, Professeur au Lycée, 80, rue Asselin, à Cherbourg (Manche).

LEDUC (**A.**), Professeur adjoint à la Faculté des Sciences, 84, boulevard Saint-Michel, Paris, 6e.

LEDUC (Dr **Stéphane**), Professeur à l'École de Médecine, 5, quai de la Fosse, à Nantes (Loire-Inférieure).

LEFEBVRE (**Eugène**), Professeur honoraire, 2, rue des Réservoirs, à Versailles et à Menotey (Jura).

LEFEBVRE (**Léon**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 30, boulevard Beaumarchais, Paris.

LEFEBVRE (**Pierre**), Professeur au Lycée, 10, rue de Noailles, à Versailles (Seine-et-Oise).

MM.

LEFÈVRE (**Z.-H.-D.**), Préparateur de Physique au Lycée, 10, rue Frédéric-Petit, à Amiens (Somme).

LEHMANN (**Théodore**), Ingénieur de la Société alsacienne de constructions mécaniques, à Belfort (Territoire de Belfort).

LEIGH (**Ch.-D.-E.**), The Victoria University of Manchester (Angleterre).

LEJEUNE (Dr **Louis**), Médecin électricien, 1, rue des Urbanites, à Liége (Belgique).

LEMERAY (**Maurice**), Licencié ès sciences mathématiques et physiques, Ingénieur civil, 51, boulevard de l'Océan, à Saint-Nazaire (Loire-Inférieure).

LEMOINE (**Émile**), Chef honoraire du Service de la vérification du gaz, 4, boulevard de Vaugirard, à Paris, 14e.

LEMOINE (**Constant**), Professeur au Lycée de Brest (Finistère).

LEMOINE (**Georges**), Membre de l'Institut, Inspecteur général des Ponts et Chaussées, Professeur à l'École Polytechnique, 76, rue Notre-Dame-des-Champs, Paris, 6e.

LEMOINE (**Jules**), Professeur au Lycée Louis-le-Grand, 46, boulevard Port-Royal, Paris, 5e.

LENARD (**Philippe**), Docteur en Pharmacie et Médecine, Professeur à l'Université, Niemannsweg, 22, à Kiel (Allemagne).

LENOIR (**Léon**), Professeur de Physique au Lycée, 10, rue de l'Ecusson, à Alençon (Orne).

LEPERCQ (**Gaston**), Professeur de Chimie à la Faculté libre, 3, rue Martin, à Lyon (Rhône).

LE POUPON (**Ferdinand**), Professeur de Physique au Collège d'Argentan (Orne).

LEQUEUX (**P.**), Ingr des Arts et Manufactures, 64, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

LERAY (l'abbé), 14, rue de l'Archevêché, à Conflans-Charenton (Seine).

LERMANTOFF, Professeur de Physique de l'Université de Saint-Pétersbourg (Russie).

LEROY (**J.**), Professeur au Lycée Michelet, 245, boulevard Raspail, Paris, 14e.

LESAGE (**Auguste**), Professeur au Lycée, 23, rue Grande-Montaboulin, à Châteauroux (Indre).

LESLIE MANN (**Herbert**), Associate of the Royal College of Science London St Denys « Shooters Hill » (Angleterre).

LESOBRE, Professeur au Collège, 13, rue Crévoulin, à Melun (Seine-et-Marne).

LÉTANG (Dr **Marc**), à l'Essart, par Poitiers (Vienne).

LETELLIER (**Albert-Eustache**), Professeur au Lycée, 53, rue James Cane, à Tours (Indre-et-Loire).

LEUILLIEUX (Dr), Médecin de la Compagnie des Chemins de fer de l'Ouest, 32, rue de Ballon, Le Mans (Sarthe).

LÉVESQUE (Lieutenant), Section de Géodésie du Service géographique de l'Armée, 140, rue de Grenelle, Paris, 7e.

LÉVY (**Armand**), Professeur de Physique, 9, rue du Lycée, à Besançon (Doubs).

LEVY (**Michel**), Membre de l'Institut, 26, rue Spontini, Paris, 16e.

LEYMARIE, Professeur au Lycée d'Évreux (Eure).

MM.

LHUILLIER, Professeur au Lycée, Directeur de l'Observatoire météorologique du Petit-Port, 15, passage Saint-Yves, à Nantes (Loire-Inférieure).

LIBRARY OF UNIVERSITY OF PENNSYLVANIA, à Philadelphie (États-Unis).

LIÉNARD (**Alfred-Marie**), Ingénieur des Mines, Professeur à l'École des Mines, 29, rue République, à Saint-Étienne (Loire).

LIMB (**Claudius**), Docteur ès sciences, Ingénieur-Conseil, 11, quai de l'Archevêché, à Lyon (Rhône).

LINARDOS (**Georges**), Ingénieur industriel, Diplômé de l'École des Ponts et Chaussées de Paris, 2, rue Glavany, à Constantinople (Turquie).

LIPPICH (**Fr.**), Professeur à l'Université de Prague (Autriche).

LIPPMANN, Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, 10, rue de l'Éperon, Paris, 6e.

LOCHERER. Ingénieur des Ponts et Chaussées, 45, rue Ampère, Paris, 17e.

LŒWY (**Maurice**), Membre de l'Institut, Directeur de l'Observatoire national de Paris.

LOISELEUR, Chargé de cours de Sciences au Lycée, 11, rue Desfourniel, à Bordeaux (Gironde).

LORENTZ (**Hendrik-Antoon**), Professeur à l'Université, 48, Hovigracht, à Leiden (Hollande).

LORION, Professeur au Lycée Gay-Lussac, à Limoges (Haute-Vienne).

LOUGUININE (**W.**), Docteur honoraire, Professeur de Thermochimie à l'Université de Moscou.

LOUVET (**Edouard**), Élève libre à l'École des Mines, 49, rue de Vaugirard, Paris, 6e.

LUBOSLAWSKI (**Gennady**), Professeur de Physique et de Météorologie à l'Institut Impérial forestier, à Saint-Pétersbourg (Russie).

LUCAS (Le R. P. **J.-D.**), S. I., Professeur à la Faculté des Sciences, Collège Notre-Dame-de-la-Paix, à Namur (Belgique).

LUGOL (**Paul**), Professeur au Lycée Saint-Louis, 6, rue Toullier, Paris, 5e.

LUMIÈRE (**Auguste**), Ingénieur-Chimiste, cours Gambetta, à Monplaisir (Lyon) (Rhône).

LUMIÈRE (**Louis**), Ingénieur-Chimiste, cours Gambetta, à Monplaisir (Lyon) (Rhône).

LUSSANA (**Silvio**), Docteur ès sciences, Directeur de l'Institut physique de l'Université de Sienne (Italie).

LYMAN (**Theodore**), Ph. Dr, Instructor of Physics Harward University, Jefferson Laboratory, Harward College, Cambridge, Mass. (États-Unis).

LYON (**Gustave**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur civil des Mines, Industriel, 22, rue Rochechouart, Paris, 9e.

MACALUSO (**D.**), Docteur, Professeur à l'Université de Palerme (Italie).

MACDONALD (**Hector-Munro**), F. R. S., Professor of Mathematics in University of Aberdeen, 33 College Bounds, Old Aberdeen (Angleterre).

MACH (Dr **ERNST**), Professeur de Physique à l'Université, XVIII, Gersthoferstrasse, Vienne (Autriche).

MM.

MAC LENNAN, Professeur à l'Université de Toronto, province d'Ontario (Canada).

MACQUET (**Auguste**), Ingénieur au Corps des Mines, Directeur de l'École provinciale d'Industrie et des Mines du Hainaut, 22, boulevard Dolez, à Mons (Belgique).

MADAMET, Directeur des Forges et Chantiers de la Méditerranée, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

MADARIAGA (**Jose de**), Ingénieur des Mines, 18, rue Zurbano, à Madrid (Espagne).

MAIGRET (Dr), 86, avenue de la République, à Montrouge (Seine).

MAILLY (**Paul-Marc**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Directeur de la Société anonyme d'Explosifs et de Produits chimiques, à Villafranca in Lunigiana (Italie).

MAISONOBE, Capitaine d'Artillerie, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).

MAJORANA (**Quirino**), Istituto fisico della Universita, à Rome (Italie).

MALASSEZ, Préparateur à la Faculté des Sciences, 166, boulevard Saint-Germain, Paris, 7e.

MALCLÈS, Préparateur à la Faculté des Sciences, 34, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

MALDINEY (**J.**), Professeur à l'École de Médecine et de Pharmacie, Chef des Travaux de Physique à la Faculté des Sciences, 32, rue Mégevand, à Besançon (Doubs).

MALLARD (**Henri**), Lieutenant au 2e régiment d'Artillerie, 17, rue Lesdiguières, à Grenoble (Isère).

MALLAT (l'abbé **Jean**), 75, rue de Laseppe, à Bordeaux (Gironde).

MALOSSE, Professeur à l'École de Médecine d'Alger (Algérie).

MALTÉZOS, Docteur ès sciences, 129, rue Solon, à Athènes (Grèce).

MAMY (**J.**), Professeur au Lycée, 15, rue Thibaudeau, à Poitiers (Vienne).

MANEUVRIER, Directeur adjoint du Laboratoire des Recherches physiques, à la Sorbonne, Paris, 5e.

MANNA (**Dott. Salvatore**), Medico dell' Ospedale di S. M. della Pace, Direttore dell' Istituto di terapia fisica di Napoli, Consulente dell' Ospedale civile di Marcianise, Magellina, 156 (P. P. Nob.), Napoli (Italie).

MANVILLE (**Octave**), Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences de Bordeaux (Gironde).

MANY, Professeur de Physique à l'École des Ponts et Chaussées, à Bucarest (Roumanie).

MARAGE (**Dr**), Docteur ès sciences, 14, rue Duphot, Paris, 1er.

MARCHIS, Professeur adjoint à la Faculté des Sciences, 106, rue Mazarin, à Bordeaux (Gironde).

MARIE, Préparateur de Physique au Lycée Charlemagne, 5, rue Basse-des-Carmes, Paris.

MARIE (Dr **Th.**), Professeur à la Faculté de Médecine et de Pharmacie, 11, rue de Rémusat, à Toulouse (Haute-Garonne).

MARSAL (**P.**), Professeur au Lycée, 27, rue Sigisbert-Adam, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

MM.

MARTIN (**Georges**), Ingénieur de la Station d'Éclairage électrique, 67, rue Rousseau, à Bar-le-Duc (Meuse).

MARTINET (**E.**), Professeur au Lycée Janson-de-Sailly, 16, rue Gustave-Zedé, Paris.

MASCART, Membre de l'Institut, Professeur au Collège de France, 16, rue Christophe-Colomb, Paris, 8e.

MASCART (**Auguste**), Professeur au Collège Courbet, à Abbeville (Somme).

MASSE (**Maurice**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur civil des Mines, place de l'Église-du-Vœu, à Nice (Alpes-Maritimes).

MASSIN, Ingénieur des Télégraphes, 61, rue de Vaugirard, Paris, 6e.

MASSIOT (**G.**) (Maison Radiguet et Massiot), Constructeur d'instruments pour les Sciences, 15, boulevard des Filles-du-Calvaire, Paris, 3e.

MASSOL (**Noël-Gustave**), Directeur de l'École supérieure de Pharmacie, 20, boulevard des Arceaux, à Montpellier (Hérault).

MASSON (**Louis**), 33, rue de Vincennes, à Montreuil-sous-Bois (Seine).

MASSOULIER, Professeur au Lycée Henri IV, 97, villa Brune, Paris, 14e.

MATHIAS (**Émile**), Professeur à la Faculté des Sciences, 44, allée Lafayette, à Toulouse (Haute-Garonne).

MATHIEU (**Maurice-Julien**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 1 *bis*, rue Riboutté, Paris, 9e.

MATHIEU (**Joseph-Louis**), Professeur au Lycée d'Évreux (Eure).

MATHIEU (**Louis**), Directeur de la Station œnologique de Bourgogne, à Beaune (Côte-d'Or).

MATHIEU (**Paul-Hyacinthe**), Licencié ès Sciences mathématiques et physiques, Ingénieur-Électricien E. S. E., Professeur de Physique, 3, rue Vauquelin, Paris, 5e.

MATHIEU (**Jean-François**), Ingénieur-Chimiste, 6, rue Choron, Paris, 9e.

MAUPEOU (**de**), Directeur du Génie maritime du cadre de réserve, 4, place du Gast, à Laval (Mayenne).

MAURAIN (**Charles**), Professeur à la Faculté des Sciences de Caen (Calvados).

MAURIN (**Joseph-Léon-Marie**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Lieutenant d'Artillerie coloniale, 18e, place de la République, à Lorient (Morbihan).

MAYER (Dr **André**), 33, rue du Faubourg-Poissonnière, Paris, 9e.

MAZEN (**Natalis**), Ingénieur du Service électrique des Chemins de fer de l'Ouest, 35, rue Magenta, à Asnières (Seine).

MECHLING (**Gustave**), Constructeur d'Instruments de précision en verre, 7, rue des Grands-Degrés, Paris, 5e.

MEISSONNIER, Chef des Travaux de Physique à la Faculté des Sciences, 78, boulevard de la Corderie, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

MELANDER, Préparateur à l'Université Skepparebrianten à Helsingfors (Finlande).

MENDELSSOHN (**Maurice**), Docteur en Médecine, Membre correspondant de l'Académie de Médecine, 49, rue de Courcelles, Paris, 8e.

MENIER (**Henri**), Ingénieur, 8, rue Alfred-de-Vigny, Paris, 8e.

MM.

MENSBRUGGHE (**Gustave-Léonard Van der**), Membre de l'Académie Royale, Professeur de Physique mathématique à l'Université, Coupure, 131, à Gand (Belgique).

MERCADIER, Directeur des Études à l'École Polytechnique, 21, rue Descartes, Paris, 5e.

MERCANTON (**Paul-Louis**), Professeur à l'Université, la Provence, à Lausanne (Suisse).

MERCIER (**Pierre**), Chimiste, 23, rue des Moines, Paris, 17e.

MERCIER (**R.**), Ingénieur, 5, place de Jussieu, Paris, 5e.

MERLIN (**Paul**), Professeur au Lycée, 78, faubourg Vincent, à Châlons-sur-Marne (Marne).

MESLANS (**Maurice**), 59, quai de la Baronnie, à Ablon (Seine-et-Oise).

MESLIN (**Georges**), Professeur à la Faculté des Sciences, villa Marie, ancien chemin de Castelnau, Montpellier (Hérault).

MESNAGER (**Augustin**), Ingénieur des Ponts et Chaussées, Ingénieur des Canaux de la Ville de Paris, 182, rue de Rivoli, Paris, 1er.

MESSAGER, Professeur au Lycée de Brest (Finistère).

MESTRE, Ingénieur à la Compagnie des Chemins de fer de l'Est, 168, rue Lafayette, Paris, 10e.

MÉTRAL (**Pierre**), Agrégé des Sciences physiques, Professeur à l'École Colbert, 239 *bis*, rue Lafayette, Paris, 10e.

METZ (**de**), Professeur à l'Université St-Wladimir, 3, rue du Théâtre, à Kiew (Russie).

MEYER, Directeur de la Compagnie continentale Edison, 38, rue Saint-Georges, Paris, 9e.

MEYER (**J.**), Chef des Travaux de Physique à la Faculté des Sciences, 82, rue Saint-Georges, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

MEYER (**Dr Stefan**), Privat docent à l'Université, Turkenstrasse, 3, à Vienne (Autriche).

MEYLAN (**Eugène**), Ingénieur, 23, boulevard du Montparnasse, Paris, 6e.

MEYNIER, Professeur au Lycée de Rouen (Seine-Inférieure).

MICHAUT (**Victor**), Chargé de cours à l'Ecole de Médecine, 1, rue des Novices, à Dijon (Côte-d'Or).

MICHEL (**Auguste**), Ingénieur civil, 10, boulevard Victor-Hugo, à Saint-Germain-en-Laye (Seine-et-Oise).

MICHEL (**Tranquille**), Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, 35, avenue de Vauvenargues, à Aix (Bouches-du-Rhône).

MICHELSON (**Albert**), Professeur à l'Université de Chicago (États-Unis).

MICKS (**Richard**), Professeur au Gymnase communal, à Trieste (Autriche).

MICULESCU (**Constantin**), Professeur à l'Université, 3, Strada Spatarului à Bucarest (Roumanie).

MILLARD (**John-A.**), Docteur en Médecine, au château Sunnyside, à Dinard-Saint-Énogat (Ille-et-Vilaine).

MILLIS (**John**) Major, Corps of Engineers, United States army, U.-S. Engineer office, Manila, Philippine Islands (États-Unis).

MM.

MINCHIN (**Howard-D.**), Ph. D., Assistant Professor of Physics University of Rochester, Rochester, New-York (États-Unis).

MITJAVILA (**Jaime**), Medico Mayor de Sanidad Militar, Urosas, 8, Madrid (Espagne).

MITKEWITCH (**Wladimir**), Assistant de Physique à l'Institut des Mines à Saint-Pétersbourg (Russie).

MIX (**Edgar-W.**), Ingénieur électricien, 12, boulevard des Invalides, Paris, 7e.

MOLTENI (**A.**), Ingénieur, 15, rue Origet, à Tours (Indre-et-Loire).

MONDAIN, Dr en Médecine, 23, rue Joinville, Le Havre (Seine-Inférieure).

MONNIER (**D.**), Ingénieur, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures, 3, rue Cothenet, Paris, 16e.

MONNORY (**Henri**), ex-Professeur au Lycée Hoche, Directeur des études à l'École centrale des Arts et Manufactures, 20, rue du Cloître-Notre-Dame, Paris, 4e.

MONOYER, Professeur à la Faculté de Médecine de Lyon (Rhône).

MONTEFIORE (**Levi**), Ingénieur, Sénateur du Royaume de Belgique, Fondateur de l'Institut électrotechnique, 35, rue de la Science, à Bruxelles (Belgique).

MONTHIERS (**Maurice**), 50, rue Ampère, Paris, 17e.

MONTLAUR (le comte **de**), Président de la Société de l'Électrochimie, 41, avenue de Friedland, Paris, 8e.

MOORE (**Joseph-Haines**), Dr Phil., Assistant in Spectroscopy in the Lick Observatory, Mount Hamilton, California (États-Unis.).

MORE (**Louis Tranchard**), Ph. D., Professeur de Physique à l'Université de Cincinnati, Cincinnati (États-Unis).

MOREAU (**Georges**), Professeur à la Faculté des Sciences, 68, rue Saint-Hélier, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

MOREUX (l'abbé **Th.**), Professeur de Physique à l'École Saint-Célestin, à Bourges (Cher).

MORIN (**F.**), Docteur en Médecine, place Lamoricière, à Nantes (Loire-Inférieure).

MORIN (**Pierre**), Professeur au Lycée, rue des Faucheroux, à Montluçon (Allier).

MORIZE (**Henri**), Ingénieur civil, Docteur ès sciences, Astronome à l'Observatoire, Professeur de Physique à l'École Polytechnique, Rua Princeza Imperial, n° 20. Antigo, à Rio-de-Janeiro (Brésil).

MORIZOT, Chargé du Cours, au Lycée de Chaumont (Haute-Marne).

MOSER (Dr **James**), Privat docent à l'Université, 25, Laudon-Gasse, Vienne VIII/1 (Autriche).

MOUCHEL (**Charles**), Professeur de Sciences, 18, rue des Trois-Cornets, à Elbeuf (Seine-Inférieure).

MOULIN (**Honoré**), Capitaine à la Commission d'expériences de Calais, quai de l'Escaut, a Calais (Pas-de-Calais).

MOULIN (**Marcel**), attaché au Laboratoire de Physique du Collège de France, 6, rue Chevreul, Paris, 11e.

MM.

MOUNEYRAT (**Antoine**), Docteur ès Sciences, Docteur en Médecine, 20, rue Godot-de-Mauroy, Paris, 9e.

MOUREAUX (**Th.**), Directeur de l'Observatoire du Parc Saint-Maur (Seine).

MOURET, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, 22, rue du Perron, à Besançon (Doubs).

MOUSSELIUS (**Maximilien**), r. Boulwarnaia, maison Sokolowski, à Tsarskoë Selo (Russie).

MOUTON (**Henri**), Docteur ès sciences, Attaché à l'Institut Pasteur, 42, rue Mathurin-Regnier, Paris, 15e.

MUHLL (**K. von der**), Professeur ordinaire de Physique mathématique à l'Université de Bâle (Suisse).

MUIRHEAD (**Alexandre**), F. C. S., The Lodge, Sportlands, Kent (Angleterre).

MULLER (**P.-Th.**), Professeur à l'Université, 31, rue Victor-Hugo. Nancy (Meurthe-et-Moselle).

MURAT (**I. St.**), Sous-Directeur de l'Institut météorologique et du Service central des Poids et Mesures de Roumanie, à Bucarest (Roumanie).

MUTEL (**Alexandre**), Professeur au Lycée, 11, rue des Bégonias, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

MUYNCK (**René de**), Professeur à l'Université de Louvain (Belgique).

MYCHKINE, Professeur de Physique à l'Institut agronomique de Novo Alexandria (Russie).

NACHET (**A.**), Constructr d'instruments d'Optique, 17, rue St-Séverin, Paris, 5e.

NACHET (**Camille**), Constructeur d'instruments d'Optique, 7, rue des Gravilliers, Paris, 3e.

NAGAOKA (**H.**), Docteur ès Sciences, Professeur de Physique à l'Université de Tokio (Japon).

NAMBA MASSASHI, Professeur à l'Université de Kioto (Japon).

NARDROFF (**Ernest-R. von**), E. M. D. Sc.; Head of Science Department Erasmushall High School, 397, Madison St., Brooklyn, N. Y. (États-Unis).

NATANSON (**Ladislas**), Membre de l'Académie des Sciences de Cracovie, Professeur à l'Université, 8, rue Wolska, à Cracovie (Autriche).

NÉCULCEA (**Eugène**), 11 *bis*, rue Lacépède, Paris, 5e.

NEGREANO (**D.**), Professeur à l'Université, 13, boulevard Ferdinand, à Bucarest (Roumanie).

NEGRO (**Carlo**), Professeur, Collegio S. Luigi, à Bologne (Italie).

NERVILLE (**de**), Ingénieur des Télégraphes, 59, rue de Ponthieu, Paris, 8e.

NEU (**Lucien**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur-Conseil, 94, rue du Ranelagh, Paris, 16e.

NEVEU (**Raoul**), Constructeur d'instruments de Physique, 35, rue de la Montagne-Sainte-Geneviève, Paris, 5e.

NICOLAÏDES (**Emmanuel-C.**), Ingénieur-Électricien, Weinbergstrasse 22III, Zurich I (Suisse).

NICOLAIEVE (**Wladimir de**), Général Major d'Artillerie, professeur à l'École militaire Paul, à Saint-Pétersbourg (Russie).

MM.

NICOLLE (**Abel**), Ingénieur de la Marine, à l'Arsenal de Marine, à Saïgon (Indo-Chine).

NICOLLIER (**Marius**), Professeur, Docteur ès Sciences, 20, rue de la Gare, à Montreux (Suisse).

NIPHER (**Francis-E.**), Professor of Physics, Saint-Louis, Missouri (États-Unis).

NODON (**Albert**), Ingénieur-conseil, 12, rue de Moulis, à Bordeaux (Gironde).

NOÉ (**Charles**), Constructeur d'instruments pour les Sciences, 8, rue Berthollet, Paris, 5e.

NOGUES (**Henri**), Licencié ès Sciences mathématiques et physiques, Délégué de Physique au Lycée, 26, rue Saint-Léonard, à Angers (Maine-et-Loire).

NORDMANN (**Ch.**), Docteur ès Sciences, Attaché à l'Observatoire de Paris, 18, rue des Feuillantines, Paris, 5e.

NOVAK (**Vladimir**), Ph. Dr, Professeur à l'Ecole Polytechnique tchèque, 9 Augustynska ul Bruo Brünn, Moravie-Autriche.

NUGUES (**Émile**), Chef des travaux électriques à l'École centrale des Arts et Manufactures, 31, rue Saint-Placide, Paris, 6e.

OBEAR (**George-Barrow**), Physics candidate for Ph. D. Member of Segma Xi, Master of Science, Member American Academy Society, Member American ass. for adv Sci., Instructor in Mathematics at the University, Brown University, Providence, Rhode Island (États-Unis).

ODELL (**William**), Woolwich Polytechnic, à Woolwich (Angleterre).

OFFRET (**Albert**), Professeur de Minéralogie à l'Université, Villa Sans-Souci, 53, Chemin des Pins, à Lyon (Rhône).

OGIER (**Jules**), Membre du Comité consultatif d'Hygiène publique, Chef du Laboratoire de Toxicologie à la Préfecture de police, 7, cité Vaneau, Paris, 7e.

OLIVIER (**Louis**), Docteur ès Sciences, Directeur de la *Revue générale des Sciences pures et appliquées*, 22, rue du Général-Foy, Paris, 8e.

OLLIVIER (**A.**), Ingénieur civil, 5, rue Littré, Paris, 6e.

ONDE, Professeur au Lycée Henri-IV, 41, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

OSMOND (**Floris**), Ingénieur civil, 83, boulevard de Courcelles, Paris, 8e.

OSTRAND (**Charles-Edwin van**), Assistant Physicist, U. S. Geological Survey, Washington D. C. (États-Unis).

OUDIN (Dr), 12, rue de Belzunce, Paris, 16e.

OUMOFF (**Nicolas**), Professeur de Physique à l'Université de Moscou (Russie).

PAILLARD (**Gaston**), Licencié ès sciences, 36, rue Voltaire, à Levallois-Perret (Seine).

PAILLÈE (**Raphaël**), Pharmacien de 1re classe, Membre de la Société chimique de Paris, à Arthon-en-Retz (Loire-Inférieure).

PAILLOT, Chef des Travaux pratiques de Physique à la Faculté des Sciences, 53, boulevard Montebello, à Lille (Nord).

PAINLEVÉ (**Paul**), Membre de l'Institut, 33, rue d'Assas, Paris, 6e.

PALMADE, Professeur au Lycée de Montpellier (Hérault).

MM.

PALMADE (**F.**), Chef de bataillon du Génie, Chef du Génie à Bourges (Cher).

PANKIN (Capitaine **Alexandre**), Professeur à l'Académie d'Artillerie à Saint-Pétersbourg (Russie).

PAQUIER (**Marc**), Constructeur mécanicien, 5, boulevard Sébastopol, Paris, 1er.

PARKER (**Franke-Herbert**), B. Sc. Lecturer in Physics, 72, Greenvale Road Eltham Kent (Angleterre).

PASCAL, Professeur au Lycée, 3, rue de l'Hippodrome, à Douai (Nord).

PASSA, Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences de Marseille (Bouches-du-Rhône).

PASTOURIAUX, Préparateur à l'École Normale supérieure d'Enseignement primaire, à Saint-Cloud (Seine-et-Oise).

PATENT OFFICE LIBRARY, à Londres, 25, Southampton Buildings, W. C. (Angleterre).

PATTE (**Lucien**), Professeur au Lycée, 32, avenue Alsace-Lorraine, à Grenoble (Isère).

PAUL, Ingénieur, ancien élève de l'École Polytechnique, 4, rue de la Monnaie, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

PAULIDÈS (**Démosthènes**), Docteur en Médecine.

PAYN (**John**), Directeur de l'*Eastern Telegraph Co*, Cambrian House, Beaumont Jersey (Iles de la Manche).

PAYRARD (**Henri**), Censeur du Lycée de Nantes (Loire-Inférieure).

PÉLABON (**H.**). Chargé de Conférences de Chimie à la Faculté des Sciences de Lille (Nord).

PELISSIER (**Eugène**), Maître de Conférences à l'Institut national agronomique, Prof. à l'École coloniale, 88 *bis*, boulevard Latour-Maubourg, Paris, 7e.

PELLAT (**H.**). Professeur à la Faculté des Sciences, 23, avenue de l'Observatoire. Paris, 6e.

PELLET (**Auguste-Claude-Eliacin**), Professeur à la Faculté des Sciences, 30, rue Pascal, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).

PELLIN (**Philibert**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Constructeur d'instruments d'Optique et de précision, successeur de Jules Duboscq, 21, rue de l'Odéon, Paris, 6e.

PEREIRA (**Alfredo**), Pharmacien en chef de l'Hôpital *Conde de Ferreira*, à Porto (Portugal).

PÉRIDIER (**Julien**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 20, rue du Regard, Paris, 6e.

PERKINS (**Henry-Augustin**), Professeur de Physique Trinity College, Hartford, Connecticut (États-Unis).

PERNTER (**Josef-Mario**), Dr i. r., Conseiller de la Cour, Professeur à l'Université, Directeur de l'Institut central de Météorologie et Géodynamique. Wien XIX/1 Hohe Warse (Autriche).

PEROT (**Alfred**), Directeur du Laboratoire d'Essais du Conservatoire national des Arts et Métiers, 292, rue Saint-Martin, Paris, 3e.

PÉROUX (**E.**), Capitaine d'Infanterie de Marine en retraite, 11, rue des Canus, à Maisons-Laffitte (Seine-et-Oise).

MM.

PERREAU, Professeur à la Faculté des Sciences de Besançon, Bregille Besançon (Doubs).

PERRIER, Capitaine d'Artillerie, détaché à l'État-Major de l'Armée, 34, avenue Bosquet, Paris, 7e.

PERRIN (**Jean**), Chargé de Cours de Chimie physique à la Faculté des Sciences, 106, boulevard Kellermann, Paris, 13e.

PESSEMESSE, Professeur au Lycée, 14, rue Lezerac, à Châteauroux (Indre).

PETIT (**G.-E.**), Ingénieur des Télégraphes, Chargé des Études relatives à la Télégraphie sans fil, 205, boulevard Raspail, Paris, 14e.

PETIT (**Paul**), Professeur à la Faculté des Sciences de Nancy (Meurthe-et-Moselle).

PETIT (**Paul**), Professeur au Lycée de Foix (Ariège).

PETITEAU (**Marcel**), Professeur au Lycée, 13, rue de Strasbourg, à Nantes (Loire-Inférieure).

PETROVITCH (**Michel**), Professeur à l'Université, 24, Kossantch Venac, à Belgrade (Serbie).

PETROVITCH (**Serge**), Colonel d'Artillerie, Professeur adjoint à l'Académie d'Artillerie Michel, Sabalkansky Prospect, 17, Log. 4, à Saint-Pétersbourg (Russie).

PEYRUSSON (**Édouard**), Professeur de Chimie et de Toxicologie à l'École de Médecine et de Pharmacie, 17, chemin Petit-Tour, à Limoges (Haute-Vienne).

PFAUNDLER (**Léopold**), Professeur à l'Université, Directeur de l'Institut physique, Halbartgasse, 1, Gratz (Autriche).

PHASMANN (**Augustin**), Maire de Saint-Mihiel (Meuse).

PHILBERT, ancien Receveur des Télégraphes, 58, rue d'Antrain, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

PHILIPPE (**A.**), Professeur au Lycée, 5, rue de l'Abattoir, à Bourges (Cher).

PHILIPPON (**Paul**), Professeur au Lycée, 24, rue Quesnel-Morinière, à Coutances (Manche).

PICARD (**Frédéric**), Docteur en médecine, Villa Rivoire, à Cannes (Alpes-Maritimes).

PICHON, Professeur de Physique au collège de Perpignan (Pyrénées-Orientales).

PICOU (**R.-V.**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 41, rue Saint-Ferdinand, Paris, 17e.

PIEUX, Professeur à l'École normale d'Instituteurs, à Alberville (Savoie).

PILLEUX, Ingénieur électricien, villa d'Alésia, 5, 111 *bis*, 111 *ter*, rue d'Alésia, Paris, 14e.

PILLEUX (**André**), Capitaine d'Artillerie à la fabrique d'armes de Puteaux (Seine).

PILLOT (**Arthur**), Professeur au Lycée, 56, cours d'Orléans, à Charleville (Ardennes).

PILTSCHIKOFF (**Nicolas**), Professeur à l'Institut technique de Karkow (Russie).

MM.

PIONCHON, Professeur à la Faculté des Sciences, 1, rue Denfert-Rochereau, à Grenoble (Isère).

PIROT (l'abbé), Chanoine honoraire, Supérieur de l'Institution Sainte-Marie, à Bourges (Cher).

PIZZARELLO (**Antonio**), Professeur de Physique au Lycée Macerata, Macerata (Italie).

POCHETTINO (**C.-Alfredo**), Istituto Fisico della R. Universita, à Rome (Italie).

POINCARÉ (**Antoni**), Inspecteur général des Ponts et Chaussées en retraite, 10, rue de Babylone, Paris, 7e.

POINCARÉ (**Henri**), Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, 63, rue Claude-Bernard, Paris, 5e.

POINCARÉ (**Lucien**), Inspecteur général de l'Instruction publique, 130, rue de Rennes, Paris, 6e.

POINTELIN. Professeur de Physique au Lycée et à l'École de Médecine, 125, route de Paris, à Amiens (Somme).

POLLAK-WSCIEKLICA (Mme **Marcella**). Licenciée ès sciences physiques, place Macé, à Antibes (Alpes-Maritimes).

POLLARD (**Jules**), Directeur du Génie maritime, Directeur de l'Établissement d'Indret, par Basse-Indre (Loire-Inférieure).

POMEY (**J.-B.**), Ingénieur des Télégraphes, 140, boulevard Raspail, Paris, 6e.

PONSELLE (**Georges**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 114, avenue de Wagram, Paris, 17e.

PONSOLLE (**Léon**), Ingénieur électricien, ancien Élève de l'École des Arts et Métiers d'Angers, 30, boulevard de Saumur, à Angers (Maine-et-Loire).

PONSOT (**A.**), Chargé de Cours à la Faculté des Sciences, Institut physique, 50, rue Gauthier-de-Châtillon, à Lille (Nord).

PONT, Professeur au Lycée Hoche, 21, avenue de Picardie, à Versailles (Seine-et-Oise).

POPP (**Victor**), ancien Administrateur-Directeur de la Compagnie des Horloges pneumatiques, 21, place de la Madeleine, Paris, 8e.

PORTER (**Alfred-William**), B. Sc.; fellow and assistant Prof' of Physics, University College, Gower St., Londres, W. C. (Angleterre).

PORTER (**B.-Albert**), Consultant and Importer, 1024 Lake Shore Drive Evanston, Illinois (États-Unis).

POSTEL-VINAY, Ingénieur, 219, rue de Vaugirard. Paris, 15e.

POTIÉ, Ingénieur des Arts et Manufactures, Sous-Directeur des Papeteries de Champagne, à Troyes (Aube).

POTTS (**Louis-Maxwell**), Ph. D. (J. H. O.), Chief Engineer the Rowland Telegraphic Co, 107, E. Lombard St., Baltimore (États-Unis).

POUTEAUX, Constructeur, 115, rue de la Préfecture, à Dijon (Côte-d'Or).

POYNTING (**John-Henry**), Professor of Physics, The University, Birmingham (Angleterre).

POZZI-ESCOT (**E.**), Professor, Ingeniero-Quimico, Ministerio de Fomento, Lima, Pérou (Amérique du Sud).

MM.

PRÉAUBERT (**E.**), Professeur honoraire, 13, rue Proust, à Angers (Maine-et-Loire).

PRÉOBRAJENSKY (**Pierre**), Bolchaia Grousinskaia, 10 A, à Moscou (Russie).

PRÉSIDENT (le) de la Société de Physique de Londres (Angleterre).

PRÉSIDENT (le) de la Société de Physique de Saint-Pétersbourg (Russie).

PRETORIANO (**Marin**), Professeur à l'École militaire de Craïova (Roumanie).

PRÉVOST (Baron **Henri**), 17, rue Alphonse-de-Neuville, Paris.

PRIEUR (**Albert**), Industriel, 76, boulevard Malesherbes, Paris, 8e.

PROUMEN (**Henri**), Ingénieur civil des Mines, Professeur de Physique à l'École industrielle, 25, rue d'Artois, à Bruxelles (Belgique).

PRZIBRAM (**Karl**), Dr Privat-docent de Physique à l'Université, Partering 18, à Vienne I (Autriche).

PUPIN, Docteur en Médecine, 27, quai de la Tournelle, Paris, 5e.

PUYFONTAINE (Comte **de**), 38, avenue Friedland, Paris, 8e.

QUESNEVILLE (Dr), Professeur agrégé à l'École supérieure de Pharmacie, 1, rue Cabanis, Paris, 14e.

RADAKOVIC (**Michael**), Dr Professeur de Physique théorique à l'Université de Czernowitz (Autriche).

RAMEAU (l'abbé), Profr de Physique à l'Institution St-Cyr, à Nevers (Nièvre).

RANQUE (**Paul**), Docteur en Médecine, 13, rue Champollion, Paris, 5e.

RAPS (**Auguste**), Professeur, Docteur ès Sciences, Directeur de la Maison Siemens Halske, Ulmen Alle, 14, Berlin W. (Allemagne).

RAU (**Louis**), Administrateur délégué de la Compagnie Continentale Edison, 7, rue Montchanin, Paris, 17e.

RAVEAU (**Camille**), Physicien au Laboratoire d'Essais du Conservatoire national des Arts et Métiers, 61, boulevard Sébastopol, Paris, 1er.

RAYLEIGH (**Lord**), F. R. S., Professeur à l'Institution royale, Terling Place, à Witham, Essex (Angleterre).

RAYMOND (**Eugène**), Ingénieur principal de la Compagnie des Messageries maritimes, à la Ciotat (Bouches-du-Rhône).

REBOUL, Professeur au Lycée de Chartres (Eure-et-Loir).

RECHNIEWSKI (**W.-C.**), Ingénieur électricien, 1, avenue de l'Alma, Paris, 8e.

RÉGNARD (Dr **P.**), Membre de l'Académie de Médecine, Directeur de l'Institut agronomique, 73, boulevard Montparnasse, Paris, 7e.

REGNIER (**Joseph**), Constructeur d'instruments de Physique et de Chimie, 10, rue Victor-Cousin, Paris, 5e.

REMY (**Léon-Émile**), Professeur au Lycée, 5, rue Emile-Sauvat, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

REMY-ROUX, Docteur en médecine, 9, rue Sainte-Catherine, à Avignon (Vaucluse).

RENAULT (**Albert**), Chimiste, 13, rue Paul-Louis-Courier, Paris, 7e.

REVOY, Professeur au Lycée, 31, rue Gounod, à Nice (Alpes-Maritimes).

MM.

REY (Mme), Professeur au Lycée de jeunes filles, 98, rue Origet, à Tours (Indre-et-Loire).

REY PAILHADE (**J. de**), Ingénieur civil des Mines, 18, rue Saint-Jacques, à Toulouse (Haute-Garonne).

RIBAN (**Joseph**), Professeur honoraire à la Faculté des Sciences et à l'École nationale des Beaux-Arts, 85, rue d'Assas, Paris, 6e.

RIBIÈRE (**Charles**), Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées (service des Phares), 1, rue Edmond-About, Paris, 16e.

RICARD (Dr **E.**), Chirurgien de l'Hôpital, 6, impasse Voltaire, à Agen (Lot-et-Garonne).

RICHARD (**Jules**). Ingénieur-Constructeur, 25, rue Mélingue, Paris, 19e.

RICHARD (**Pierre-Joseph**), Lieutenant du Génie, démissionnaire, actuaire de la *Prévoyance*, 28, rue Etex, Paris, 18e.

RICHARDS (**Horace-Clark**), Docteur Assistant Professor of Physics Randel Morgan Laboratory, University of Pennsylvania, Philadelphia (États-Unis).

RICHARDSON (**Owen-Williams**), Docteur ès sciences, Trinity College, Cambridge (Angleterre).

RICHET (**Ch.**), Professeur à la Faculté de Médecine, 15, rue de l'Université, Paris, 7e.

RIEFFEL (**A.**), 75, rue d'Isly, à Alger (Algérie).

RIGOLLOT (**Henri**), Chargé de Cours de Physique industrielle à l'Université, 43, chemin des Grandes-Terres, à Lyon (Saint-Just) (Rhône).

RIVIÈRE (**Charles**), Professeur au Lycée Saint-Louis, 30, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

RIVIÈRE, Docteur en Médecine, 25, rue des Mathurins. Paris, 9e.

ROBERT (**Alexandre-Charlemagne**), Ingénieur civil, E. C. P., Conseil de l'Institut Pasteur et du Jockey-Club, 3, rue du Havre, Paris, 9e.

ROBERT (**Charles-Marie**), Professeur au Lycée Gambetta, 6, rue de l'Hôtel-de-Ville, à Cahors (Lot).

ROCHEFORT (**Octave**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 46, boulevard Haussmann, Paris, 9e.

RODALLEC, Professeur au Collège de Morlaix (Finistère).

RODDE (**Ferd.**), 18, rue Dervic, Paris, 18e.

RODDE (**Léon**), 107, rua do Ouvidor, à Rio-de-Janeiro (Brésil).

RODOCANACHI (**Emmanuel**), 54, rue de Lisbonne, Paris, 8e.

ROGER (**Albert**), rue Croix-de-Bussy, à Épernay (Marne).

ROGOVSKY (**Eugène**), Professeur à l'Université de Kharkow (Russie).

ROGOW (**Moissej**). Chimiste diplômé de la Faculté des Sciences de Saint-Petersbourg, Georgenstrasse, 35, à Munich (Bavière).

ROJDESTWENSKY (**Dmitri**), Laborant à l'Institut de Physique de l'Université de Saint-Pétersbourg (Russie).

ROLLAND (**Étienne**). Professeur au Lycée, 32, route de Bordeaux, à Poitiers (Vienne).

ROMILLY (**Paul Worms de**), Inspecteur général des Mines, 7, rue Balzac, Paris, 8e.

MM.

ROPIQUET, Pharmacien, rue Jules-Barni, à Amiens (Somme).

ROQUES (Dr **C.**), Aide de clinique électrothérapique à la Faculté de Médecine, 94, cours d'Alsace-Lorraine, à Bordeaux (Gironde).

ROSA (**Edward-Bennett**), Physicist Bureau of Standards, Bureau of Standards, Washington, D. C. (États-Unis).

ROSENSTIEHL, Chimiste, Directeur de l'Usine Poirrier, 61, route de Saint-Leu, à Enghien (Seine-et-Oise).

ROSSET (**Georges**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 4, rue Alboni, Paris, 16e.

ROSSI (**Paoli**), Docteur en Physique, adjoint à l'Istituto fisico della Università di Napoli (Italie).

ROSTAING (**Évariste-Léon-Benoît**), Chef d'escadron d'Artillerie, en retraite, 9, impasse Crèvecœur, à Bourg (Ain).

ROTHÉ (**Edmond**), Maître de Conférences à la Faculté des Sciences, 21, rue Malzéville, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

ROTHMUND (**Vicktor**), Professeur de Chimie physique à l'Université allemande de Prague (Autriche).

ROTHSCHILD (baron **Edmond de**), 41, rue du Faubourg-St-Honoré, Paris. 8e.

ROUBAULT, Professeur au Lycée d'Angoulême (Charente).

ROUDET (**L.**), Professeur au Lycée de Nancy (Meurthe-et-Moselle).

ROUMAILLAC, Docteur en Médecine, à Captieux (Gironde).

ROUSSEAU, Professeur à l'Université, 20, rue Vauthier, à Ixelles-Bruxelles (Belgique).

ROUSSELET, Proviseur du Lycée de Saint-Étienne (Loire).

ROUSSELOT (l'abbé), Professeur à l'Institut catholique, 74, rue de Vaugirard, Paris, 6e.

ROUTIN (**Joseph-Louis**), ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur Conseil, 15, rue Émile-Zola, à Lyon (Rhône).

ROUX (**Gaston**), Ingénieur-Conseil, Directeur du Bureau de Contrôle des installations électriques, 12, rue Hippolyte-Lebas, Paris, 9e.

ROY, Industriel, 21, rue Béranger, Paris.

ROY (**Georges-Eugène**), Chef des Travaux de Physique à la Faculté des Sciences, 11 *bis*, rue René-Fleutelot, à Dijon (Côte-d'Or).

ROYCOURT (**Eugène**), Constructeur électricien, successeur de M. Bonetti, 69, avenue d'Orléans, Paris, 14e.

ROZET (Mlle **Thérèse**), Professeur au Lycée de jeunes filles, 4, rue du Chilon, Le Havre (Seine-Inférieure).

ROZIER (**F.**), Docteur en Médecine, 12, rue de Buci, Paris, 6e.

RUBENS (Dr **Heinrich**), Professeur à l'Université de Berlin (Allemagne).

RYKATCHEFF (Général), Directeur de l'Observatoire physique central Nicolas, Wassiliewski Ostrow, 33, ligne n° 2, à Saint-Pétersbourg (Russie).

RYSSELBERGHE (**François van**), Docteur ès sciences, Professeur à l'Athénée de Saint-Gilles Bruxelles, 20, rue Henri-Wafelaerts, Saint-Gilles Bruxelles (Belgique).

MM.

SACERDOTE (**Paul**), ancien Élève de l'École Normale supérieure, Professeur agrégé au Collège Sainte-Barbe, 97, boulevard Saint-Michel, Paris, 5e.

SADOWSKY (**Alexandre**), Professeur de Physique à l'Université impériale, à Dorpat (Russie).

SAGNAC (**Georges**), Chargé de Cours à la Faculté des Sciences, 4, rue Boissonnade, Paris, 14e.

SAÏD (**D. Mehmeh**), Ingénieur attaché technique à l'ambassade de Turquie, 106, boulevard Arago, Paris, 14e.

SAINTE-CLAIRE DEVILLE (**Émile**), Ingénieur à la Compagnie parisienne du Gaz, 73, rue Berthier, Paris, 17e.

SAINTE-CLAIRE DEVILLE (**Henri**), ancien Directeur des Manufactures de l'État, Administrateur délégué de la Société anonyme des anciennes salines domaniales de l'Est, 95, rue de Courcelles, Paris, 17e.

SAINTIGNON (**F. de**), Maître de forges à Longwy (Meurthe-et-Moselle).

SAINT-JOHN (**Charles-Edward**), Professor of Physics, Oberlin College, 125, Elm St., Oberlin, Ohio (États-Unis).

SAIVRE (**Maurice de**), Ingénieur diplômé de l'École supérieure d'Électricité, 52, rue de Vaugirard, Paris, 6e.

SALADIN (**Édouard**), Ingénieur civil des Mines, Ingénieur principal attaché à la Direction des Établissements Schneider et Cie, 42, rue d'Anjou, Paris, 8e.

SALET (**P.**), attaché à l'Observatoire de Paris, 120, boulevard Saint-Germain, Paris, 6e.

SALLES (**Adolphe**), 1, rue Rabelais, Paris, 8e.

SALLES (**Édouard**), Licencié ès Sciences Physiques, attaché au Laboratoire de recherches physiques de la Sorbonne, 58, rue de Clichy, Paris, 9e.

SALMON, Professeur au Lycée, 15, rue du Mûrier-d'Espagne, à Nîmes (Gard).

SALTYKOW, Professeur de Mécanique théorique à l'Institut Polytechnique de Kiew (Russie).

SALVAING (**Félix**), Professeur au Collège, 11, rue de Sorrèze, à Revel (Haute-Garonne).

SALVIONI (**Enrico**), Professeur à l'Université, Institut de Physique de l'Université de Pavie (Italie).

SANDOZ (**Albert**), Préparateur des Travaux pratiques de Physique à la Faculté de Médecine, 97, boulevard Arago, Paris, 14e.

SANTAIS (l'Abbé), Vicaire à Saint-Romain, 99, boulevard Beauvoisine, à Rouen (Seine-Inférieure).

SANTERRE, 23, quai d'Orsay, Paris, 7e.

SARASIN (**E.**), Docteur ès sciences, Grand Saconnex, à Genève (Suisse).

SARDING (**Jean-Marie-Auguste**), Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences de Toulouse (Haute-Garonne).

SARRAN (**E.**), Professeur au Lycée, 20, cours Pasteur, à Bordeaux (Gironde).

SARAZIN, Professeur à l'École des Arts et Métiers et à l'École de Médecine, 22, rue Paul-Bert, à Angers (Maine-et-Loire).

SAUTTER (**Gaston**), Ingénieur, 26, avenue de Suffren, Paris, 15e.

SAUVAGE (**E.**), Postes et Télégraphes, au Cap Saint-Jacques (Cochinchine).

MM.

SCARPE (**Oscar**), Docteur ès sciences physiques, Libero docente di fisica sperim. nella R. Universita R. Scuola superiore politecnica, Napoli (Italie).

SCHAFFERS (R. P. **Victor**), S. J., Docteur ès sciences physiques et mathématiques, Professeur au Collège de la Compagnie de Jésus, 11, rue des Récollets, à Louvain (Belgique).

SCHILLER (**Nicolas**), Professeur émérite, Membre du Conseil ministériel de l'Instruction publique, Serguiewskaia 67, à Saint-Pétersbourg (Russie).

SCHMID (**Ch.**), Mécanicien-Constructeur, a Bar-le-Duc (Meuse).

SCHOOP (**Max-Ulrich**), Ingénieur Électrochimiste, 130, rue Henri-Litoff, à Bois-Colombes (Seine).

SCHÜRR, Docteur ès sciences, Professeur au Lycée, 60, rue Pont-de-Garonne, à Agen (Lot-et-Garonne).

SCIAMA, Ingénieur civil des Mines, Directeur de la Maison Breguet, 15, rue Bizet, Paris, 16e.

SCOBELZINE (**Wladimir**), Professeur au Polytechnicum, Sosnowka, à Saint-Pétersbourg (Russie).

SEBERT (le Général), Membre de l'Institut, 14, rue Brémontier, Paris, 17e.

SEDZIAK (**François**), Ingénr Électricien, Directeur de Dours Draft Boiler and Machine Ce, 23d Corner of Papin street, à Saint-Louis, Missouri (États-Unis).

SEE (**Thomas-Jefferson-Jackson**), A. M. Ph. D. Bexol, Professor Mathematics U. S. Navy, Naval Observatory, Mare Island, California (États-Unis).

SEIGNIER (**Pierre**), Licencié ès Sciences, Professeur au Collège de Mauriac (Cantal).

SÉGUIN (**Jules-Auguste**), Chef de Service aux Ateliers et Chantiers de la Loire (Établissement de Saint-Denis), 25, rue Marceau, à Saint-Nazaire (Loire-Inférieure).

SELBY (**Arthur-L.**), Professor of Physics, University College of South Wales, 3, Palace Road, Llandaff, Cardiff (Angleterre).

SELIGMANN-LUI, Inspecteur général des Télégraphes, 78, rue Mozart, Paris, 16e.

SELIGMANN (**Max**), Professeur de Physique à l'Athénée Royal, 61, rue de la Culture, à Bruxelles (Belgique).

SELLA (**Alfonso**), Profr « Istituto fisico della R. Universita », à Rome (Italie)

SENATORE (**Vincenzo**), Dottore in Fisica, Assistente volontario presso l'Istituto fisico della R. Universita di Napoli (Italie).

SENTIS, Professeur au Lycée, 17, boulevard de Bonne, à Grenoble (Isère).

SERPOLLET, Ingénieur, 11, rue de Stendhal, Paris, 20e.

SERRÉ-GUINO, Examinateur honoraire à l'École de Saint-Cyr, 114, rue du Bac, Paris, 7e.

SERRES (**Adalbert**), Professeur au Lycée, 31, rue de la Franchise, à Bordeaux (Gironde).

SHORTER (**Lewis-R.**), B. Sc. de l'Université de Londres, 55, Campden Hill Road, Kensington, London W. (Angleterre).

SIEGLER, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Ingénieur en chef de la voie des Chemins de fer de l'Est, 48, rue Saint-Lazare, Paris, 9e.

MM.

SIEGLER (**Jean**), Ingénr des Mines, 14, rue Gambetta, à St-Étienne (Loire).

SIERTSEMA (**L.-Hendrik**), Dr Professeur de Physique à la « Technische Hoogeschool », Onde Delft, 36, à Delft (Hollande).

SIGALAS (Dr **C.**), Professeur de Physique à la Faculté de Médecine et de Pharmacie, 67, rue de la Teste, à Bordeaux (Gironde).

SIMON (**L.-J.**), Sous-Directeur du Laboratoire de Chimie à l'École normale supérieure, 15, rue Vauquelin, Paris, 5e.

SIMONIN, Professeur au Lycée de Gap.

SIRE (**G.**), Correspondant de l'Institut, à Besançon-Mouillière.

SIRVENT, Professeur au Lycée Saint-Louis, 73, rue de Rennes, Paris, 6e.

SISSINGH (**R.**), Docteur, Professeur à l'Université, Oosterpark, 79, à Amsterdam (Hollande).

SMITH (**Reginald-Thomas**), Ba. Wh. Sc. Head of Mathematical Department, Woolwich Polytechnic, Woolwich (Angleterre).

SMOLUCHOWSKI DE SMOLAN (le Chevalier **M.**), Docteur ès Sciences, Professeur à l'Université Leopole, Duglosza, 8, rue Leopole, Lemberg (Autriche).

SOCIEDAD DE INGENIEROS, Apatardo Corres, n° 981, à Lima (Pérou).

SOCIETA D'INCORAGGIAMENTO D'ARTI E MESTIERI, 18, via S. Marta, Milan (Italie).

SOISSON (**Guillaume**), Profr de Physique à l'École industrielle et commerciale, 1, rue de l'Athénée, à Luxembourg (Grand-Duché de Luxembourg).

SOKOLOW (**Alexis**), Professeur de Physique à l'Université de Moscou (Russie).

SOLVAY (**Ernest**), Industriel, 43, rue des Champs-Élysées, à Bruxelles (Belgique).

SORBIER (**J.**), Professeur au Collège de Bône (Algérie).

SORET (**Adrien**), Professeur au Lycée, 12, rue Edmond-Morin, au Havre (Seine-Inférieure).

SOYER (**Auguste**), Agrégé, Professeur au Lycée de Tournon (Ardèche).

SPARRE (le Comte **Magnus-Louis-Marie de**), Doyen de la Faculté catholique des Sciences, 7, avenue de l'Archevêché, à Lyon (Rhône).

SPRING (**W. V.**), Membre de l'Académie Royale, Professeur à l'Université, 38, rue Beckmann, à Liége (Belgique).

STACKELBERG (baron **Édouard de**), Reval Dom Ritterhaus (Russie).

STAPFER (**Daniel**), Ingénieur, boulevard de la Mayor, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

STEARNS (**Herman-D.**), Professor of Physics, Monrovia, California (États-Unis).

STEPANOFF (**A.**), ancien Professeur de Physique, Lesnoï, rue Kropotkinskaïa, n° 4, à Saint-Pétersbourg (Russie).

STEVENS (**James-Stacy**), M. S.; Professor of Physics of Maine Dean filter College of Arts and Sciences, Orono, Maine (États-Unis).

STIASSNIE (**Maurice**), Opticien, 204, boulevard Raspail, Paris, 14e.

STREET (**Charles**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 3, rue Legendre, Paris, 17e.

MM.

STROUHAL (**Vincent**), Docteur Ph., Professeur à l'Université de Bohême, Conseiller à la Cour, Clementinum, Institut de Physique, Prague (Bohême).

STSCHEGLAYEF (**Woldemar**), Professeur de Physique à la Haute-École technique de Moscou (Russie).

STUTZ (**Emile-Henri**), Lieutenant de Vaisseau, Défense fixe, baie Ponty à Bizerte (Tunisie).

SULZER (**E.-C.**), Docteur en Médecine, 22, rue de Tocqueville, Paris, 17e.

SUZOR (**Georges-W.**), Ingénieur, Plaques, Pellicules et Papiers photographiques, Esunohazu Yodobaschi, Machi Shinjuku, Tokio (Japon).

SWYNGEDAUW (**R.**), Professeur de Physique et d'Électricité industrielle à la Faculté des Sciences, 1, rue des Fleurs, à Lille (Nord).

SYRMEN (**Louis-Pierre**), Professeur au Collège de Sarlat (Dordogne).

SZARVADY, Ingénieur des Arts et Manufactures, Répétiteur à l'École Centrale, 4, rue Théodule-Ribot, Paris.

TAILLEFER (**André**), ancien Élève de l'École Polytechnique, 215, boulevard Saint-Germain, Paris, 7e.

TAMARU (**Takurô**), Professeur adjoint à l'Université, Collège des Sciences, Université de Tôkyô (Japon).

TANGL (**Charles**), Professeur à l'Université, Monostori ut 72, à Kolozvar (Hongrie).

TARIEL (**Paul**), Docteur en Médecine, 19, rue Kléber, à Issy-les-Moulineaux (Seine).

TARRADE, Attaché au Bureau international des Poids et Mesures, au Pavillon de Breteuil, à Sèvres (Seine-et-Oise).

TEISSERENC DE BORT (**Léon**), Directeur de l'observatoire de Météorologie dynamique, 33, rue Dumont-d'Urville, Paris, 16e.

TÉLÉGRAPHIE MILITAIRE (**Dépôt central de la**), 51, boulevard de La Tour-Maubourg, Paris, 7e.

TEPLOFF (**N.**), Colonel du Génie impérial russe, rue Vladimir-Kaies, 15, Maison Friedrichs, à Saint-Pétersbourg (Russie).

TERADA (**Torahiko**), Professeur au Collège des Sciences, à Tokio (Japon).

TERMIER, Ingénieur en chef des Mines, Professeur à l'École nationale des Mines, 164, rue de Vaugirard, Paris, 15e.

TERRIER, Professeur au Lycée, 38, rue du Bel-Air, à Laval (Mayenne).

THÉLIER (**Marcel**), 9, avenue de Messine, Paris, 8e.

THÉNOZ, Principal du Collège, chargé du cours de Physique, à Salins (Jura).

THIESEN (Dr **Max**), Professeur Physikalischen Technische Reichsanstalt, Charlottenburg-Berlin (Allemagne).

THOMAS, Professeur à l'École supérieure des Sciences d'Alger (Algérie).

THOMPSON (**Silvanus-P.**), Professeur à Finsbury Technical College, Morland, Chislett Road, West Hampstead, Londres N.-W. (Angleterre).

THOUVENEL (**N.**), Professeur au Lycée Charlemagne, 19, boulevard Morland, Paris, 4e.

MM.

THOVERT, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Grenoble, chemin Saint-Jean, à la Tronche (Isère).

THURNEYSSEN (**J.**), ancien Élève de l'École Polytechnique, successeur de la maison Alvergniat-Chabaud, 58, rue Monsieur-le-Prince, Paris, 6e.

TIAN, Préparateur de Physique industrielle à la Faculté des Sciences, 26, rue Saint-Savournin, Marseille (Bouches-du-Rhône).

TIMIRIAZEFF, Professeur à l'Université et à l'Académie agronomique de Moscou (Russie).

TISSIER, Professeur au Lycée Voltaire, 1, rue Mirbel. Paris, 5e.

TISSOT (Mme), 2, cité d'Antin, à Brest (Finistère).

TISSOT (**C.**), Lieutenant de vaisseau, Professeur de Physique à l'École Navale, à Brest (Finistère).

TOMBECK, Docteur ès Sciences, 23, avenue de Versailles, à Choisy-le-Roi (Seine).

TOMMASINA (**Thomas**), Docteur ès sciences, Membre de l'Institut national et de la Société de Physique de Genève, Villa Mon-Ermitage sur Champal, près Genève (Suisse).

TONARELLI, Proviseur du Lycée de Chambéry (Savoie).

TONTA (**Cav. Dottor Italo**), Medico Chirurgo Piazza Duomo Portici Settentri 25 1° P° Nobile Milano (Italie).

TORCHEBEUF (**Ch.**), Constructeur d'instruments de Physique, 15, rue de l'Estrapade, Paris, 5e.

TOTCHIDLOWSKY (**Ignace**), Assistant de Physique à l'Université d'Odessa (Russie).

TOUANNE (**G. de la**), Ingr des Télégraphes, 80, rue Bonaparte, Paris, 6e.

TOUDOROWSKY (**Alexandre**), Assistant au Laboratoire de Physique du Polytechnicum, Les noj. Sonowska, Institut de Physique à Saint-Pétersbourg (Russie).

TOUPOT (**J.-E.**), Curé de Robert-Espagne (Meuse).

TOUREN (**Charles**), Professeur au Collège Rollin, 56, rue Gay-Lussac, Paris, 5e.

TOURRIOL (**Jean**), Professeur au Lycée, 19, rue Saint-Léonard, à Angers (Maine-et-Loire).

TRABAREL, Professeur de Physique au collège de Perpignan (Pyrénées-Orientales).

TRAVERS (**J.**), 37, boulev. de la Tour-d'Auvergne, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

TRIPIER (Dr **A.**), 80, rue d'Amsterdam, Paris, 9e.

TRIPIER, Ingénieur Électricien, 17, rue Alphonse-de-Neuville, Paris, 17e.

TRIPPE (**Paul**), Professeur au Lycée, 15, rue de la Sous-Préfecture, à Roanne (Loire).

TROOST, Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences, 84, rue Bonaparte, Paris, 6e.

TSCHERNING (Dr **Marius**), Directeur du Laboratoire d'Ophtalmologie à la Faculté des Sciences, 15, rue de Mézières, Paris, 6e.

TULEU (**Charles**), Ingénieur, 58, rue d'Hauteville, Paris, 10e.

MM.

TURPAIN (**Albert**), Professeur adjoint à la Faculté des Sciences, 95, rue de la Tranchée, à Poitiers (Vienne).

UCHARD (**A.**), Chef d'escadron d'Artillerie, 33, rue Voltaire, à Brest (Finistère).

UHLER (**Horace-S.**), Instructor of Physics, Yale University, New Haven Conn. (États-Unis).

ULLMANN (**Jacques**), Constructeur électricien, 16, boulevard Saint-Denis, Paris, 10e.

UNIVERSITÉ DE SYDNEY, Nouvelle Galles du Sud (Australie).

VAGNIEZ (**Édouard**), 14, rue Lemercier, à Amiens (Somme).

VAISSE (**Élie-Émile-Samuel**), Profesr au Collège d'Embrun (Hautes-Alpes).

VANDEVYVER-GRAU (**L.-N.**), Docteur ès sciences, Professeur à l'Université, 63, boulevard de la Citadelle, à Gand (Belgique).

VARENNE (**de**), 7, rue de Médicis, Paris, 6e.

VARIN (l'abbé), Professeur à l'École Saint-Sigisbert, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

VARRET (**René**), Ingénieur-électricien, Constructeur de machines électriques, 81, boulevard Voltaire, Paris, 11e.

VASSEUR (**Alfred**), villa Les Primevères, à Beau-Soleil (Alpes-Maritimes).

VAUGEOIS (**Jean-Georges**), Ingénieur électricien, Fabricant d'accumulateurs, 20, rue du Congrès, à Asnières (Seine).

VAUTIER (**Théodore**), Professeur adjoint de Physique à la Faculté des Sciences, 30, quai Saint-Antoine, à Lyon (Rhône).

VAYSSIÈRES (**Louis**), Professeur au Lycée, 35, boulevard Jeu de Paume, à Montpellier (Hérault).

VEILLON (**Henri**), Docteur en Philosophie, Professeur à l'Université, 27, rue Euler, à Bâle (Suisse).

VELTER (**Pierre-Jules-Edmond**), Ingénieur des Arts et Manufactures, 42, rue Falguière, Paris, 15e.

VENOT (Mlle **Anne-Marie-Marguerite**), Professeur agrégé des Sciences au Lycée de jeunes filles, 18, cours Lafayette, à Lyon (Rhône).

VENTURINO VENTURINI, Dr Ph. Assistente all' Istituto fisico R. Universita, Napoli (Italie).

VERNIER (**Victor**), Professeur au Lycée, 44, rue de Berlier, à Dijon (Côte-d'Or).

VERNIER, Maître Répétiteur au Lycée Louis-le-Grand, 123, rue Saint-Jacques, Paris, 5e.

VICENTINI (**Giuseppe**), Professeur de Physique à l'Université de Padoue (Italie).

VIDAL (**Gaston**), Professeur au Collège, 33, avenue Denfert-Rochereau, à Auxerre (Yonne).

VIÉ (**Frédéric**), Ingénieur, ancien Élève de l'École Polytechnique, à la distillerie Delanne, à Seclin (Nord).

MM.

VIEILLE, Membre de l'Institut, Directeur des Poudres et Salpêtres, 12, quai Henri-IV, Paris, 4e.

VIGNON (**Léo**), Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université, Institut de Chimie, rue de Béarn, à Lyon (Rhône).

VIGOUROUX (Dr **R.**), 53, avenue Trudaine, Paris, 9e.

VILLARD (**P.**), Docteur ès Sciences, 45, rue d'Ulm, Paris, 5e.

VILLET (**Paul**), Directeur des Tabacs, à la Manufacture des Tabacs, à Riom (Puy-de-Dôme).

VILLIERS (**Antoine**), Professeur à l'École supérieure de Pharmacie, 30, avenue de l'Observatoire, Paris, 14e.

VINCENT, Professeur au Lycée Saint-Louis, 26, rue de Staël, Paris, 15e.

VINCENT (l'Abbé), Professeur à l'Institution Saint-François-de-Sales, à Alençon (Orne).

VIOLET (**Léon**), 167, rue de Rennes, Paris, 6e.

VIOLLE, Membre de l'Institut, Professeur au Conservatoire national des Arts et Métiers, 89, boulevard Saint-Michel, Paris, 5e.

VOIGT, Professeur honoraire du Lycée de Lyon, à Géanges, par Saint-Loup-de-la-Salle (Saône-et-Loire).

VOIGT (**Woldemar**), Professeur à l'Université de Gœttingen (Allemagne).

VOISENAT (**Jules**), Ingénieur en Chef des Télégraphes, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

VOLTA (**Alessandro**), Ir Conte cav., Professeur au R. Liceo Manzoni, via Vigna, 2, à Milan (Italie).

VOLTERRA (**Vito**), Professeur de Physique mathématique à l'Université, via in Lucina, 17, à Rome (Italie).

VORGES (**Henry de**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Ingénieur électricien, 8, rue de l'Évêché, à Soissons (Aisne).

VOUILLEMIN, Capitaine d'Artillerie, officier d'ordonnance du général commandant le 15e corps d'Armée, 353, rue Paradis, à Marseille (Bouches-du-Rhône).

VUILLET (**Eugène**), Professeur à l'École normale de Grenoble (Isère).

WAALS (**VAN DER**), Professeur à l'Université d'Amsterdam (Hollande).

WAHA (**de**), Ancien Professeur de Physique, à Luxembourg (Grand-Duché de Luxembourg).

WALCKENAER (**Charles**), Ingénieur en chef des Mines, Professeur à l'École des Ponts et Chaussées, 218, boulevard Saint-Germain, Paris, 7e.

WALLON (**Étienne**), Professeur au Lycée Janson-de-Sailly, 65, rue de Prony, Paris, 17e.

WATENNAN (**Frank-Allan**), Professor of Physics, Smith College, Northampton, Massachussets (États-Unis).

WATTEVILLE (**C. de**), Dr ès Sciences, 19, avenue Henri-Martin, Paris, 16e.

WEIL (**Albert**), Docteur, 21, rue d'Édimbourg, Paris, 8e.

WEINBERG (**Boris**), Privat docent de Physique à l'Université de Saint-Pétersbourg (Russie).

MM.

WEISS (Dr **Georges**), Ingénieur des Ponts et Chaussées, Professeur agrégé de Physique à la Faculté de Médecine, 20, avenue Jules-Janin, Paris, 16e.

WEISS (**Pierre**), Professeur à l'École Polytechnique de Zurich (Suisse).

WEISSMANN (**Gustave**), Ingénieur des Constructions civiles E.C.P., 47, rue de Boulainvilliers, Paris, 16e.

WENGLER (**Michel**), Docteur ès Sciences, Professeur de Physique au Gymnase à Echternach (Grand-Duché de Luxembourg).

WERLEIN (**Ivan**), Constructeur d'instruments d'Optique, à Arcueil (Seine).

WEST (**Emile**), Ingénieur, 29, rue Jacques-Dulud, à Neuilly-sur-Seine.

WEYHER, Ingénieur, Administrateur-Directeur de la Société centrale de Construction de Machines, 36, rue Ampère, Paris, 17e.

WHITEHEAD (**John-B.**), Ph. Dr, John Hopkins University, Baltimore, Maryland (États-Unis).

WIEDEMANN (**Eilhard**), Professeur de Physique, à Erlangen (Allemagne).

WILLIAMS, Libraire, 14, Henrietta Street, Covent Garden, Londres W. C. (Angleterre).

WILLOT (**A.**), Licencié ès sciences, Château de Gemert, par Helmond, Brabant Septentrional (Hollande).

WIND (**C.-H.**), Docteur Professeur de Mathématiques et de Mécanique théorique à l'Université d'Utrecht (Hollande).

WITKOWSKI (**Auguste**), Professeur de Physique, Laboratoire de Physique de l'Université de Cracovie (Autriche).

WITZ (**Aimé**), Ingénieur civil, Professeur aux Facultés catholiques, 29, rue d'Antin, à Lille (Nord).

WOLCOTT (**Edson-Ray**), Professeur de Physique, Colorado School Mines, Golden, Colorado (États-Unis).

WOLF (**Charles**), Membre de l'Institut, Astronome honoraire de l'Observatoire, Professeur honoraire à la Faculté des Sciences, Braisnes (Nord).

WOLFF (Dr **Edmond**), Professeur à l'École de Médecine, 52, rue Bernard-Palissy, à Tours (Indre-et-Loire).

WOULFF (**Georges**), Professeur de Minéralogie à l'Université de Varsovie (Russie).

WUILLEUMIER (**H.**), Docteur ès Sciences, Ingénieur, 46, rue Lepic, Paris, 18e.

WULFF (**Ph.-Th.**), Professeur de Physique, Collège St-Ignace, Walkenburg, Limburg (Hollande).

WYROUBOFF (**G.**), Professeur au Collège de France, 20, rue Lacépède, Paris, 5e.

YESARES BLANCO (**Ricardo**), Ingénieur électricien, Almansa, 16, Hôtel, à Madrid (Espagne).

YOUNÈS (**René**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Ingénieur adjoint à l'Ingénieur en chef, Chemin de fer du Yunnan, par Laokay (Tonkin).

YVON (**P.**), Membre de l'Académie de Médecine, 26, avenue de l'Observatoire, Paris, 14e.

MM.

ZALACOSTAS (**Pierre-N.**), Directeur du Laboratoire de Chimie au Ministère des Finances, 15, rue d'Adrien, à Athènes (Grèce).

ZALCE (**Ramon-N.**), Photographe, 2, calle de Jazminez, 15, apartado posta n° 75, Morelia (Mexique).

ZAREMBA (**Stanislas**), Professeur à l'Université et Correspondant de l'Académie des Sciences de Cracovie, rue Biskupia, 5, à Cracovie (Autriche).

ZEEMAN, Professeur à l'Université, 158, Stadhouderstrase, à Amsterdam (Hollande).

ZEGERS (**Louis-L.**), Ingénieur des Mines du Chili, 1262, Augustinas, à Santiago (Chili).

ZEMPLÉN (**Györö**), Docteur ès Sciences, Professeur agrégé à l'Université, VIII Esterhazy utca 3, à Budapest (Hongrie).

ZENGER (**Charles-Venceslas**), Conseiller à la Cour, Membre de l'Académie des Sciences François-Joseph Ier, Professeur à l'École Polytechnique, Prague 7/III Palais Sobkovic (Autriche).

ZERVOS (**Paniotis**), Docteur ès Sciences mathématiques de l'Université d'Athènes, Professeur de Mathématiques, 1, rue Derbenion, à Athènes (Grèce).

ZETTER (**Charles**), Ingénieur des Arts et Manufactures, Directeur de la Compagnie française d'appareillage électrique, 16, rue Montgolfier, Paris, 3e.

ZILOFF (**Pierre**), Professeur de Physique à l'Université, 9, rue Nicolas, à Kieff (Russie).

ZIMMERN (**A.**), Dr, Ancien Interne des Hôpitaux, 19, rue Bassano, Paris, 16e.

ZIVY (**Louis**), Professeur de Physique, 17, rue Saint-Vincent-de-Paul. Paris, 10e.

Janvier 1907.

Prière d'adresser les rectifications et changements d'adresse à M. A. Sandoz, agent général de la Société, 97, boulevard Arago (14e).

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

Ch.-Ed. Guillaume. — La mesure rapide des bases géodésiques..... 5
G. Claude. — La liquéfaction de l'air et ses applications à la fabrication de l'oxygène et de l'azote..... 26
A. Leduc. — Chaleur de fusion et densité de la glace..... 46
C. Tissot. — Ordre de grandeur des forces électromotrices mises en jeu dans les antennes réceptrices..... 54
E. Bouty. — Passage de l'électricité à travers des couches de gaz épaisses. Loi de Paschen. Application à la haute atmosphère..... 61
H. Rubens. — Le rayonnement des manchons à incandescence..... 74
A. Turpain. — A propos des rayons N..... 94
H. Rubens. — Expériences pour démontrer des ondes stationnaires acoustiques..... 101
E.-H. Amagat. — Sur la pression interne des fluides et l'équation de Claudius. 104
G. Gouré de Villemontée. — Contribution à l'étude des diélectriques liquides..... 111
Hollard. — Conductibilités des mélanges d'acide sulfurique avec les sulfates. Formation de complexes d'hydrogène..... 128
H. Moulin. — Relation entre le volume et le covolume..... 141
C. Chéneveau. — Spectroréfractomètre à liquides de Ch. Féry..... 145
H. Poincaré. — Réflexions sur la théorie cinétique des gaz..... 150
Maurice Hamy. — Sur les franges de réflexion des lames argentées..... 185
H. Armagnat. — Les détecteurs électriques et leur emploi dans les mesures électriques..... 205
Bernard Brunhes. — Recherches sur la direction d'aimantation des roches volcaniques..... 210
E.-H. Amagat. — Discontinuité des chaleurs spécifiques à saturation et application aux chaleurs spécifiques de la loi des états correspondants..... 240
H. Schoop. — Sur la répartition du courant dans les accumulateurs. Études expérimentales..... 252
C. Tissot. — Détecteurs d'ondes électriques à gaz ionisés..... 269
Hadamard. — Les problèmes aux limites dans la théorie des équations aux dérivées partielles..... 276
Marage. — Qualités acoustiques de certaines salles pour la voix parlée.... 315
Désiré Korda. — Télégraphie rapide système Pollak et Virag..... 326

PROCÈS-VERBAUX ET RÉSUMÉS DES COMMUNICATIONS.

SÉANCE DU 5 JANVIER 1906..... 1*
G. Lippmann. — Sur l'entretien électrique du pendule..... 1*

Pages.

P. VILLARD. — Sur les phénomènes pseudo-photographiques..... 2*
Rapport de la Commission des Comptes sur l'exercice 1904-1905..... 8*

SÉANCE DU 19 JANVIER 1906..... 10*

E.-H. AMAGAT. — Allocution..... 12*
A. LEDUC. — Sur la densité de la glace et sa chaleur de fusion..... 14*
C. TISSOT. — Ordre de grandeur des forces électromotrices mises en jeu dans les antennes réceptrices..... 14*

SÉANCE DU 2 FÉVRIER 1906..... 15*

E.-H. AMAGAT. — Sur la pression interne des fluides et l'équation de Claudius. 16*
PILLEUX. — Remarques au sujet de la communication de M. *E.-H. Amagat*. 17*
G. URBAIN. — Propriété atomique et moléculaire..... 18*

SÉANCE DU 16 FÉVRIER 1906..... 20*

A. GUÉBHARD. — Remarques au sujet de la communication de M. *P. Villard*. 20*
GOURÉ DE VILLEMONTÉE. — Contribution à l'étude des diélectriques liquides. 21*
G. URBAIN. — Expériences sur la phosphorescence..... 22*
A. COTTON. — Nouveaux moulages de réseaux de Rowland..... 23*

SÉANCE DU 2 MARS 1906..... 24*

BIERNACKI. — Sur la résistance d'une couche d'air ionisée..... 24*
Maurice HAMY. — Sur les franges de réflexion des lames argentées..... 24*
Daniel BERTHELOT. — Une usine électrique de 100 000 chevaux. La Centrale de Saint-Denis..... 25*
A. COTTON et C. RAVEAU. — Expériences sur les rayons N..... 27*

SÉANCE DU 16 MARS 1906..... 28*

E. BOUTY. — Passage de l'électricité à travers des couches de gaz épaisses. Loi de Paschen. Application à la haute atmosphère..... 28*
CHAUVEAU, E. BLOCH et P. VILLARD. — Remarques au sujet de la communication de M. *Bouty*..... 30*
CHÉNEVEAU. — Spectroréfractomètre à liquides de M. Ch. Féry..... 31*
TURPAIN. — A propos des rayons N..... 31*
COLSON, VILLARD, A. GUÉBHARD. — Remarques au sujet de la communication de M. *Turpain*..... 32*

SÉANCE DU 6 AVRIL 1906..... 33*

A. GUÉBHARD. — Sur l'irradiation photographique..... 34*
CHASSAGNY. — Sur deux appareils destinés à l'étude graphique de la composition des mouvements vibratoires de même direction ou de directions rectangulaires..... 35*
ARMAGNAT. — Boîte pour la mesure de la résistance des électrolytes..... 36*

Pages.

SÉANCE ANNUELLE. — Réunions des jeudi 19, vendredi 20 et samedi 21 avril 1906 ..... 37*

Bernard BRUNHES. — Recherches sur la direction d'aimantation des roches volcaniques 44*

SÉANCE DU 4 MAI 1906 ..... 47*

A. COTTON et H. MOUTON. — Aimants transparents. Propriétés optiques et magnétiques 49*
P. VILLARD. — Expériences relatives aux rayons cathodiques et magnéto-cathodiques 51*
E. BLOCH. — Remarques au sujet de la communication de M. *Villard* 53*
BROCA. — Remarques au sujet de la communication de M. *Villard* 54*
Henri ABRAHAM. — Galvanomètre à cadre mobile pour courants alternatifs. 54*

SÉANCE DU 18 MAI 1906 ..... 56*

E.-H. AMAGAT. — Discontinuité des chaleurs spécifiques à saturation et courbes de Thomson 57*
HOLLARD. — Recherches des sels complexes d'hydrogène par la mesure des conductibilités 58*
BOIZARD. — Conductibilité du sulfate d'ammoniaque dans les mélanges d'acide sulfurique et d'eau 58*
Daniel BERTHELOT. — Remarques au sujet de la communication de M. *Hollard* 59*
H. SCHOOP. — Sur la répartition du courant dans les accumulateurs 59*

SÉANCE DU 1er JUIN 1906 ..... 60*

A. GUÉBHARD. — Remarques au sujet de la communication de M. *H. Schoop*. 60*
Honoré MOULIN. — Relations entre le volume et le covolume 61*
FABRY et BUISSON. — Mesures de longueurs d'onde dans le spectre du fer, pour l'établissement d'un système de repères spectroscopiques 61*
Gaston GAILLARD. — Galvanomètre optique à indications lumineuses et pouvant servir à l'enregistrement photographique 62*

SÉANCE DU 15 JUIN 1906 ..... 63*

E.-H. AMAGAT. — Application de la loi des états correspondants aux chaleurs spécifiques 64*
A. LEDUC. — Remarques au sujet de la communication de M. *Amagat* 64*
DARZENS. — Remarques au sujet de la communication de M. *Amagat* 65*
Victor HENRI. — Études expérimentales sur l'électricité animale 65*

SÉANCE DU 6 JUILLET 1906 ..... 66*

P. VILLARD. — Remarques au sujet de la communication de M. *Guébhard*, faite le 16 février 1906 ..... 67*
E.-H. AMAGAT. — Remarques au sujet de la communication de M. *Darzens*. 67*

Pages.

H. Poincaré. — Réflexions sur la théorie cinétique des gaz..... 67*
C. Tissot. — Détecteurs d'ondes électriques à gaz ionisés..... 68*
G. Urbain. — 1° Phosphorescence cathodique. Variation des spectres, cas de l'europium. — 2° Phosphorescence des fluorines..... 69*

SÉANCE DU 16 NOVEMBRE 1906..... 72*

A. Cotton et H. Mouton. — Phénomène de Majorana dans les champs intenses..... 73*
Hadamard. — Les problèmes aux limites dans la théorie des équations aux dérivées partielles..... 74*
Marage. — Qualités acoustiques de certaines salles pour la voix parlée.... 75*

SÉANCE DU 7 DÉCEMBRE 1906..... 76*

Georges Claude. — Sur quelques applications de l'air liquide..... 77*
Désiré Korda. — Télégraphie rapide. Système Pollak et Virag..... 77*
A. Pérot. — Valeurs relatives des étalons à flamme : Carcel, Hefner, Vernon-Harcourt..... 78*

SÉANCE DU 21 DÉCEMBRE 1906..... 79*

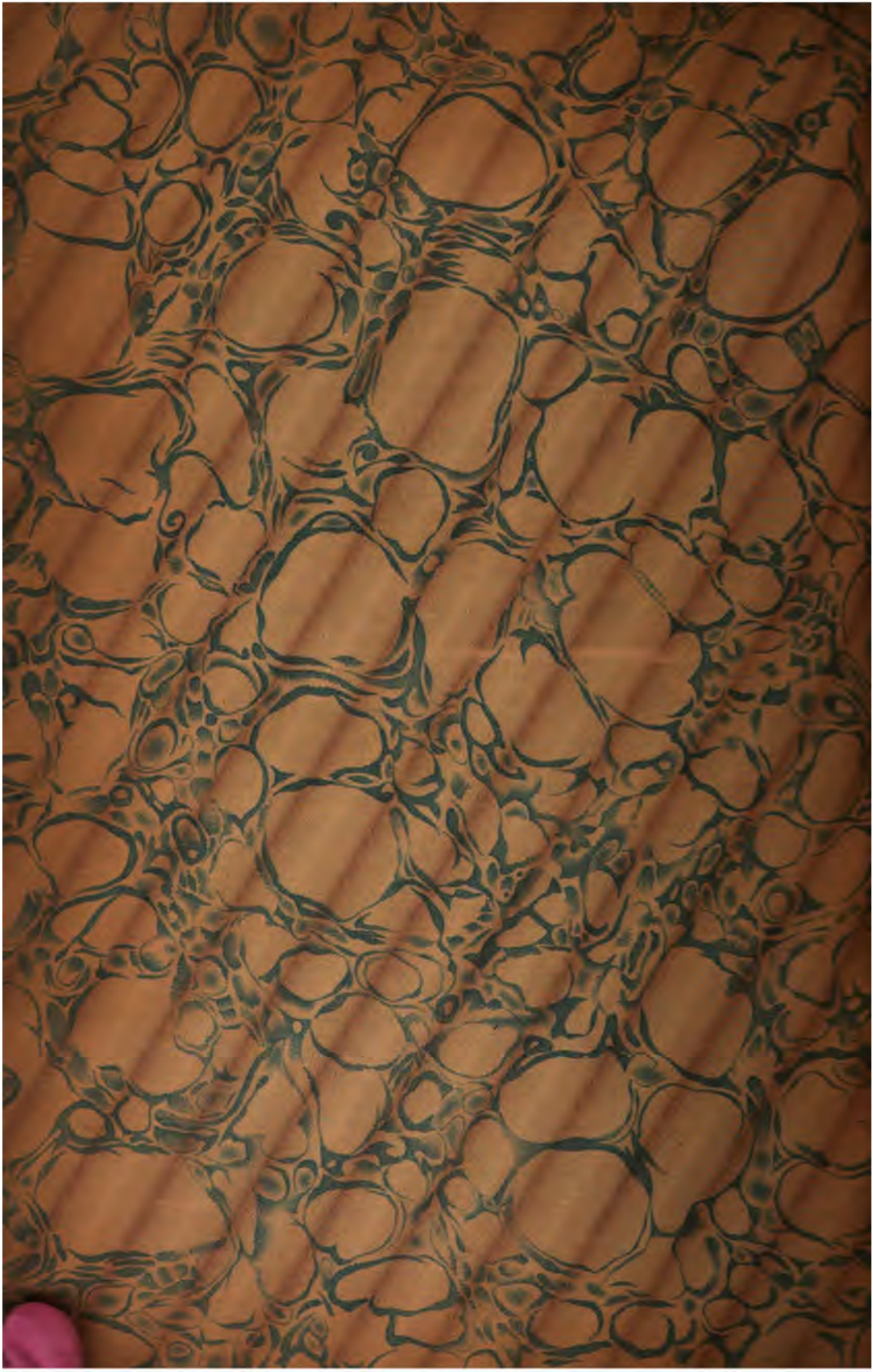
Paraf-Javal. — Chromomètre pigmentaire..... 79*
A. Jobin. — Astrolabe à prisme. Méthode des hauteurs égales pour la détermination de la longitude et de la latitude..... 80*
Amagat et Hamy. — Remarques au sujet de la communication de M. *Jobin*. 82*

Liste des Ouvrages reçus pendant l'année 1906..... 83*

Liste des Membres de la Société..... 95*

Table des Matières..... 167*

38728 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS, quai des Grands-Augustins, 55.



This book should be returne
the Library on or before the last
stamped below.
A fine of five cents a day is inc
by retaining it beyond the spe
time.
Please return promptly.